FELIX COLOMA

TRATADO
DE LA
COSMOGRAFIA

MS 1773
COL
Tra

11-FA-3

MS 1773 COL Tra

13037

BIBLIOTECA

R. 3

13087

TRATADO DE LA COSMOGRAFIA

DE LA REAL ACADEMIA DE

BARCELONA.

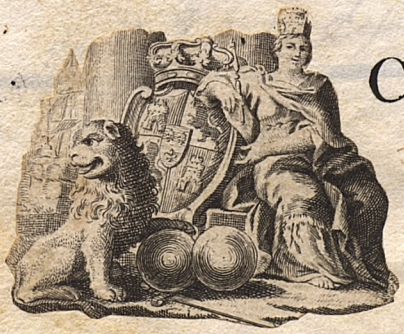
PARTE I.



BIBLIOTECA DE C.E.H.A.M.

R. 13.087

TRATADO
DE LA
COSMOGRAFIA
DE LA REAL ACADEMIA
DE
BARCELONA.
PARTE I.

Felix ·  Colon ·

Año de M.DCC.LXXIII

TRATADO
DE LA
COSMOGRAFIA
DE LA REAL ACADEMIA
DE
BARCELONA.
PARTE I.

Año de M.DCC.LXXIII

Advertencia

Antes del Tratado que se da en la R.ª Acad.ª de Barcelona estan los Elem.tos Esfericos de Theodosio traducidos del Idioma latin de la Obra del P.e Dechales en cuio primer Tomo se hallan: por carecer la Academia de estos principios, ha parecido del caso incluirlos, p.a la mejor intelig.a de la Esfera.

4 libros
136 pags.

Tabla de las Materias contenidas en este Tratado.

Pagin.s

Libro Primero De la Esfera Celeste. 8

Cap. 1.º De la Region Ethérea 1

Cap. 2.º Del Sistema del Universo 11

Cap. 3.º Definiciones de la Esfera 23

Cap. 4.º De los princip.s Circul.s de la Esf.a 72

Cap. 5.º De la Esfera y su Division 112

Cap. 6.º De la Ascension, y Descension de los Astros, Sign.s y punt.s de la Eclip.tica 121

Cap. 7.º De los Movim.tos y Aspec.tos de los Astros 133

Cap. 8.º De la Magn.tud y Dist.a de los Astros 118

Cap. 9 De la Paralaje y refrac.n de los Ast.s 157

Cap. 10 De las Estrellas fixas 165

Cap. 11. De los Ast.s temporaños, y Cometas 172

Paginas

Cap. 12 De la proyeccion de la Esf.a en plano - - 176

Cap. 13 De la Resolucion de los Pro-
blemas del primer movil - - - } - - 194

Libro Primero. De los Elementos Esfericos de Theodosio.

Difiniciones.

1.ª Esfera es un solido contenido de una sola superficie, à quien todas las rectas tiradas de un p.to q. esta en medio son iguales entresi

2.da Centro de la Esfera se llama dho punto

3.ª Exe de la Esfera es la recta que tirada por el centro se termina en la superficie de ella, y al rededor del qual se considera moverse la Esfera.

1.ª Polos de la Esfera son los puntos estremos del Exe.

5.ª Polos de qualq.r Circulo descripto en la Esfera, son 2 puntos en su superficie, de quien todas las lineas tiradas à la Circunf.a de dhos

Circulos son iguales entre si.

Difin. 6ta Los Circulos en la Esfera se dicen distar igualmte del centro, quando las perpendiculares tiradas de el sobre sus planos son iguales.

Proposicion 1ra. Theorema.

Si la Esfera se corta como quiera con un plano, la comun seccion de la Esfera, y dho plano es Circulo.

Sea la Esfera ABCD (Fig. 1a) la qual se corte por el plano BGDH, y supongamos lo 1ro q. este plano secante pase por el centro E de la Esfera, tirense las rectas FE, EG, & al centro.

Demostracion. Las lineas FE, EG, EH son iguales entre si (Difr 4a de este) luego Difin. 15 Libl de Euclides) BGDH es Circulo.

Supongase lo 2do q. el plano BGD (Fig 2da) q. corta la Esfera no pase por el centro E,

digo tambien q.e la figura BGD comun seccion de la Esfera, y el plano propuesto, es Circulo. Del centro E al plano supuesto tirese una perpendicular, y q.e caerá dentro de la Esfera; porq.e si no es assi, caiga fuera de la Esfera, como Eft, y q.e corte al plano en t, y tirese la linea tHFD, q.e cortará a la superficie de la Esfera en los puntos B. D, á los quales tirense las lineas EB, ED, que (Bif. 1a) serán ig.s dividase BD en dos partes ig.s en F, y tirese la EF, y los triangulos EBF, EDF son totalm.te iguales, como tambien los angulos en F. luego serán rectos, y el angulo EftB es menor q.e recto, y por consig.te la Eft no es perpendicular al plano BGD, ni igualm.te otra, q.e caiga fuera de la Esfera puede ser perpendicular á dho plano; luego cae dentro de

la Esfera: sea pues la EF, y tirense al punto F en q.e toca al plano las lineas BF, GF, DF, y las EB, EG, ED.

Demostracion. Por ser EF perpendicular al plano, serà tambien perpendicular à las rectas BD, FG, y los angulos en F seràn rectos, y siendo los quadrados de EF, FB ig̃s al quadrado de EB, como tambien los de EF, FG iguales al quadrado de EG, y los de EF, FD iguales al quadrado de ED; y siendo las rectas EB, EG, ED ig̃s, seràn los quadrados de EF, FB ig̃s à los quadrados de EF, FG, y à los de EF, y FD, y quitando el comun quadrado EF, quedaràn los quadrados de FB, FG, y FD iguales entre si, como tambien sus lados: luego la linea curva BGD es circulo &.

Corolario 1.ro Se Infiere de la 1.ra parte de

este Theorema, q.e el centro de la Esfera es centro del Circulo, cuio plano pasa por el centro de ella.

Corolar. 2.do Y de la 2.da parte se infiere, q.e la perpendicular tirada del centro de la Esfera sobre un plano, q.e no pase por el, cae en el centro del Circulo, q.e es comun seccion de dho plano y la Esfera

Proposicion 2.da Problema.

Hallar el centro de la Esfera.

Sea la Esfera ABCD (Fig.3a) cuio centro se pide, cortese la Esfera con qualquier plano, cuia comun seccion sea el Circulo BGD, hallese el centro E de este Circulo, y desde el tirese la perpendicular EA prolongada hasta la superficie de la Esfera en C, y dividase AC por medio en F, digo q.e este punto es centro de la Esfera.

Demostracion. Si el plano del Circulo BGD pasa por el centro de la Esfera, el punto E

sería centro de ella (Con.1º d. este), y tirada la perpendicular del centro del círculo sobre su plano, alargada por ambas partes hasta la superficie de la Esfera, dividida esta línea en 2 p.tes iguales, el punto F, coincidirá con el punto E; pero como el círculo BGD, no está en el mismo plano, en q.e está el centro, precisam.te el centro de la Esfera ha de estar en la perpendicular EA, no pudiendo estar fuera de ella, como en A, porq.e en este caso, tirada desde A la perpendicular AI al plano del círculo, el punto I sería centro del círculo (Cond.2º d. este); pero por construcción se halló ser E. luego un círculo tiene dos centros, lo q.e es imposible, luego ha de estar precisam.te en medio de la línea AC, y por consig.te es el punto F.

Corolario. De aquí se infiere que el centro de la Esfera está en la perpendicular,

que sale del centro de qualquier circulo menor.

Proposicion 3.ª Theorema

Un Plano toca á la Esfera en un solo punto. (Fig.ª 1.ª)

Sea la Esfera ABC á quien toque un plano sin cortarla, digo q.e el plano toca á la Esfera en solo un punto. Si esto no es asi, toquela en los 2 puntos B, y C, y tirese la linea BC, y dividida por medio en D, tirense las lineas DB, DE, DC.

Demostracion. Los triang.os DEC, DEB, tienen los 3 lados del uno ig.s á los 3 del otro: luego son totalm.te ig.s, y los angulos en E rectos, y los en B, y C agudos: luego DC > DE, y el punto E caerá dentro de la Esfera, como toda la linea, q.e junta los dos puntos B, y C del plano, q.e se supone tocar la Esfera,

en dhos puntos, está toda en dho plano tangente: luego el plano, q.e toca en la superficie de la Esfera en los puntos B, y C cae parte dentro de la Esfera, y la corta, q.e es contra lo supuesto: luego toca en un solo punto

Corolario. La linea recta, que junta qualesquiera 2 puntos de la superficie Esferica cae dentro de la Esfera, porq.e tirada la linea DE de qualquier manera, si los angulos en E son rectos, ya está demostrado, q.e el p.to E estará dentro, si el angulo DEC es obtuso será DC > DE, y si DEC es agudo, DEB será obtuso, y DB = DC, será mayor que DE: lo mismo se verifica de todos los p.tos entre B y C.

Proposicion 4.a Theorema

Si un plano toca á la Esfera, la recta tirada del centro al punto del contacto será perpendicular al plano.

Fixese del centro E de la Esfera (fig. 5.a)

ABCD al punto C contacto de ella, y del plano FGH, la linea CE, digo q.e es perpendicular à dho plano: considerense dos planos, q.e corten à la Esfera, y passen por la linea CE como los planos ABCD, AECL, y serà CE la comun seccion de ellos, y sean las comunes secciones de estos planos con el plano tangente FGH, las rectas FH, GI.

Demostracion. La comun seccion de los planos, y de la Esfera son Circulos (prop.^{to} 1.ª de este), y tienè por suposicion la linea CE comun, y p.r consig.te el punto E es centro comun de ellos. (Corol.^{o} 1.º) y siendo la linea FH comun seccion del plano del Circulo ABCD, y del plano tangente FGH por suposicion, tocando este plano à la Esfera en solo un punto como C (prop.^{to} 3.ª de este), la linea FH, q.e esta en el plano tangente, y es comun seccion de este, y el plano del Circulo ABCD, tocarà à este Circulo en el mismo punto C, y ti-

rando la linea CE al centro será perpendicular à la FH (propos. 18 lib. 3º de Euclides). Del mismo modo se demuestra, q.e la recta CE es perpendicular à la GI, luego la recta CE es perpendicular al plano FGH.

Proposición 5ª Theorema.

Si un plano toca à la Esfera, y del punto del contacto se leoanta una perpendicular à dho plano pasará por el centro de la Esfera.

Del punto A (Fig. 6ª) del contacto tirese AF perpendicular al plano tangente ED: digo q.e en la linea AF está el centro de la Esfera; sino está en dha recta, supongase q.e está fuera de ella, como en el punto G, y tirese la GA.

Demostración. La linea GA (prop. 1ª de este) es perpendicular al plano ED, luego la linea FA no será perpendicular à dho plano, q.e es contra lo supuesto: luego G no es el centro de

la Esfera, ni otro qualq.ra fuera de la linea AF, y por consig.te està en ella.

Proposicion 6.a Theorema.

Los Circulos q.e pasan por el centro de la Esfera son maximos, y al contrario si son maximos pasan por el centro de la Esfera, y los circulos, q.e distan igualm.te del centro son iguales, y aquellos que distan mas del centro son menores.

Sea el Circulo ABC (Fig. 7a) en cuio plano esté el punto E centro de la Esfera, y sean otros quales q.ros circulos como DF, HK, cuios planos no pasen por el centro de la Esfera, digo lo 1.ro q.e el circulo ABC es mayor q.e cada uno de los DF, HK. Del centro E tirense las perpendiculares EG, EI a los planos de los Circulos, y serán G, I centros de los Circulos (cor. 2.do prop. 1.a de este) tirense las lineas GF, IK, EF, EK, EC.

Demostracion. La linea ℄C es semidiametro del Circulo ABC, en quien es ℄ su centro, que es igual á las lineas ℄F, ℄K, y siendo estas mayores q.ª las IK, GF semidiametros de los Circulos, por ser rectos los angulos en G, é I, se sigue, q.ª el semidiametro del Circulo AC es mayor q.ª los semidiametros GF, IK, y por consig.te q.ª el Circulo ABC maior, q.ª cada uno de los Circulos DF, HK.

Si el Circulo ABC es maximo, el centro de la ℄sfera estará en su plano, porq.ª sino está en el plano, qualquier Circulo, q.ª pase por el centro será mayor q.ª el: luego el Circulo ABC no será maximo, q.ª es contra lo supuesto.

Si los Circulos DF, HK distan igualm.te del centro de la ℄sfera, esto es, q.ª las lineas ℄G, ℄I son iguales, los Circulos DF, HK son iguales.

Demostracion. Los quadrados de las lineas

EG, GF son iguales al quadrado de EF: tambien los quadrados de EI, IK, son iguales al quadrado de EK, y siendo los quadrados de EF, y EK igs. por serlo las lineas, seràn los dos quadrados de las lineas EG, y GF juntos iguales à los dos de EI, IK, y quitando los quadrados de las lineas EG, EI, que son igs por suposicion, quedarà el quadrado de la GF, igual al quad.o de IK, y por consig.te las lineas, q.e son semidiametros, luego los Circulos son iguales.

Si los Circulos son iguales distan igualm.te del centro, esto es q.e las lineas EG, EI son iguales.

Demostracion. Como se ha dicho los quadrados EG, GF son igs à los quadrados EI, IK, y como se supongan los circulos DE, HK iguales seràn los quadrados de sus radios GF, IK iguales, y quitando estos, quedaràn

los quadrados de GE, EI iguales, y por consig.te sus lados, q.e son las distancias desde el centro de Circulos iguales.

Si el Circulo DF dista mas del centro de la Esfera, que el circulo KH, aquel serà menor, q.e este; porq.e siendo como se ha dho los quadrados de las rectas EG, GF iguales à los quadrados de las EI, IK, quitando de la una p.te el quadrado maior EG (por suposicion), y de la otra el quadrado menor EI, quedarà el quadrado de GF menor q.e el quadrado de IK, luego tambien el circulo DF serà maior q.e HK.

Corolario. Los planos de todos los Circulos maximos pasan por el centro de la Esfera, y son igs, y sus radios son radios de la Esf.a

Proposicion 7.a Theorema.

La linea recta tirada del centro de la Esfera al centro de un Circulo de ella.

es perpendicular à su plano.

Del centro A (Fig.8) de la Esfera al centro B del Circulo CD, tirese la linea AB, digo q.e es perpendicular al plano CD de dho Circulo. Sino es perpendicular tirese Al que lo sea.

Demostracion El punto l (con. 2.o prop. 1.a de este) serà centro del Circulo CD, q.e es contra lo supuesto por suponerse ser B centro de dicho Circulo.

Proposicion 8.a Theorema.

La recta q.e pasa por el centro de la Esfera, y es perpendicular al plano de un Circulo pasa por los polos de el.

Sea la recta AB (Fig.9) perpendicular al plano del Circulo CDl en el punto B, y pase por el centro de la Esfera, y a coincida dho punto B con el centro de la Esfera (num.1o), ò no (num.2.do) digo q.e la AB alargada pasa por los polos del Circulo

CDEF, esto es q.e las lineas AC, AD, AE, AF son ygs entre si.

Demostracion. La linea AB pasa por el centro de la Esfera, y es perpendicular al plano del Circulo CDEF en el punto B: luego (Coro. lar. 2.do prop.n 1.a de este) el punto B es centro del Circulo; esto supuesto los triangulos ABE, ABD, ABC, ABF, tienen los angulos en B rectos, é iguales, y las lineas BC, BD, BE, BF iguales por ser radios, y AB comun, luego las bases AC, AD, AE, AF serán iguales, y Difin. 5.a de este el punto A será polo del Circulo CDEF. Lo mismo se demuestra del otro polo G.

Proposicion 9 Theorema.

La perpendicular tirada del polo de un Circulo á su plano pasa por el centro de el, y alargada, por el otro polo.

La linea AB (Fig. 10) sea tirada del punto A polo del circulo DHFG perpendicular á

su plano: digo q.e el punto C es su centro, y q.e alargada pasa por el otro polo B.

Demostracion. Siendo A polo del Circulo DHFG, serán (Difn. 5a. de este) las lineas AD, AH, AF, AG iguales, y siendo la recta AC perpendicular al plano del Circulo DHFG, los angulos en C serán rectos, y siendo los quadrados de AD, AH AF, AG iguales cada uno de estos á 2 de los de las lineas AC CG; AC, CD; AC, CH; AC, CF; los q.e les correspondan, serán cada 2 de estas lineas, juntos iguales, y quitando el quadrado comun AC, quedarán los quadrados de CG, CD, CH, CF iguales como tambien sus lineas: luego el punto C es centro del Circulo DHFG, y (Cor. prop. 2a. de este) en la linea AC esta el centro de la Esfera: luego (prop. 8a. de este) la linea AC prolongada pasará por el otro polo B del Circulo.

Corolario. La perpendicular tirada del polo de un Circulo á su plano pasa por el centro

de el, y por el otro polo, y tambien por el centro de la Esfera.

Proposicion 10 Theorema.

La linea tirada por los polos de qualquier Circulo es perpendicular à su plano, y pasa por su centro, y el de la Esfera.

La linea AB (Fig. VI) pase por los polos A y B del Circulo DFHG: digo lo 1.ro que es perpendicular à dho plano: tirense por el punto C las lineas DF, GH, y las AD, AH, AF, AG, como tambien las BD, BH, BF, BG.

Demostracion. Los Triangulos ADB, AHB, AGB tienen sus tres lados del uno iguales à los 3 del otro, esto es AB comun, AD, AH, AF, AG iguales entre si, como tambien los BD, BH, BF, BG (difin. 5ª de este): luego los angulos BAD, BAH, BAF, BAG son iguales, y por consiguiente los triangulos DAC, HAC, FAC, GAC iguales: luego el punto C es centro del Circulo DFHG, y prop. 7ª.

de este) la linea AC es perpendicular à su plano, y (cor.º prop. 9 de este) en esta linea esta el centro de la Esfera.

Proposicion 11 Theorema.

Los Circulos maximos en la Esfera se cortan mutuam.te en 2 partes iguales.

En la Esfera ABCD (Fig. 12) sean los 2 Circulos maximos AECF, BEDF digo q.e estos circulos se cortan mutuam.te en 2 partes ig.s: lo 1.ro no pueden dexar de cortarse dhos Circulos por la razon de q.e en cada uno està el centro de la Esfera (Cor. prop. 6.a) con q.e no pueden ser paralelos: luego si del centro G de la Esfera se tira la linea EG alargada, digo q.e pasarà por la otra interseccion F, y q.e los arcos EDF, FBE, ECF, EAF son semicirculos.

Demostracion. El centro G de la Esfera esta en cada uno de los planos de los Circulos luego (cor 1.º prop. 1.a) es centro de cada uno de

los Circulos: tambien el punto E està en los 2 planos: luego la linea EG es comun seccion de dhos planos, y aunq.e esta sea larque sp̃re està en los mismos planos; y p.r consequencia el punto F de dha linea es comun à los planos, y pasando la EF por el centro de los Circulos, serà diametro de ellos, y cortarà à cada uno de ellos en 2 partes iguales: luego &.

Proposicion 12 Theorema

Los Circulos en la Esfera q.e se cortan mutuam.te en 2 partes iguales son maximos.

En la Esfera ABCD (Fig. 12) cortense los Circulos BEDF, AECF mutuam.te en 2 p.tes ig.s en los puntos E, F: digo q.e son Circulos maximos: esto es q.e està en sus planos el centro de la Esfera: tirese la linea EF, y cortese por medio en G: este punto es centro de la Esfera.

Demostracion. Dijo lo 4.to q.e el punto G es centro comun de los 2 Circulos: porq.e siendo FDe, FBe semicirculos, será eF diametro del Circulo BeDF. en cuio medio esta el centro. Lo mismo es del Circulo AeCF: luego el punto G medio de eF diametro comun es centro de los Circulos, y tambien es centro de la Esfera: porq.e sino lo es tírese por el punto G la linea Gt perpendicular al plano del Circulo AeCF, y Gi perpendicul.r al plano del Circulo BeDF, y en cada una de estas perpendiculares estará el centro de la Esfera (cor. prop. 2da) luego estará donde se cortan, q.e es el punto G, en donde se juntan, y los Circulos BeDF, AeCF (prop. 6a) son maximos.

Proposicion 13 Theorema.

Los Circulos maximos en la Esfera, que cortan á otros en angulos rectos, los cortan en partes iguales, y pasan por sus polos.

El Circulo maximo ABCD (fig. 13) corte

al Circulo BCD en angs. rectos: esto es el plano del Circulo ABCD sea perpendicular al Circulo BCD, y sea la linea BD la comun seccion de ellos, digo que la linea BD es diametro del Circulo BCD. sea F centro de la Esfera, y tirese la FG perpendicular à la BD.

Demostracion. El centro F de la Esfera està en el plano del Circulo maximo ABCD (prop. 6ª de este), como tambien el punto G con la recta BGD comun seccion de los 2 planos, y asimismo toda la linea FG està en el plano de dicho circulo maximo ABCD, por suponerse recto al plano BCD, y siendo por construccion FG perpendicular à la comun seccion BD, serà perpendicular al plano BCD, y (prop. 3) el punto G es centro del Circulo BCD, y BD su diametro, y los arcos BCD, BFD serán semicirculos, y tambien (prop. 8ª de este) los puntos A, y C son polos del Ci-

1

culo BCD. Esta proposicion es la misma si el Circulo BCD es maximo.

Proposicion 18 Theorema.

Los Circulos maximos, q.e cortan á otros Circulos no maximos en 2 partes iguales, se cortan en ang.os rectos.

El circulo maximo ABCD (Fig. 43) corte al Circulo menor BCD en dos partes iguales en los puntos B y D: digo q.e el plano ABCD es perpendicular al plano BCD: tirese la linea BD, q.e será el diametro del Circulo BCD, y el punto G medio de ella, su centro, por el qual, y el centro F de la Esfera tirese la FG.

Demostracion. El centro F de la Esfera está en el plano del Circulo maximo ABCD, como tambien el punto G con la BD comun seccion de los planos de los Circulos: luego toda la FG está en el plano del Circulo ABCD, y (prop.a 7.a) la FG es perpendicular al plano BCD: luego el plano

(prop. 18 Lib. 11 de Euclides) ABCD es perpendicular al plano BED.

Proposicion 15 Teorema.

Los Circulos maximos de la Esfera, que pasan por los polos de otro Circulo le dividen en 2 partes iguales.

El Circulo maximo ABCD (Fig. 13) pase por los polos A, y C del Circulo BED: digo que le divide en 2 partes igs en los puntos B, y D, y hace con el ang.s rectos: tirese la linea AC, que una los polos, y corte al plano BED en el punto G.

Demostracion. La linea AC tirada por los polos A, y C del Circulo BED es perpendicular á su plano (prop. 10) y el plano ABCD, que pasa por ella es perpendicular al plano BED, prop. 18 Lib. 11 de Euclid.) que es lo primero.

Tambien (prop.a 10 de este) la linea AC pasa por el centro del Circulo BED: luego el centro G está en la comun seccion, y la linea BGD será diametro: luego el Circulo BED está

cortado en 2 partes iguales en los puntos B, y D, que es lo segundo. Lo mismo se demuestra si el otro Circulo fuese maximo.

Corolario 1.ro Los Circulos maximos, que pasan por los polos de otros Circulos maximos, tambien estos 2.dos pasarán por los polos de los 1.ros y si los 1.ros pasan por los polos de los 2.dos serán perpendiculares, à ellos, y tambien si los 2.dos fuesen perpendiculares à los 1.ros pasarán por los polos de ellos.

Corol. 2.do En la Esfera los Circulos, q.e pasan por los polos de otro circulo son maximos, y la linea q.e junta los 2 polos pasa por el centro de la Esfera (prop. 1a) y si esta linea estuviese en el plano del Circulo, q.e pasa por cada uno de los polos, el centro de la Esfera estará en este plano, y (prop. 6a) el circulo será maximo.

Proposicion 16 Theorema.

La linea recta tirada del polo de un Circulo maximo à su circunfer.a es igual al lado del quadrado inscripto en qualq.r circulo

maximo de la Esfera.

Si por los polos D, y E (Fig 11) del Circulo ABCG pasa qualquier circulo AECD, y se tira la linea DE, q.e pase por dhos polos, cortarà al plano del Circulo ABCG en un punto F, y tirese por el la linea AFC.

Demostracion. La linea DF (prop. 10) es perpendicular al plano ABCG: luego el angulo DFC es recto, y F es centro del Circulo ABCG, y siendo este Circulo maximo, serà tambien F centro de la Esfera: asimismo el punto F es tambien centro del Circulo AECD (cor. 2.do prop. 15) luego en el circulo maximo AECD estàn los 2 diametros AC, DE, q.e se cortan en angs. rectos: luego la linea DC tirada del polo D del circulo maximo ABCG à su circunf.a es lado del quadrado inscripto en el.

Corolario. Los Circulos maximos distan de sus polos un quadrante de Circulo, porq.e siendo los

angulos en F.s rectos, los arcos AE, AD, DC, DE, serán ig.s: luego guadrantes.

Proposición 17 Theorema.

Los Circulos g.s en la Esfera distan de sus polos una linea ig.l al lado de un guadrado inscripto en un circulo maximo, son Circulos maximos.

El circulo ABC (fig. 15) diste de su polo D la linea AD ig.l al guad.o inscripto en un Circulo maximo de la Esfera: digo g.e el circulo ABC es circulo maximo: conciderese descripto el circulo ADC, g.e pase por el centro de la Esfera, y por la linea AD, este serà maximo, y contarà al circulo ABC en A, y C, por los guales tirese la linea AC, y tambien DC.

Demostracion. La linea AD es lado del guadrado inscripto en el circulo ADC por suposicion, y DC es su igual (Difin. 5a) luego AD, y DC son guadrantes, y ADC semicirculo: tambien AC

es diametro del Circulo maximo, y en ella está el centro del Circulo, como tambien de la Esfera, y asimismo está la linea AC en el plano del Circulo ABC: luego en este plano está el centro de la Esfera, y (prop. 6ª) es Circulo maximo.

Corolario. Los Circulos distan de sus polos un quadrante de Circulo maximo, q.do esta dist.a es ig.l al lado del quad.o inscripto en un circ.lo max.mo

Proposicion 18 Problema.

Dado un Circulo en la Esfera, hallar una linea recta ig.l à su diametro.

Sea dado el Circulo ABC: (fig. 16) tomense en su circunf.a quales q.ra 3 puntos A, B, C, y hagase el triangulo DFG, q.e tenga sus 3 lados ig.les à los 3 del ABC, y levantense las perpendiculares DH, GH à los lados DF, FG, y tirese la linea FH, digo q.e esta es igual al Diametro del Circulo ABC. Suponganse tirados el diametro BD, y las lineas CD, AD.

Demostracion. Los ang.s BAD, BCD son rectos por estar en los semicirculos: tambien los angulos FEH, FGH son rectos por construccion: luego si se considera puesto el triangulo ABC sobre el triangulo EDF, se ajustaràn por ser ig.s, y siendo los ang.s BCD, FGH rectos, la linea GH se ajustarà con la CD, como tambien las AD, EH: luego las lineas BD, FH se ajustan, y son iguales.

Proposicion 19 Problema.

Hallar una linea igual al Diametro de una Esfera dada.

Sea la Esfera ABCD (fig. 17): pidese hallar una linea igual à su Diametro. De qualquier punto A como Polo, y con qualquier intervalo descrivase el circulo BID, y hallese p.r la antecedente el diametro BD, y haciendo EG su igual, hagase sobre ella el triangulo EFG, que tenga los lados EF, FG. ig.s à la linea AB, con cuio intervalo se descrivio el Circulo BID, y à los lados FE, FG tirense las perpendiculares

GH, EH, q.e concurriràn en el punto H, y tirese la linea FH: digo q.e esta linea es igual al diametro de la Esfera. Considerese q.e pasa el Circulo ABCD por el polo A, y el centro de la Esfera, con lo q.e serà circulo maximo, y su centro el de la Esfera, y su diametro AC: tirense las lineas AB, AD, BC, DC.

Demostracion. Los angulos ADC, ABC en el semicirculo son rectos: el triangulo BAD tiene los lados ig.s à los del triangulo EFG: luego sobrepuesto el uno al otro triangulo, se ajustan, y tambien los angulos ADC, FGH, por ser rectos se ajustan: assimismo las lineas DC, GH como las BC, y EH: luego las lineas AC, y EH se ajustan, y por consig.te son iguales.

Proposicion 2o Problema.

Por qualesquiera 2 puntos señalados en la Esfera descrivir un Circulo maximo

Sean dados los 2 puntos A, y B (fig. 18) en la superficie de la Esfera: pidese se des-

cuya por ellos un circulo maximo. Halle-
se por la anteced.te el diametro CD de la Esf.
fera: divídase en 2 partes ig.s en E, levante-
se la perpendicular EF = CE, y tirese la linea
CF, q.e será lado del quadrado inscripto en un
circulo maximo, y descríbase el semicirculo
CFD; con el intervalo FC desde el punto A des-
críbase el circulo GHI, y desde B con el mis-
mo intervalo el KHL, q.e se cortarà en H, des-
de donde como polo con la dist.a FH, o, HB des-
críbase un circulo, q.e pasarà por los puntos A,
y B, y será maximo. Considerense las 2 linea
as AH, BH.

Demostracion. Las linea AH, BH son ig.s, luego
el circulo desde H descripto con guales q.e de ig.
tas 2 rectas pasarà por los puntos A y B, y si-
endo esta dist.a ig.l à la linea CF lado del qua-
drado inscripto en un circulo maximo de la Es-
fera, distarà el circulo AB de su polo H la dis-
tancia ig.l à dho quad.o luego es circulo max.mo

Proposición 21 Problema.

Hallar los polos de qualq.r Circulo de la Esfera

Supongase lo 1.ro q.e el circulo ABC (hip. 19) no sea maximo, de q.e se piden sus polos: señàlense en su circunf.a qualesq.ra 2 puntos B, y D: dividanse los Arcos BAD, BCD en 2 partes igs en A, y C, y por estos puntos descrivase por la anteced.te el Circulo AEcF, y dividiendo los arcos AFC, AEc, en 2 partes igs en los puntos E, F, digo q.e estos serán los polos del Circulo

Demostracion. Si à los arcos igs AB, AD, se àñaden los igs BC, DC, serán los arcos ABC, ADC igs, por lo q.e el Circulo ABCD està dividido en 2 partes igs en los puntos A, y C con el Circulo maximo AEcF: por lo q.e (prop. 14) pasa por los polos del otro: luego los puntos E, F distantes igualm.te del Circulo ABCD serán sus polos. Sea lo 2.do el Circulo maximo ABCD, cu-

ios polos se buscan: señalense en el qualesq.ra 2 puntos B, y D, dividanse en 2 partes igs los arcos BAD, BCD en los puntos A, y, C, y señalàn los arcos ABC, ADC igs, y semicirculos: dividase el semicirculo AGC por medio en G, y serà AG quadrante, desde G como polo con el mismo intervalo GA descrivase el circulo AECF, y dividase los arcos AEC, AFC en 2 pts igs en E, y F, digo q.e estos puntos son los polos q.e se piden.

Demostracion. El circulo AECF se ha descripto desde el polo G con el intervalo del quadrante GA: luego (Cor. prop. 17) es circulo maximo, y como el circulo maximo ABCD pase por su polo G, este tambien pasa por los polos del circulo ABCD (Cor. prop. 15) los quales polos son los puntos E, y F igualm.te distantes de los puntos A, y C.

Proposicion 22 Theorema.

Si una linea tirada del centro de la

Esfera divide à otra linea, q.e no pase p.r el centro en 2 ptes iguales, serà perpendicular à ella, y si es perpendicular à ella la divide en dos partes iguales.

Sea la recta AB (fig. 20) tirada del centro A de la Esfera, q.e divida à la CD, q.e no pasa por el centro en 2 ptes iguales en el pto B, digo q.e AB es perpendicular à CD. Considerese q.e pasa por las lineas AB, CD un plano, y formarà en la Esfera el circulo maximo CED, y serà su centro el centro A de la Esfera.

Demostracion. En el circulo CED la linea AB tirada del centro divide à la CD en 2 partes iguales: luego (prop. 3ª Lib. 3.º de Eucl.s) es perpendicular à ella, y si es perpendicular à ella la divide por medio.

Libro Segundo De los Elementos Esfericos de Theodosio.

Difinicion unica. Los Circulos en la Esfera se dicen tocarse mutuam.te q.do la comun seccion de sus planos tocare á cada uno de los Circulos.

Sean los Circulos AB, BC (fig.a 1a) de cuios planos prolongados sea la comun seccion la linea DE, á la qual toque cada uno de ellos, esto es, q.e los ang.s ABD, ABE, CBD, CBE sean rectos, entonces los Circulos dicen tocarse mutuam.te

Proposicion 1.ra Theorema.

Los Circulos paralelos en la Esfera tienen unos mismos polos.

Sean en la Esfera (fig.a 2da) los Circulos AB, CD, paralelos, esto es, q.e sus planos lo sean: digo q.e tienen unos mismos polos.

Sean E, F los polos del Circulo AB, digo, q.e

tambien son polos del circulo CD su paralelo: tirese la linea EF.

Demostracion. La linea tirada por los polos del circulo AB es perpendicular à su plano, y pasa por el centro de la Esfera (prop. 1ª. Lib. 1º de este): luego (Lib. 11 de Eucl.s) serà perpendicular al plano CD su paralelo, y como pase por el centro de la Esfera (prop. 8ª. Lib. 1ro) pasarà por los polos del circulo CD: luego los puntos E, F son tambien polos del circulo CD.

Proposicion 2.da Theorema.

Los circulos q.e tienen unos mismos polos son paralelos.

Los Circulos AB, CD (fig. 2da) tengan los mismos polos E, F, digo q.e sus planos son parel.s

Demostracion. La linea EF es perpendicular à cada uno de los planos de los Circulos (prop. 10 Lib. 1º) luego (prop. 14 Lib. 11 de Eucl.s) los planos de los circulos son paralelos.

Proposicion 3.ª Theorema.

Si un Circulo maximo pasa por los polos de qualesq.ra 2 circulos, q.e se encuentran en algun punto, se tocarán mutuam.te en el.

Los Circulos BC, BA (fig. 4ª) se encuentran en el punto B, y pase por sus polos el circulo maximo ABC: digo q.e los Circulos BC, BA se tocan mutuam.te en el punto B: esto es q.e la linea DE comun seccion de los planos BC, BA de los circulos es perpendicular á los diametros BC, BA.

Demostracion. El circulo maximo BAC se supone que pasa por los polos de los circulos BC, BA: luego (prop.to Lib.o 1º) los corta en 2 partes iguales, y en angulos rectos, y las comunes secciones de los circulos BC, BA, y el circulo BAC son sus diametros, y (prop.to 19. 11. d.s) la linea DE comun seccion de los planos BC, BA será perpendicular al plano del circulo BAC, y (def.n 3.ª X. 11. d.s) la linea DE será perpendicular á los diametros BC, BA: lue-

gp (Difin. de este) los Circulos BC, Bt se tocan en el punto B.

Proposición 4ª. Theorema.

Si dos Circulos se tocan en la Esfera, el Circulo maximo, g.e pasa por sus polos pasa tambien por el contacto.

Los Circulos ABC, DBd (fig. 3ª) se toquen en el punto B, y pase el circulo maximo gF (que en la figura se representa por linea recta) por los polos G, F: digo g.e este Circulo pasará p.r el contacto B: si se difiere g.e no pasa por el punto B, sino g.e corta al Circulo DBd en t, desde el polo G por el punto t, descrivase el circulo tK, g.e necesariam.te cortará al Circulo BtDd por estar descripto con mayor intervalo g.e el Circulo ABC.

Demostracion. A los Circulos DHd, tK corta la circunferencia del circulo maximo, que pasa por sus polos G, F: luego (prop. 3ª de este) se tocan mutuam.te en t, lo g.e es falso, p.r se cortan en dho punto: luego &.

Proposicion 5.ª Flexema.

Si dos Circulos se tocan en la Esfera, el circulo maximo descripto por los polos del uno, y p.r el contacto, pasará por los polos del otro.

Sea el circulo maximo AE (fig. 1.ª) descripto por el polo A del circulo CBD, y p.r el contacto B: digo q.e pasará por el polo E del circulo BGF; sino es asi, pase como ABH, y sea otro circulo maximo q.e pase por los polos H y E.

Demostracion. El circulo maximo AE descripto por los polos de los circulos tangentes, pasa tambien por el contacto B (prop. antecedente) luego 2 circulos maximos ABH, ABE se cortan en B, y A, y como se corten en 2 ptos iguales (prop.to 10 Lib. 1º de este) será el arco AB semicirculo, lo q.e es absurdo, p.s el circulo CBD no puede distar de su polo A un semicirculo luego

Proposicion 6.ª Flexema.

El circulo maximo, que toca á qualquier circulo toca á su igual, y paralelo.

El circulo maximo AB (fig. 5ª) toque al circulo AC en el punto A, y sean los polos del circulo AC los puntos D, E, p.r los quales, y el contacto A pase el circulo maximo ADBE, y desde el polo E con el intervalo EB descrivase el circulo BF: digo q.e este circulo es paralelo al circulo AC, y toca al circulo AB en el punto B, y q.e es igual al circulo AC. Frense las lineas AC, FB, q.e serán diametros de los circulos, porq.e (por la p. 15 Lib. 1.º de este) el circulo maximo ADBE divide los circulos AC, FB en 2 ptes ygs, pasando por sus polos.

Demostracion. Lo 1.ro Los Circulos AC, FB tienen los mismos polos (luego prop. 2.da de este) son paralelos.

Lo 2.do El circulo maximo ACBE pasa p.r los polos del circulo AC, y por el contacto A: luego pasa por los polos del circulo AB (por la ante.r) y por consig.te el circulo ACB pasa tambien p.r

los polos de los Circulos AB, BF: estos se juntan en el punto B: luego (prop. 3ª) los Circulos AB, BF se tocan.

Lo 3.ro Los Circulos maximos AB, ACBF se cortan en 2 ptes igs (prop. 11. Lib 1.º de este) luego será el arco ADB semicirculo, y tambien DCE: luego quitando el arco comun DCB, quedarán los arcos AD, BE igs, como tambien sus duplos los arcos ADC, BEF, y p.r consig.te serán tambien iguales las lineas AC, y BF; luego tambien los Circulos de quienes son diametros.

Corolario. Se sigue, q.e los puntos de los contactos A, B son diametralm.te opuestos, esto es q.e distan un semicirculo.

Proposicion 7.ª Theorema.

Si de dos Circulos igs, y paralelos en la Esfera, un Circulo maximo toca al uno, tambien tocará al otro.

Sean los dos Circulos AB, CD (fig. 6ª) iguales, y paralelos, y el circulo maximo AD

toque al Circulo AB, digo que tambien toca al Circulo CD su igual y paralelo; porque sino le toca, corte el Circulo maximo AD al Circulo HI igual, y paralelo al circulo AB en G: descrivase por los polos E, F de los circulos AB, HI, g.e se suponen igs, y paralelos, y tienen los mismos polos (prop. 2.da), y por el punto A del contacto el Circulo maximo ABDC, y pasará por los polos del Circulo maximo AD (propos. 5ta) y le cortará en D, por cuio punto desde el polo F descrivase el circulo DC.

Demostracion. El Circulo maximo ABDC pasa por los polos de los circulos AD, CD, y por el punto D donde se juntan, luego (prop. 3a) se tocan en dho punto, y suponiendo, g.e el circulo maximo AD toca al circulo AB, y por lo demostrado al circulo CD, serán (propos. 6a) los circulos AB, CD iguales, y paralelos; pero el circulo HI se supone igual, y paralelo al Circulo AB, luego los Circulos HI, CD son iguales, y paralelos, pero no pueden ser igs, pues el arco

IGH es mayor q.e el arco DNC.

Corolario. En la Esfera no puede haver mas que 2 circulos iguales, y paralelos, pues no pueden descrivirse encima, ni debajo de CD ning.n circulo ig.l y paralelo al Circulo AB.

Proposicion 8.a Theorema.

Un Circulo maximo obliquo á otro Circulo, toca á 2 circulos iguales entre si, y paralelos á dho Circulo.

Sea el Circulo maximo AD (fig.6.a) obliquo al Circulo HI, esto es q.e no sea perpendicular á el, ni le toque: digo q.e el Circulo AD toca á 2 Circulos ig.s entre si, y q.e son paralelos al Circulo HI. Pase el Circulo maximo ABIH por los polos de los Circulos AD, HI, y sean E, F polos del circulo HI: desde E con el intervalo EA, y desde F con el intervalo FD descrivanse los Circulos AB, CD, digo q.e estos Circulos son ig.s entre si, y paralelos al Circulo HI.

Demostracion. El Circulo maximo ABIH pasa p.r los polos E, F de los Circulos AB, CD, y del

Circulo AD: luego (prop. 3ª) el circulo AD toca á los circulos AB, CD, q.e serán (prop 6ª) iguales, y paralelos, y teniendo estos circulos por construccion los mismos polos, q.e el circulo HI, serán (prop. 2.da) entre si paralelos.

Proporcion 3ª Theorema.

Si 2 circulos en la Esfera se cortan mutuam.te el circulo maximo descripto por sus polos cortará sus segmentos en 2 partes ig.s

Los 2 circulos (Lib.o 7º) ABCD, BEDF cortense en la Esfera, y sea la comun seccion BD: digo q.e descripto el circulo maximo AECF, q.e pase por sus polos, cortará los segmentos BAD, BCD del circulo ABCD, y los BED, BFD, del circulo BEDF en dos p.tes ig.s en los p.tos A, C, E, F.

Demostracion. El circulo AECF pasa por los polos de los circulos ABCD, BEDF por su posicion: luego (prop. 15 Lib.o 2º) será perpendicular á sus planos, y los dividirá en dos partes ig.s, esto es

la comun seccion BD de los 2 Circulos es perpendicular à las comunes secciones AC, EF del circulo maximo AECF, y de los 2 circulos ABD, BEDF (prop.to 19 Lib.o 11 de Euclid.s) y divide à estos circulos en dos p.tes ig.s con las comunes secciones AC, EF, g.e por consig.te serán sus diametros: luego el diametro AC del circulo ABCD, g.e corta à la cuerda BD en ang.os rectos, la divide en G en dos p.tes ig.s, y siendo en los triangulos ABG, ADG los lados BG, DG ig.s, el lado AG comun, y los angulos en G rectos, las bases AB, AD, serán iguales; y los arcos AB, AD, de quienes son cuerdas. De la misma man.a se provarà que los arcos CB, CD: EB, ED: FB, FD, son iguales.

Proposicion 10 Theorema.

Si por los polos de dos Circulos paralelos se describen quales.q.a Circulos maximos, los arcos de los Circulos paralelos interceptos entre ellos

son semejantes, y los arcos de los Círculos maximos comprehendidos entre los paralelos son iguales.

Sean los Círculos (fig. 8ª) ABCD, EFGH, paralelos, los g.s (prop. 4ª) tienen unos mismos polos I, K: pasen por ellos dos, ó mas Círculos maximos IBKD, IAKC, digo g.s los arcos AB, EF: BC, FG & paralelos son semejantes, y los arcos AE, BF: CG, DH de los Círculos maximos entre los paralelos son iguales.

Demostracion. A Los Círculos ABCD, EFGH corta el Círculo maximo IAKC en dos partes iguales (prop. 15, lib. 1º) por g.s pasa por sus polos: luego los arcos ABC, EFG son semicírculos, y AC, EG diametros; por la misma razon las líneas BD, FH son diametros, y por consig.te los puntos L, M son centros, y siendo los planos ABCD, EFGH paralelos, las secciones AC, EG: BD, FH,

de los Circulos maximos con dhos planos, seràn paralelas (prop. 16, Lib. 11 de Euclid.s), y los ang.s ALB, EMF (prop. 10, Lib. 11 de Euclid.s) seràn iguales: luego el arco AB contiene los mismos grados, q.e el arco EF, por estar ambos constituidos en los Centros, y por consig.te semejantes.

Digo lo 2.do que siendo I polo del Circulo ABCD, los arcos IA, IB: IC, ID (Difin. 5.a) son ig.s: tambien I es polo del circulo EFGH, luego los arcos IE, IF: IG, IH son iguales, y quitando aquellos arcos de estos, quedaràn los residuos AE, BF: CG, DH, iguales.

Proposicion 11 Theorema.

Si en los diametros de 2 Circulos iguales insisten perpendicularm.te sobre sus planos 2 segm.tos de circulos iguales, y semejantes entre si, y se toman en dhos segmentos dos arcos iguales, q.e sean mayores, ò menores, q.e la mitad de ellos, y de los extremos de es-

los arcos se tiran 2 lineas á la circunf.ª del circulo iguales entre, si contarán arcos iguales.

Sobre los Diametros (fig. 9ª) AC, DF de los Circulos iguales insistan perpendicularmente sobre el plano de ellos los 2 segmentos iguales, y semejantes ABC, DEF, y tomense en ellos los arcos AB, DE iguales, q.e serán mayores, ó menores, q.e la mitad de dhos segm.tos y de los puntos B, y E caigan á las circunferencias de los Circulos las lineas iguales BM, EG: digo q.e los arcos AM, DG son iguales: tirense de los puntos B, E las perpendiculares BL, EK al plano del Circulo, que (Difin. 4 l. 11 Eu.) caerán en las comunes secciones, que son los diametros sobre q.e insisten los segmentos; tres casos pueden ocurrir, pues las perpendiculares pueden caer dentro del Circulo, fuera de él, ó en la misma circunf.ª caigan lo 1.ro dentro del circulo como en L,

y K: tirense las lineas LM, KG, y à los Centros las MI, GH, y las AB, DE.

Demostracion. Los segmentos ABC, DEF se suponen iguales, y semejantes, y los arcos AB, DE tambien iguales: luego los arcos restantes BC, EF seràn iguales, como tambien las lineas AB, DE, y los ang.s BAC, EDF tambien iguales, por insistir sobre iguales arcos BC, EF: luego los triangulos ABL, DEK, tienen los ang.s en L, y K rectos, los ang.s BAL, EDK iguales, y los lados AB, DE tambien ig.s, luego tendràn los demas lados iguales.

De la misma forma en los triangulos BML, EGK son los angulos en L, y K rectos: luego el quadrado de BM es igual à los quadrados de BL, y LM, y tambien el quadrado de EG es igual à los quadrados de EK, KG, y siendo los quadrados de BM, EG iguales, por suponerse las lineas, seràn los quadrados de

BL, LM iguales à los quadrados de ☐K, KG, de los quales si se quitan los quadrados de BL, ☐K demostrados iguales, quedarán los quadrados de LM, KG iḡs, tambien las lineas DH, AI son iguales, por ser semidiametros de Circulos iguales: luego quitadas de estos las lineas iguales AL, DK, quedarán las LI, KH iguales, y siendo en los triangulos LMI, KGH todos los lados iguales los unos à los otros, serán equiangulos, esto es los angulos LIM, KHG iguales, los quales como estan en el centro, serán los arcos AM, DG iguales.

Lo 2.do caigan (fig. 10) las perpendiculares ☐K, BL, fuera de los Circulos, y sean los arcos DQ, BA iḡs, como tambien las lineas DQ, BA, y el angulo DQF = BAC, p.r ser iguales los arcos, sobre q.e insisten, y tambien los residuos à 2 rectos ☐DK, BAL,

iguales, y los angulos en K, y L rectos: luego los triangulos DK, BAL son en todo iguales, y en los triangulos rectangulos DKG, BLM, las lineas DG, BM por suposicion suposicion son iguales, y las DK, BL provadas iguales: luego la KG serà igual a la LM, y siendo como queda demostrado KD=LA, si se añaden los semidiametros DH, AI iguales, seran KH, LI iguales; y en los triangulos KHG, LIM son sus 3 lados del uno iguales à los 3 del otro: luego el ang.o KHG es igual al ang.o LIM, como tambien los arcos KG, LM sobre g.es insisten.

Lo 3.ro Caigan las perpendiculares en las circunferencias, ò estremos del Diametro como AB, DC. (fig. 11)

Demostracion. Los Arcos BA, DC se suponen iguales, y las lineas BA, DC, luego en los triangulos rectang.s BAM, DCG, el quadrado

de BM es igual à los quadrados de BA, AM, y tambien el quad.º de DG igual à los quadrados de DD, DG, y como se supongan las lineas BM, DG iguales, lo serán tambien sus quadrados: luego los quadrados de BA, AM son iguales à los quadrados de AD, DG, y quitando los quadrados ig.s BA, DD, quedarà el quadrado de AM ig.l al de DG, y asimismo las lineas, y arcos AM, DG.

Proposicion 12 Theorema

Si segmentos de circulos iguales, y semej.tes insisten perpendicularm.te sobre los diametros de circulos iguales, y tanto de los segmentos, quanto de los circulos se cortan arcos ig.s, las lineas, q.e juntan estos arcos serán ig.s.

Esta proposicion es conversa de la antecedente. Sean los segm.tos iguales, y semejantes, q.e insistan perpendicularm.te sobre los diametros de circulos iguales ABC

DEF (fig.s 9, 10), y cortense en los segmentos los arcos AB, DE iguales, y en los circulos los arcos AM, DG, tambien iguales, digo q.e las lineas BM, EG son ig.s

Demostracion en el 1.ro y 2.do caso. Por suponerse los arcos AB, DE iguales, y tambien los segm.tos ABC, DEF iguales, y semejantes, seràn los arcos residuos BC, EF iguales, luego los ang.s BAC, EDF son iguales, tambien los arcos AM, DG en los circulos ig.s se suponen iguales: luego los residuos MC, GF son ig.s como los angulos MAC, GDE, q.e insisten sobre ellos: luego todo el angulo BAM es ig.l à todo el EDG, y siendo los arcos supuestos AB, AM ig.s à los arcos DE, DG, seràn tambien sus cuerdas: luego en los triang.s BAM, EDG, q.e tienen dos lados iguales à 2 lados, y los ang.s comprehendidos de ellos tambien iguales la base BM sera ig.l à la EG

Demostracion del 3.r Caso. Supuestos los arcos (fig. 11) AB, DE en los segm.tos y los arcos AM, DC en los circulos igs, los del uno á los del otro, serán las cuerdas de ellos tambien igs, y suponiendose las AB, DE perpendiculares sbre los diam.tros AC, DF, y assimismo al plano de los circulos, serán tambien perpendiculares á las lineas, AM DG (L.o 11 de Eucl.s) luego los triang.s BAM, EDG son rectang.s en A, y D, y tienen los lados q.e los comprehenden igs los del uno á los del otro, con q.e las bases BM, EG son iguales.

Proposicion 13 Theorema.

En los circulos maximos, que qualesq.ra paralelos uno los toca, y otros los cortan, son igs los arcos de estos circulos maximos intersecados por los paralelos, y los arcos de los paralelos intersecados por los circulos

maximos, cuias partes no concurren, serán semejantes.

Sean los Circulos maximos (fig. 42) ABCD, EBCF tangentes á un circulo AEGH en los puntos A, E, y G: corten los paralelos IKNO, PQTV en los puntos I, L, M, O; P, R, S, V. Los Circulos maximos concurren en B, y C, de suerte, q.e los arcos BRC, BSC son semicirculos, aunq.e no lo exprese la fig.xa y por tanto convendrá q.e los arcos BEC, BPC son los otros semicirculos: digo q.e los arcos de Circulos de Circulos maximos AI, AL, EM, EG interceptos entre los paralelos, son iguales, y tambien q.e los arcos contenidos entre los Circulos maximos, cuias partes no concurren, esto es los arcos IM, LG, PR, SV son semejantes entre si, y al arco AE. Por el polo N, y por los puntos A, E de los contactos descriuanse Circulos maximos.

Demostracion. Los Circulos maximos NAQ,

X & T, q.e pasan por el polo X, y por los puntos A, & de los Contactos, pasan tambien (prop. 5.a) por los polos de los Circulos maximos ABCD, & BCF, y (prop. 15, L.o 1.ro) los cortan en partes iguales, y en angulos rectos: por lo q.e los Semicirculos AY, & Z insisten perpendicularm.te sbre los diam.tros de los Circulos ABCD, & BCF, y los otros Semicirculos &x 4Z, AX 2Y conciviendolos q.e empiezan desde los contactos, y que dan buelta p.r la otra p.te insistiràn tambien p.r este otro lado perpendicularm.te sbre los diametros de los mismos Circulos: luego si se tiran las lineas XI, XG, que son iguales por la difinicion del Polo, tambien p.r la anteced.te seràn igs los arcos &G, AI: assimismo se demostrarà, que los arcos AP, & V son iguales, y como (propos. 9)

los arcos RΔV, PAS, y tambien IAL, MΔG seran cortados en 2 p.tes iguales por los Circulos maximos XAY, XΔZ, los arcos IA, AL, MΔ, ΔO, y los PA, AS, RΔ, ΔV serán iguales, que era lo primero.

Lo 2.do habiendose demostrado ser iguales los arcos IAL, MΔG, tambien lo serán sus cuerdas, las G.ª siendo tambien cuerdas en el Circulo IKNG, serán los arcos IKL, MNG asimismo iĝs, como tambien sus mitades MN, NG: añadiendo pues de una parte al arco KM el arco MN, y de la otra parte el arco igual IK, serán iguales los arcos IM, y KN, pero KN (coroll.o) es semejante al arco AΔ. luego tambien lo será IM. Lo mismo se demostrará de ΔG, PR, SV, que era lo segundo.

Proposición 11 Problema.

Dado un Circulo menor, y un punto en el describir un Circulo maximo, que toque a

dicho circulo en aquel punto.

Sea dado (fig. 13) el circulo menor AB, cuio polo sea C, pidese describir un circulo maximo, q.e toque al circulo menor AB en el punto A.

Por el punto A, y el polo C (prop. 2o Lib 1o) describase el circulo maximo ABD, y sea AD, igual al quadrante, y desde D como polo con el intervalo DA describase el circulo AE, digo q.e este circulo es maximo, y q.e toca al circulo AB en el punto dado A.

Demostracion. El circulo AE esta descripto con el intervalo del quad.te DA, luego (prop. 17. L.o 1o) es circulo maximo, y pasando el circulo maximo ABD por el polo C del circulo AB, y el polo D del circulo AE, se tocaràn estos circulos (pro. 3o) en el punto A.

Proposicion 15 Problema.

Por un punto dado entre 2 circulos iguales, y

paralelos describir un Circulo maximo, q.e sea tang.te á dhos Circulos.

Sean los Circulos A B, C D iguales, y paralelos, cuios polos comunes son los puntos E, F (fig. 18) pidese describir un Circulo maximo que pase por el punto G, y sea tang.te á dichos Circulos A B, C D

Por el polo E, y punto G dado describase (prop. 20. Lib. 1°) el circulo maximo E G F, y contenve B H, G K iq.s al quadrante, y del polo E con el intervalo E H describase el Circulo parelelo H I, y del punto G como polo con el intervalo G K describase el Circulo K L N, q.e necesariam.te cortará al paralelo H I, porq.e siendo B H quad.te A I tambien es quad.te y el Circulo K L N descripto desde G cortando al Circu-

lo HI en L, caerà la parte LN mas arriva del punto I: p.r el punto L, y el polo L descrivase (prop. 2o. L. 4o) el circulo maximo QMLT, y cortarà al parall.o AB en el punto M, y desde L como polo con el intervalo LM, q.e es quad.te describase el circulo maximo GMNV, q.e (prop 3a) tocarà al circulo AB, y à su ig.l y paralelo Q, y pasarà p.r el punto G.

Demostracion. El Circulo KLN esta descripto desde G con el intervalo GK igual al quadrante: tambien el arco ML es quadrante, siendo igual al arco BH (propos. 1o), que por construccion es quadrante: luego el circulo descripto desde L con el intervalo LM quad.te pasarà por el punto G. Aung.e sean muchos los Casos de esta propos.n no mudan la Demost.n

Proposicion 16 Theorema.

Si dos Circulos maximos cortan los lados de Circulos paralelos semejantes, si el un Circulo maximo pasa por los polos de dhos paralelos, pasarà tambien el otro, y si uno es tangente à uno de los paralelos, tambien lo serà el otro.

Sean 2 Circulos maximos ABC, DBC (fig 15) que corten en los paralelos AC, FGL semejantes arcos AD, FG, y pase el maximo ABC por el polo B de los Circulos paralelos, digo q. el otro maximo DBC pasa tambien por dicho polo. Si el punto B, donde concurren no es el polo, sealo el punto I, y por el, y el punto G devuivase el Circulo maximo IGH.

Demostracion. Los Circulos maximos AI, FGI,

pasando por el polo I cortan (prop. 10) los arcos At, Fg semejantes; pero los arcos AD, Fg se suponen semejantes: luego AD es semejante à At, lo que no puede ser por ser el uno parte del otro.

Lo 2.º Los Circulos maximos ABC, DEF (fig. 16) corten el arco AD del paralelo ADt, semejante al arco BE del otro, y sea el maximo ABC tang.te à dicho paralelo, digo q.e el maximo DEF es tambien tangente al mismo paralelo en el punto E, porque sino lo es cortese como DEt, y por el punto E descrivase un Circulo maximo tangente al paralelo BE en dicho punto, y este maximo no pasarà por el punto D, porque si pasa por el en este caso los arcos DE de los Circulos maxi-

mos DEH, DEF (prop. 11 L.o 1.ro) seran semicirculos, y siendo el arco AB igual al arco DE (prop. 13) seria AB tambien semicirculo: luego AC seria Circulo, y el punto A coincidiria con el punto C, que es imposible; luego por los puntos D, y E no puede pasar mas que un Circulo maximo, y este serà tangente al Circulo paralelo BE en E, como lo es el maximo ABC en B.

Lo 3.ro Los Circulos maximos (fig. 17) ABC, DEF. corten en los paralelos ADC, GHN los arcos semejantes AD, GH, y que dichos maximos no pasen por los polos de estos paralelos: el maximo ABC tocarà à otro paralelo BEL menor, que GHN (por-

que el maximo ABC es obliquo al Circulo GHN, y no pasa por sus polos, luego, prop. 8.ª, tocarà à otro paralelo menor como BCL en un punto B), y descrivase (prop. 15) un Circulo maximo tangente al Circulo BCL, que pase por el punto H, este Circulo coincidirà con el Circulo DCF, porq.e sino coincide sea el Circulo KHCI tangente al Circulo BCL, y que pasa por el punto H

Demostracion. Los Circulos KHCI, ABC, tangentes al Circulo BC cortan los arcos AK, GH, semejantes (prop. 13) p.º AD se supone semejante à GH: luego AK, y AD son semejant.s la parte à su todo, lo que no puede ser, y el Circulo que pasa por el punto H es tang.te

al Circulo BEL, coincide, y es el mismo Circulo maximo DEF.

Proposicion 17 Theorema

Los Circulos paralelos à un Circulo maximo, que cortan iguales arcos de otro maximo, son iguales, y aquel es Circulo mayor, entre quien, y el maximo su paralelo son los arcos del maximo, que los corta menores.

Sean los Circulos menores (fig. 18) AB, CD paralelos al Circulo maximo EF, y pase lo 4.to el Circulo maximo GEMF por los polos G, M de los paralelos, cortando estos los arcos AE, EC de Circulo maximo iguales, digo que los Circulos AB, CD, son iguales.

Demostracion. El circulo maximo GℓMF pasando por los polos G, M de los paralelos los divide en dos partes iguales, y en angulos rectos (prop. 15. Lib. 1^10) luego las lineas AB, ℓF, cD son diametros, y comunes secciones de los planos de dichos paralelos con el plano del maximo GℓMF, las que son paralelas (propos. 16 Lib. 11 Euclid^s), y siendo por suposicion los Arcos Aℓ, ℓc iguales, como tambien los arcos BF, FD (prop. 10) luego los arcos de circulo maximo residuos AGB, cMD al semicirculo seran iguales, y los angulos AtB, ctD, de quienes son medida, seràn tambien iguales: luego en los triangulos AtB, ctD son los lados At, Bt iguales à los la-

dos Ct, Dt por ser radios, y los angulos en t comprehendidos de dhos lados, iguales: luego las bases AB, CD, serán iguales, las que siendo Diametros, serán los Circulos de ellos iguales.

Lo 2.do Sean los Circulos (fig. 13) AB, IL, paralelos al maximo EF, y sea el arco AE mayor, q.e el arco BI, digo que el Circulo AB es menor, q.e el Circulo IL.

Demostracion. Los arcos EI, FL son iguales, y menores, que los arcos AE, BF tambien iguales, luego el arco residuo al semicirculo IML, será mayor, que el arco AGB residuo al semicirculo EGF, y el angulo IHL será mayor que el angulo AHB, de quien son

medida, y siendo en los Triangulos YHL, AHB, los lados AH, HB, YH, HL iguales, y los angulos comprehendidos desiguales será la base YL ⊅ AB, y siendo estos diametros, será el Circulo IL tambien may.r q.e el Circulo AB.

Digo lo 3.ro No pase el Circulo maximo KLNO por los polos G, H de los Circulos paralelos AB, CD, y del maximo ∠F. si los arcos ∠L, LM del Circulo maximo KLNO son iguales, los Circulos AB, CD son iguales.

Por los Polos G, H de los paralelos, y los del Circulo maximo KLNO descivase el Circulo maximo G∠HF.

Demostracion. El Circulo maximo G∠HF pasa por los polos de los maximos KLNO, ∠F. luego los polos de aquel estan en los

Circulos KLNO, &c.ª (prop. 15 Lib. 1.ro), y seràn los puntos L, O de Concurso, con que LK, LN son quadrantes, y quitados de estos LP, LM supuestos iguales, quedaràn los arcos residuos PK, MN iguales. Tambien son iguales los arcos GK, HN, y siendo el circulo KGFN perpendicular sobre el diametro KN del Circulo KLNO, en quien son los arcos GK, HN iguales, y los arcos KP, MN, tambien iguales, si se consideran tiradas las lineas GP, HM estas (prop. 12) seràn iguales, y como estas lineas sean tiradas de los polos à los Circulos, estos seràn iguales.

Pero si el arco LM fuere menor, que el arco LP, restaria el arco KP menor, que MN, y por consig.te la linea GP < HM, y el

Circulo AB descripto con menor intervalo será menor que el circulo CD descripto con intervalo mayor.

Proposicion 18 Theorema

Los Arcos del Circulo maximo comprehendidos entre 2 paralelos iguales, y un Circulo maximo son iguales.

Sean los Circulos (fig 20) AB, CD iguales, y paralelos al circulo maximo EF, dico que los arcos AE, CE son iguales: sino lo son sea AE mayor que EC, y será el circulo AB (por p. antecedte) menor q.e el circulo CD, que es contra lo supuesto. Lo mismo se pueba con los arcos PL, LM.

Proposicion 19 Theorema

Los Circulos maximos, que no pasan por los Polos de los Circulos menores los divide

en partes desiguales, y serán mayores los segmentos de los paralelos correspondientes al vecino Polo.

El circulo maximo (fig. 24) ABCO corte á los paralelos DE, FG, y no pase por sus polos H, M; digo que los corta en partes desiguales. Descríbase por los polos H, M, el circulo maximo HBMO.

Demostracion. El circulo maximo HBMO corta á los paralelos DE, FG (prop. 15 Lib. 1º) en dos partes iguales, esto es que los arcos pDE, IFN son semicirculos: luego los arcos KDL, LFS son mayores que el semicirculo, y estan á la parte de los polos H, y M vecinos.

Proposicion 2a Teorema.

Los Circulos maximos, que no pasan por

los polos de los paralelos los cortan con mayor desigualdad, quanto mas vecinos de sus polos.

El circulo maximo (fig. 22) ABQ no pase por los polos E, F de los paralelos, digo que con mayor desigualdad corta al paralelo QO mas vecino al polo E, que al paralelo LM: por los polos E, F descrivanse los circulos maximos EBFQ, ELFM, y por los puntos B, y Q donde se cortan los circulos maximos ABCQ, EBCQ, descrivase el Paralelo LBMQ.

Demostracion. Los arcos IO, BM son semejantes (prop. 10) y tambien los arcos KO, QM, luego todo el arco IOK es semejante á todo el arco BMQ, y siendo el arco GOH, mayor que el arco IOK, tambien será mayor, q.e su semejante BMQ. De la misma forma

se demuestra, que el arco GOH es mayor q.e el q.e corta el Circulo maximo ABCD en otro paralelo mas cerca del Polo.

Proposicion 21 Theorema

En Esferas iguales 2 Circulos de la una tendràn menos inclinacion, q.e 2 circulos de la otra q.do la dist.a de los polos de los Circulos de la 1.ra sea men.r q.e la dist.a de los polos de los Circulos de la 2.da y la ig.l dist.a de los polos produce igual inclinacion.

Sean en las Esferas (fig.s 23) ig.s ABCD, EFGH los Circulos BADC, FEHG inclinad.s à los Circul.s BID, FKH, digo q.e si la dist.a de los polos del Circulo BADC à los del circ.o BID fuere men.r q.e la dist.a de los polos del Circulo FEGH à los polos del Circulo FKH, tendràn aquellos Circulos menos inclinacion, que estos

esto es, q.e la inclinacion de los planos de los Circulos BADC, BYD serà menor que la inclinacion de los planos de los Circulos FQHG, FKH.

De los puntos B, y F comunes intersecciones de los Circulos con el intervalo ig.l al quad.te descriuanse los Circulos ALC, QNG, q.e serán maximos, y como los Circulos BADC, BYD pasen p.r el polo B del Circulo ALC, asimismo este (Cor. prop. 15. Lib. 4.to) pasa por los polos de los otros: lo mismo en la otra Esfera: Sean pues L, N los polos de los Circulos BADC, FQHG, y M, O, serán polos de los Circulos BYD, FKH, y de los centros P, Q tirense las lineas PL y QK.

Demostracion. Los Circulos BACD, BED, que pasan por los polos B, D del circulo AEC, son perpendiculares à el (prop. 13 Lib. 1.mo) y serà la comun seccion BD (prop. 19 Lib. 11 Euclides) à el tambien perpendicular, y los angulos BPA, BPY serán rectos, y el ang.o APY (Dif. 6.a L.o 11. Euc.) serà la inclinacion de los planos ABDC, BYD: por la misma razon el angulo FKQ es la inclinacion de los planos FHG, PKH, y como estos angulos estarán formados en los centros, P, Q, de la Esfera, serán sus medidas los arcos de Circulo maximo, AY, FK, y siendo los arcos MY, LA quadrantes, si se quitan el arco comun YL, quedarà el arco AL inclinacion de los planos igual al Arco LM &c.

tancia del polo L del Circulo BAD&, al polo M del Circulo BYD: por la misma razon &K inclinacion de los planos de los Circulos F&G, H, es igual à NO distancia del Polo, y suponiendose LM dist.ª de los Polos de dichos Circulos, menor que NO distancia de los dos, sera el angulo APY, ò arco AI inclinacion de los primeros, menor que el angulo &&K, ò arco &K inclinacion de los 2.dos Luego si el Arco LM fuere igual al arco N, los angº. de inclinacion serian iguales.

Corolario. Siguese de aqui, que si del punto de la interseccion de dos Circulos maximos como Polo, se describe un Circulo maximo, el arco de este Circulo comprehen-

dido entre dhos Circulos será la medida de la inclinacion de los Circulos BADC, BID. Quando se dice el angulo, q.e comprehenden dos Circulos en la Esfera, se entiende q.e el ang.o de la inclinacion de sus planos.

Lema 1.mo

Si de un punto q.e no sea polo de un Circulo se tiran lineas á su circunf.a será la mas breve la q.e toca á la linea, q.e passa por su centro, y por el punto, en q.e cae la perpendicular sobre el plano de dho Circulo.

Sea el circulo (fig. 25) ACN, y del punto B, q.e no es polo caigan á su circunferencia las lineas BR, BM, BN, BC, y del punto B tirese la perpendicular BK, y la linea AKDC, que passe por el centro D, y punto K en que cae la

perpendiculares, digo que la BA es la minima, BC la maxima, y BN mayor q.e BM.

Demostracion. No siendo el punto B polo del circulo ACN, el punto K no serà centro de el, luego (prop. 7.a L.o 3.o Euclid.) la linea AK es la menor, y la KC la mayor de todas las tiradas de aquel punto à la circunferencia, y KN > KM, y lo mismo sus quadrados, y añadiendoles el quadrado de BK serán los quadrados de BK, KC los maximos, y los quadrados de BK, KN mayores q.e los quadrados de BK, KM, y los quadrados de BK, KA los minimos, y siendo el quadrado de BC igual à los quadrados de BK, KC, y el quad.o de BN ig.? à los quadrados BK, KN, y el de BM à los

de BK, KM, y el de BA igual á los de BK, KA, luego el quadrado de BC, es el maximo, el de BA el minimo, y el de BN mayor q.e el de BM, como tambien sus lineas.

Puede suceder q.e la perpendicular BK caiga en la periferia, ó fuera, y en este caso se demostrará por la prop 8.a Lib. 3.o de Euclides con el mismo methodo.

Lema 2.do

Si de qualquier punto, q.e no sea polo de un circulo salen á su periferia quales q.a arcos de circulos maximos, el mayor es el que pasa por sus polos, y el mas proximo á este es mayor q.e el mas apartado.

Sea G, F (fig. 25) polos del circulo BCDE, y del punto A, q.e no es su polo salgan los arcos de circulos maximos AC, AD, y el ar-

culo maximo AGdB, q.e pase por los polos, digo q.e AGd es el maximo, AD > AC, y AB el minimo.

Demostracion. El circulo AGd pasa por los polos del circulo BCd, y (prop. 15. lib. 1.to) le corta en 2 partes iguales, y angulos rectos: luego Bd serà diametro, y el segmento BGd insiste perpendicularmente sobre el diametro Bd del circulo BCd, y como el punto A no sea polo el arco BA no serà la mitad del segmento BGd, y siendo por el Lema antecedente la linea Ad la maxima, la AD > AC, y la AB la minima, tambien los arcos de quien son cuerdas tendràn la misma razon luego &.

Proposicion 22 Theorema

Si en la esfera un circulo maximo toca

á un Circulo menor, y en el mismo Hemisferio corta á otro Circulo menor su paralelo, de forma q.e el polo del Circulo maximo sea entre los 2 circulos menores, los circulos maximos, q.e fueren tang.tes al mayor paralelo serán inclinados al Circulo maximo primero; de suerte q.e el circulo, q.e fuere tang.te en el punto de la mitad del menor segm.to de los q.e forma la seccion del Circulo maximo primo. en el mayor paralelo, será inclinado á dho Circulo maximo, q.e el Circulo tang.te al dho paralelo mayor en el punto de la mitad del segmento mayor. Y los Circulos maximos tang.tes al referido mayor paralelo, serán mas inclinados al Circulo ma-

ximo primº. gº. mas apartados de los polos de este estuvieren los puntos del contacto.

El circulo maximo (fig. 26) ABCD toque al paralelo AEF, y corte al paralelo ABGD descripto en el mismo hemisferio, de forma, que el polo L del circulo maximo ABCD esté entre los 2 paralelos, y sean otros circulos maximos tangtes al mayor paralelo ABGD en los puntos H, I, K, G, y sea el punto H la mitad del segmento menor BHD, y el punto G la mitad del segmº. BGD mayor, digo gº. los circulos maximos tangtes al paralelo ABGD son inclinados al maximo ABCD, y que el circulo tangte. en H es el gº. tiene el menor angº. de inclinacion, y gº. el tangente en G es el de mayor angº. de inclinacion.

y de los otros el q.e tiene menor angulo de inclinacion es el tangente en el punto mas vecino al punto H, y q.e los polos de todos estos circulos tangentes estan en un circulo menor q.e el circulo AFL su paralelo.

Por el punto L polo del circulo ABCD, y por el contacto A tirese el circulo maximo AEC, el q.e (prop. 5.a) pasarà por el punto P polo del circulo AFL, el qual punto tambien es polo del circulo HBG en quien quedan cortados en partes iguales por el circulo maximo AEC los segmentos BHD, BGD en los puntos H, y G.

Demostracion. El punto L es polo del Circulo maximo ABCD, con que LA es quadr.te tambien los polos del circulo maximo tan-

gente en el punto G estan en el Circulo ACC, como en Q, de suerte que CQ es quadrante: luego deve caer dentro del Circulo AFC, y como el arco KM dede el punto K, en q.e toca el otro maximo al mayor paralelo HBGD, hasta su polo es quadrante, estos polos, estan en un Circulo menor q.e el tangente AFC, porq.e quitando los arcos ig.s GP, KP de los quadrantes GQ, KM quedaràn los arcos PM, PQ iguales hasta los polos: luego los polos de los Circulos maximos tangentes en P, y K estan en un Circulo menor descripto del punto P como polo. Lo mismo se prueva de los demas maximos tangentes al paralelo mayor ABGD. Conque el maximo tan-

gente en H tendrà su polo en V, y el tang.te en I lo tendrà en N.

El polo L del circulo maximo ABCD se ha supuesto, q.e està entre los 2 paralelos HBG, AFE, y siendo P polo de dhos circulos paralelos, y del paralelo QMNV, luego de los arcos de circulo maximo, que salen del punto L à la circunfer.a del paralelo QMNV (por el Lema antecedente) serà el arco LQ el maximo, y el arco LV el minimo, y el que pase de L à M mayor que el de L à N, y siendo el arco LQ la dist.a de los polos del maximo ABCD, y del circulo tangente en K mayor que el del tangente en I, y el del circulo tangente en H serà el menor de todos, y por consiguiente los

Círculos tangentes en puntos mas vecinos al punto H, tendrán sus angulos de inclinacion menores, que los tangentes en puntos mas apartados de el, pues la dist.ª de los polos de los primeros al punto L será menor que la dist.ª de los polos de los otros.

Proposicion 23 Theorema

En la suposicion de la proposicion antecedente, si los arcos de los Círculos tangentes interceptos entre los contactos, y nodos fueren iguales, serán semejantem.te inclinados.

Sea el Círculo (fig. 27) ABCL, cuio polo es L, y toquele el Círculo menor XAV en el punto A, y cortele su paralelo HBGD descripto en el mismo hemisferio, y esté asimismo el polo L entre los demas paralelos: to-

quen al paralelo mayor HBGD dos circulos maximos OMS, YNL en los puntos M, N, que cortarán al circulo ABCD en los puntos O, Y, que se llaman Nódos, y sean los arcos MO, NY: digo que los circulos OMS, YNL son semejantemente inclinados al circulo ABCD. Descríbase el circulo HPdC, (aunque en la figura es linea recta) por los polos d, y P, que pasará por el contacto A (prop 1ª) tiende tambien los arcos del circulo maximo PM, PN del polo d a los contactos, y pasarán (prop 6ª) por los polos de los circulos tangentes OMS, YNL, y los cortará en angulos rectos. Demuestro, pues, que los arcos GM, GN son iguales, pues en este supuesto serán semejantem.te inclinad.os propo-

sicion antecedente.

Demostracion. Si se consideran los arcos MP, NP prolongados hasta el semicirculo, hacia las partes V, X, incidirán sobre los diametros de los Circulos tangentes OMS, YNL, y siendo P polo del Circulo menor HBGD, los arcos PM, PN no serán quadrantes: luego P no es el polo de los Circulos tangentes en M, y N, y suponiendose los arcos MY, MO, iguales, serán (prop. 12) las lineas PO, PY tambien iguales: luego el Circulo descripto desde P como polo por el punto O, pasará por Y, como el Circulo OKY, y será paralelo al Circulo HBGD, y el Circulo maximo HEC dividirá los segmentos BHD, BGD en dos partes iguales en los puntos H, G como tambien OKY en

el punto K. (prop. 9), y semejantemente los Circulos XT, VR, que pasan por los polos de los circulos tang.tes YNL, OMS, y del polo P del circulo OKY, LNY, LTY, en dos partes iguales en N, y T. y tambien los arcos OMS, ORS quedan divididos por medio en M, y R; y suponiendose los arcos NY, OM distancia de los Nodos al Contacto, iguales, serán los arcos dobles YNL, OMS iguales, y sus lineas subtensas OS, LY tambien iguales, y siendo estas, subtensas igualmente de los arcos YTL, ORS, serán estos iguales, como tambien sus mitades TL, RS, y quitando de los iguales arcos YL, OS los arcos iguales YK, OK, quedarán los residuos LK, SK iguales: asimis-

mo si de las mitades iguales TL, RS, se quitan los iguales LK, SK, quedarán iguales los arcos TK, RK, y siendo (propos. 10) los arcos GN, GM semejantes á los arcos TK, RK iguales, serán tambien los arcos NG, MG iguales, luego (proposicion antecedente) los círculos tangentes en los puntos N, y M, serán semejantemente inclinados.

Libro 3.ro De los Elementos Geometricos de Theodosio

Proposicion 1.ra Theorema.

Si un segmento de circulo insiste perpendicularmente sobre una linea, que no sea diametro de otro circulo, y de un punto, que no sea en la mitad del segmento se tiran lineas á la parte mayor de la circunferencia del circulo, será la menor la que es subtensa del menor arco, y crecen hasta la tirada al estremo del diametro, que pasa p.r el punto, en que cae la perpendicular del punto tomado en el segmento, y decrecen hasta llegar á la linea que sostiene menor arco.

Sobre la linea AB (fig.a 1.ra) que

no es diametro del Circulo AIBC insista perpendicularm.te el segm.to de circulo AEB, en q.n se tome el punto E, q.e no sea la mitad, del qual à la mayor parte de la circunferencia del Circulo ACB se tiran lineas: digo que serà EA la menor, y EC tirada al extremo del Diametro, q.e pasa por el punto F, en que cae la perpendicular EF del punto E, serà la maxima, y q.e crecen dhas lineas del punto A hasta el punto C, y desde este menguan hasta el punto B. Descrivase por los puntos I, E, C el segmento de circulo IEC, que insistirà perpendicular sobre el diametro IC con la linea EF (prop. 18. L. 11 Euclid.s

Demostracion Por el Lema 1.ro la linea EC es la maxima, que se puede tirar desde E

á la circunf.a del circulo ACBI, y la mas proxima á esta es mayor q.e la mas apartada, y van decreciendo hasta el punto A, y si se prosigue menguaria hasta I, en donde la linea ∢I es la minima.

Proposicion 2.da Teorema

Si un segmento de circulo invista sobre una linea recta tirada en un circulo, y este dicho segmento inclinado á la parte del circulo, cuio segmento no sea mayor que el semicirculo, será lo mismo q.e en la proposicion antecedente.

El segmento AFB (Fig. 2.a) invista sobre la linea AB tirada en el circulo ABCD, y sea inclinado á la parte del segmento AOB, que no es mayor q.e el semicirculo, y la recta FG tirada del punto F, que no esté en

la mitad del segmento AFB perpendicular sobre el plano del Circulo, caiga en el menor segmento AOB como en G, pasando el diametro DGO por el punto G, digo que si del punto F tomado en el segmento, se tiran lineas à la mayor parte de la Circunf.ª del Circulo ADB, será la FB la minima, y FD la maxima. Pase por los puntos O, F, D. el segmento de Circulo OFD, que pasará tambien por la perpendicular FG, y por consig.te será perpendicular ABCD sobre su diametro DO.

Demostracion. La linea FD es la maxima (Lema 1.º Li. 2.º) y la FO la minima: luego en el mayor segm.to ADB del Circulo la FB es la minima, y la tirada à su

periferia mas proxima al punto Dg mayor q.e la mar apartada.

Proposicion 3.za Theorema

Si 2 circulos maximos se cortan mutuam.te y desde la comun seccion en cada circulo se toman arcos iguales, las lineas, q.e juntan los estremos de los arcos tomados iguales, serán iguales.

Sean los circulos maximos (fig. 3.za) AgB, CgD, q.e mutuam.te se cortan en el punto g, tomense los arcos iguales gA, gB, y gF = gG: digo q.e las lineas AF, GB son iguales, y tambien las AG, FB cada una à su opuesta. Del punto g como polo con el intervalo gA del mayor tuco

descubrirse el circulo ACBD, y pasará p.r el punto B por suponerse iguales los arcos CE, CB.

Demostracion. Los circulos ADB, CED pasan por el polo E del circulo ACBD, luego (prop. 15. L. 4°) se cortan en partes iguales, y son perpendiculares sobre el diametro del circulo, con q.e serán ADB, DBC semicirculos, é ig.s y quitando el comun DB, quedará el arco AD ig.l al arco BC, y como el segmento CED insiste perpendicular sobre el diametro del circulo ACBD, y se han tomado los puntos F, G igualm.te distant.s de la comun seccion E, serán los arcos FD, GC iguales por ser residuos de los iguales ED, EC dis-

tancia del circulo à sus polos: tambien los arcos AD, BC se han provado iguales. luego (prop. 12. l. 2do) las lineas AF, GB. son iguales. Por la misma razon son las lineas GA, FB iguales.

Lema

Si del medio de la subtensa de qualq.r arco se toman 2 puntos igualm.te distantes, por los quales se tiran 2 paralelas, y la una de estas prolongada se junte con la perpendicular tirada del medio de la cuerda prolongada: la otra (perpendicular) paralela no se juntarà con la perpendicular, y la que se junta contarà menor arco que la otra.

Sea la linea AC (fig. 1ª) cuerda del arco ABC dividida por medio en D, tomense las lineas DC, DF iguales, y tirense las paralelas CG, FH, de las quales la CG prolongada llegue á concurrir con la perpendicular DB tambien prolongada, con quien no concurrirà la FH, digo q.e el arco GB < BH.

Demostracion. Si se tiran las perpendiculares CK, FI, estas serán iguales por distar igualm.te del centro D: luego siendo paralelas, serán tambien las KI, CF iguales, y paralelas, y la linea DB, q.e es perpendicular à AC, lo serà tambien à la KI su paralela, á la q.e divide por medio, por consig.te KB, BI son iguales, y BG q.e es me-

nor q.e la mitad BK, será menor que BH, q.e es mayor q.e la mitad BI.

Proposición 1.ª Theorema

Si de la Comun seccion de un Circulo maximo con otro maximo se toman 2 puntos igualm.te distantes, por los quales pasen 2 planos paralelos, que corten al otro Circulo en menor distancia de la comun seccion, y el un plano concurre con la comun seccion alargada, y el otro no: digo que aquel plano, que concurrirá cortará menor arco.

Los Circulos maximos (fig.a 5.ª) ABC, DBE. contienen mutuamente en el punto B, y en el un circulo contiene 2 arcos iguales AB, BC, y por los puntos A, C pasen los planos AFK, HGC paralelos, los q.e

(prop. 1ª Lib. 1º) en la Esfera seràn Circulos, que corta al otro Circulo en los puntos F, y G, de forma que los arcos FB, GB sean menores q.e AB, BC; con que del punto B como polo con el intervalo BA, descripto el Circulo AKCH, no llegarà à los puntos F, G y como los circulos ABC, CBD pasen por el polo B del Circulo AKCH, se dividiràn en 2 partes iguales, y seràn las comunes intersecciones AC, CD diametros, que pasan p.r el centro L, y la linea LB serà perpendicular al plano del Circulo AKCH: digo pues, que si el plano AFK concurre con la linea LB alargada hasta O serà el arco FB < BG.

Demostracion El plano AFK se supone concurrir con la linea LO en el punto O, conque el punto O está en el plano AFK y tambien en el plano DBE: luego está en la comun seccion de estos planos esto es en la linea MF, y como el plano HGC no concurra con la linea LO, tampoco NG concurrirà con ella, y viendo en los triangulos AML, LCN los angulos en M, y N iguales por alternos, y los angulos en L tambien por verticales, y los lados AL, LC radios iguales, serán los lados ML, LN iguales, luego Lema antecedente el arco FB < BG.

Proposicion 5.ª Theorema.

Si en la Circunf.ª de un circulo maxi-

mo se toman arcos iguales, y por un punto q.e no estè en su periferia, ni que sea su polo, se descrive un Circulo maximo perpendicular à el, y desde dho punto como polo se descriven por las extremidades de los arcos tomados, circulos paralelos, cortaràn desiguales arcos en el ultimo Circulo maximo.

En la circunf.a del circulo maximo (fig. 6.a) ADB tomense los arcos iguales ED, DC, y por el punto F, q.e no estè en su circunf.a ni es su polo, descrivase el circulo maximo FKB perpendicular al ADB, y del punto F como polo descrivanse los paralelos GEL, ADQ, ICP, por los puntos E, D, C, de los arcos tomados iguales, que todos estan en un mismo Emisferio: y tambien des-

cirvase el maximo KNR paralelo à el-
los, digo que cada paralelo corta en el cir-
culo FKB, que pasa por el polo F los arcos gH,
HI desiguales, de forma g.e el arco HI mas
cercano al Circulo maximo KNR es mayor
que el arco gH mas apartado. Por el punto
D medio de los arcos, y por el polo F pase
el circulo maximo FDO.

Demostracion. Los 2 Circulos maximos ADB,
FDO se cortan, y como se han tomado arcos
iguales CD, DC, y por los puntos C, y C pa-
san los planos paralelos de los Circulos
gCL, ICP, considerando tirada de la in-
terseccion D al centro de la Esfera la linea
DS concurrirà con ella el plano gCL, pe-
ro no el plano ICP, y serà (por p. 4.a) el ar-

co MD menor que el arco DX, y siendo MD igual GH, y DX=HI (prop. 10 Lib 2do) serà el arco GH<HI.

Corolario. De aqui se infiere la razon porque el Sol cerca de los Solsticios à arcos iguales de Ecliptica le corresponden menos declinacion, que à los arcos iguales cerca de los Equinocios.

Proposicion 6ª Theorema

Si en la circunfª de un circulo maximo se toman arcos iguales, y por un punto que no sea su polo se hacen pasar por la extremidad de estos, arcos de circulos maximos, cortaràn desiguales arcos en un circulo maximo, cuio polo es el punto tomado, y serà el mayor arco el q. provinie-

re del arco mas vecino al polo.

En la circunf.a del circulo maximo AB (fig.ta) tomense los arcos iguales DI, DC, y por el punto D que no sea polo de el descrivanse los circulos maximos DIG, DDF, DCL, q.e pasen por los puntos I, D, C en un mismo hemisferio: digo q.e el arco GF, q.e proviene del arco DY mas proximo al polo es mayor que el arco FL. Por los puntos I, D, C, descrivanse los paralelos RX, QD, PC del polo E, y (prop.o antecedente) el arco RQ serà menor que QP, contense pues QS = QR, y descrivase el paralelo SO.

Demostracion Los arcos DX, DV son iguales a los arcos QR, QS, y DI, DC se suponen igu

luego si se tiran las lineas XI, VC serán prop. 3ª) iguales: Tambien como la circunf.ª del circulo maximo LL pase por el polo L del paralelo SO: este insiste perpendicular al circulo maximo LL sobre una linea menor q.e el diametro del circulo maximo p.r ex SO circulo menor: luego (prop.t 1.ra la linea VO es menor que VC, y menor que su igual IX: por consig.te la linea mayor IX cortará en el circulo menor RX mayor segmento de circulo q.e la linea VO, y siendo (prop.to L. 2.do) los arcos IX, q.te semejantes, como tambien VO, FL, el arco q.te es mayor q.e FL, y sus semejantes.

Proposicion 7.ª Theorema.

Si un circulo maximo toca á un circulo menor, y á este su paralelo lo corta, y por

el punto de esta seccion pasa un circulo maximo tangente al paralelo mayor, y se toman en este maximo arcos ig.s desde un punto, y q.e estos arcos esten en un mismo Emisferio, descripto por los extremos de ellos circulos paralelos, cortaràn en el primer maximo tangente arcos desiguales, y el m.s vecino al polo serà el menor.

El circulo maximo (fig. 8.a) ANC toque al circulo menor AME, y corte à su paralelo mayor FG en el punto F, por el qual descrivase el maximo FIC tangente al paralelo FG, y tomense del punto I en el maximo FIC los arcos iguales IK, IH. digo que si por los puntos K, I, H se descriven los paralelos RO, QI, NL, cortaràn en el maximo ANC el arco RQ mas vecino al polo

menor, g.c QN. Por el punto I descrivaro el Circulo IM tangente al circulo menor AMC, y por el punto P, y el punto I pase el maxi. mo PY.

Demostracion. Por el polo P de los paralelos RS, NH pase el Circulo maximo PY que será (prop. 15. Lib. 11o) perpendicular al plano de dichos Circulos: luego (Lema 2.do Lib. 2.do) el arco IY es el minimo, y IL < IH: tambien el arco IS es el minimo, y IO < IK; y pasando por el punto I los Circulos maximos FIC, MIL, y estan cortados en el circulo FIC los arcos iguales IK, IH, y por los puntos K, H pasan los planos paralelos RS, NH (prop. 14) el arco IO será menor que IL, y siendo (prop. 13. L. 2do) el arco IO igual al arco AQ,

como tambien IL = QN, serà este mayor q.e RQ

Proposicion 8.a Theorema.

En la misma suposicion, si en el circulo tangente al mayor paralelo se cortan de un punto 2 arcos igs, y por sus extremidades se descriven circulos maximos, que sean tangentes al paralelo menor, estos maximos cortaràn en un mismo paralelo à los menores circulos arcos desiguales, de los que serà mayor el q.e proviene del mas vecino al Polo.

El circulo maximo (fig. 9.a) ABCD toque al paralelo menor AC en el punto A y corte el mayor FH en el punto F, y tomense en el los arcos iguales KG, KI, y por los p.tos G, K, I pasen los circulos maximos 1GM, 2KQ, 3RP tangentes al circulo menor AC en los

puntos 1,2,3. descrivase el circulo maximo BPD del polo Z de los paralelos. digo que el arco MQ que proviene del arco GK mas vecino al polo es mayor, q.e el arco QP, q.e proviene de arco KR mas apartado. Descrivanse por los puntos G, K, I, los paralelos XG, VK, TI, y (por la antecedente) el arco VT sera mayor que VX, y descrivase el paralelo YOR, y sera (por p. 43. Lib. 2do) el arco KO = KS

Demostracion. Los arcos KS, KO son iguales como tambien los KG, KI: luego (por p. 3a) si se tira la linea OI sera igual a la linea GS; y siendo OI mayor que OR consideradas tiradas por razon que el segmto paralelo YR mas se inclina sobre el circulo BRP, y es inclinado a la p.te K, que es menor que el semicirculo: porque si

por el polo Z, y el punto R se tirase un circulo maximo, pasaria por cerca de E, y la circunf.a RP alargada seria mayor q.e el semicirculo, por ser BPD circulo maximo su paralelo: luego (prop. 2.da) OR es la minima de todas las que pueden caer desde O à la circunf.a RP: luego la linea GS demostrada igual à la OI es mayor que la linea OR, y siendo el paralelo GS menor, que el paralelo OR, la linea mayor GS cortarà mayor arco del q.e corta linea OR, y siendo (prop. 13 Li. 2.do) el arco GS semej.te al arco MQ, y OR al arco QP: luego el arco MQ semejante al arco GS mayor, es mayor que el arco QP semejante al menor arco OR.

Lema

Dadas 2 Magnitudes desiguales hallar una Magnitud media, que sea comensurable con qualq.ª otra.

Sean dadas las dos magnitudes (f.ª 170) AB, AC desiguales, pídese hallar una intermedia, esto es mayor q.e AC, y menor que AB, que sea comensurable á otra magnitud D. O la Magnitud D es mayor que la dif.ª CB, ó menor.

Sea lo 1.º menor. Tómese la magnitud E, que sea multiplice de D, y próxime mayor que AC, digo que E no es mayor que AB, porq.e si es mayor, quitada la parte D, que es menor que CB, divídase la D por medio, en y esta mitad por medio E, has-

ta que venga una parte aliquota menor que CB: multipliquese esta parte aliquota hasta hacer una magnitud proxime mayor que AC, esta no será mayor que AB, porque la magnitud q.e multiplice de D, solo puede exceder á la magnitud AC en una parte aliquota de D, por ser q.e proxime mayor que AC, y suponiendo esta parte aliquota menor que CB, se sigue que q.e no será may.r que AB: luego esta magnitud producida q.e mayor que AC, y menor q.e AB es conmensurable á la magnitud D, pues es compuesta por la multiplicacion de sus partes aliquotas.

Proposicion 9 Theorema

Si en un Circulo maximo se toman 2 arcos iguales no continuos, y por un punto q.e no sea su polo passa un circulo maximo perpendicular à d, y otros circulos maximos por las extremidades de los arcos, cortarán en un Circulo maximo descripto de dho punto como polo arcos de iguales, que será mayor, el q.e nace del arco mas vecino al polo.

En el circulo maximo (fig. 44) AFB tomense dos arcos ig.s no continuos GF, dD, y por el punto C que no sea su polo passe el circulo maximo CA perpendicular a AFB, y p.r las extremidades de los arcos, y punto C passen los maximos CGH, CFI, CdK, CDL: digo q.e descripto el Circulo maximo HB del pun-

to C como polo, cortarà en el arco HI que proviene del arco EF comensurable con los arcos iguales GF, ED, ò incomensurable. Sea lo 1.ro comensurable: dividase tanto el arco intermedio EF como los arcos FG, ED en partes que midan à cada un arco.

Demostracion Considerese que los arcos echos en el circulo HB van creciendo desde L hacia H, de forma que si por exemplo KL contiene 3 arcos, ò partes de KL, tambien el arco HI contendrà 3 arcos, ò partes de el mayores que los q.e contiene KL, por lo q.e HI serà mayor que KL.

Pero si el Arco intermedio FE es incomensurable con los arcos iguales GF, ED

digo tambien q.e el arco HI es mayor que KL.
No puede ser ni menor, ni igual, porque si
es menor del arco mayor KM igual á HI,
y descripto el circulo CPM hallese el arco ℄O
(Lema anteced.te) mayor que ℄P, y menor que
℄D, y comensurable con el arco ℄F: siendo ℄O
menor q.e ℄D, será tambien menor que su ig.l
GF: cortese ℄N = ℄O.

Demostracion. Porque los arcos ℄O, NF son ig.s
y comensurables al arco intermedio ℄F lo
será por la prim.a p.te de esta prop.n tambien
el arco QI mayor que KL, lo que es absurdo
haviendo puesto el arco KM = HI.

En el mismo sup.to (fig. 12) que ℄F es
incomensurable con los arcos ℄D, GF, si se

dixere, que HI es igual á KL, dividanse los arcos GF, ED por medio en M, y N, y descrivanse los arcos CMP, CNO por las divisiones

Demostracion. Los arcos GM, MF son iguales: luego (prop. 6.a) el arco HP es mayor que el arco PI: por la misma razon el arco KO mayor q.e OL: luego el arco PI es menor que la mitad de HI, y KO mayor q.e la mitad de KL, y supuesto los arcos HI, KL iguales, será PL menor que KO, lo que es contra lo demostrado en la 2.da parte de esta.

Con este Methodo se pueden demostrar las 3 proposiciones antecedentes en arcos no continuos, que Theodosio demuestra en arcos continuos.

Libro Tercero

Lema

Si en un Triangulo rectangulo de uno de los angulos agudos retira una linea á su lado opuesto, tendrá todo el lado, mayor razon al segmento cerca del angulo recto, que el angulo agudo adiacente al segmento, al angulo agudo adiacente al lado.

Sea el triangulo rectangulo ABC (fig 13) de cuio angulo agudo A tirese la linea AD al lado op.to BC, digo que mayor razon ai del lado BC al segmento BD, que del angulo ADB al angulo ACB. Tirese por C la linea CE. paralela á la AD, y alarguese la BA hasta E, y del punto C con el intervalo CA del lado mayor del triangulo ABC descrivase el arco de circulo FAG, q.e cortará al lado CE en F

por ser mayor que CA, por oponerse al ang.o CAE obtuso, y el lado CB prolongado, por ser CB opuesto al angulo CAB, menor que CA opuesto al ang.o recto B.

Demostracion. El ang.o FCA al angulo ACG es como el sector FCA al sector ACG; pero el triangulo ECA es mayor q.e el sector FCA: luego el triang.o ECA tiene mayor razon al sector ACG, y mucho mayor al triangulo ACB, q.e es menor, q.e el angulo ECA al ang.o ACB; y siendo el triangulo ECA al triangulo ACB, como la base EA ā la base AB; tendrā la base EA ā la base AB mayor razon q.e el ang.o ECA al angulo ACB, y componiendo tendrà EB: aAB mayor razon que el angulo ECB al angulo ACB, y siendo

paralela à DC, será DB : AB :: BC : BD : luego mayor razon ay de BC à BD, que del angulo ACB, ó de su igual ADB : al angulo ACB.

Proposicion 1o Theorema.

Si en un Circulo maximo se toman 2 puntos, y de la misma parte por un punto que no sea su polo pasan 2 Circulos maximos, q.e se terminen en un maximo descripto de dho punto como polo, y por este punto pasa otro Circulo maximo haciendo angulos rectos con el primero, mayor razon tendrá un arco con otro arco de los contados en el maximo descripto del punto como polo, que tienen los arcos tomados en el maximo 1.ro supuesto empezando del

Circulo á este perpendicular.

Sea el circulo maximo AB (fig. 14) en el qual se tomen los puntos C y D, y á la misma parte, y por el punto E q.e no sea su polo pasen los Circulos maximos EDG, ECH, y se terminen en el circulo maximo FB descripto de E como polo: digo q.e mayor raz.n tiene el arco FG al arco GH, que el arco AD al arco DC: O los arcos AD, DC son comensurables, ó incommensurables: Sean lo 1.ro comensurables, hallese la comun medida de ellos, y dividase por exp.lo en partes iguales por los puntos I, K, L, por los quales pasen los maximos EIM, EKN, ELO.

Demostracion. Los arcos AI, IK son iguales

luego el arco FM mayor que MN (propos. 6) y mayor razon tiene el arco FM al arco MN que AI : IK; por la misma razon MN : NG tiene mayor razon que IK : KD, y asi en adelante: luego el arco FG tiene mayor razon al arco Gtt, que el arco AD : Dc.

Sea lo 2.do el arco AD inconmensurable con el arco Dc (fig. 15) digo g.e mayor raz.n tiene el arco FG al arco Gtt, g.e el arco AD al arco Dc: sino es mayor sea menor, ó igual.

Tenga pues lo 1.ro el arco FG menor razon al arco Gtt, g.e el KD : Dc, y hagase como FG : Gtt :: AD à un quarto proporcional DI, que serà mayor que Dc: hallese pues (dem. prop. 9

de este) el arco DK conmensurable con AD, y medio entre DI, y DC, y descríbase el arco de círculo máximo DKL.

Demostracion. Por ser los arcos AD, DK conmensurables tendrán (1.ª parte de esta) mayor razon el arco FG à GL, que tiene AD:DK, y siendo mayor razon la de FG:Gft, que la de Gf:FL, será la razon de FG:Gft aun mas mayor q.e la de AD:DK, y mucho mayor q.e la de AD:DI; pero FG:Gft se hizo como AD:DI: luego FG:Gft tiene aun mismo tpo igual, y mayor razon, que la tiene AD:DI, lo q.e es imposible.

Si el arco FG (fig. 16) al arco Gft puede tener la misma razon, que el arco AD al

arco DC, dividase el arco DC por medio en I, y descrivase el maximo ∢IK.

Demostracion. Los arcos DI, IC son iguales, y continuos, (prop. 6ª) será el arco GK mayor que KH: luego GK es mayor que la mitad de GH, dividase GH por medio en L, y tendrà GK mayor razon à DI, que GL à la misma DI, y siendo GL:DI :: GH:DC por ser mitades de estos, ò por la suposicion como FG: AD, tendrà permutando mayor razon GK:FG, que DI: AD, è invirtiendo FG: GK tendrà mayor razon que AD: DI, q.e es contra lo provado en la 2.da parte.

Proposicion 11 Theorema

Si en la circunf.a de un circulo maximo estuvieren los polos de algunos paralelos

de los quales otro Circulo maximo toque á uno, y corte á los otros, y por la seccion, y los polos passe un Circulo maximo, hasta otro maximo paralelo, será mayor la raz.n del diametro de la Esfera al diam.l del paralelo tangente, q.l la circunf.a del maximo paralelo comprehendida entre los 2 circulos maximos, q.s passen por los polos, á la circunfer.a del Circulo obliquo comprehendida entre los 2 paralelos.

Sea el polo A, [fig. 17] en la circunferenc.a del Circulo maximo KBF, y sea tambien el Circulo maximo DdL, que toque al Circulo paralelo DM en el punto D, y corte al paralelo dN, en el punto d, por el qual, y el polo A

pase el circulo maximo ACF, que cortara al maximo paralelo BCR en el punto C. Digo que mayor es la razon q.e tiene el diametro BR de la Esfera, al diam.o DM del paralelo, q.e el arco BC al arco DC. La linea AG es la comun seccion de los circulos maximos ABF, ACF, y pasando por los polos A, F de los paralelos (prop. 25 Lib. 1.o) pasa por los centros de ellos, y es perpendicular á sus planos, y por consig.te los angulos en P, H, G son rectos, y las lineas DM, ON, BR son sus diametros. Tambien el circulo obliquo DCL es tangente al paralelo DM en el punto D, y el circulo maximo ABF pasa por este punto del contacto, y por los polos A, F del

paralelo DM: luego (prop. 5.a Lib. 2.do) pasarà por los polos del circulo obliquo DEL, y el plano del circulo ABF será perperpendicular el plano de este circulo DEL (prop. 15 L. 1.o) y siendo el plano del paralelo FON tambien perpendicular al plano del circulo ABF, será (prop. 19. Lib. 11 Euclid.s) la comun seccion EI de los 2 circulos DEL, EON, perpendicular al plano del circulo ABF, y serán los angulos EIH, EIC rectos: tirense las lin.s HE, CG, EG, y siendo en el triangulo IHG el angulo en H recto, será el lado IG opuesto à el mayor que el lado IH opuesto al ang.o agudo IGH: cortese pues del mayor IG el IK = IH, y tirese la linea EK.

Demostracion. Los triang.s ΔIH, ΔIK tienen los ang.s ΔIH, ΔIK iguales, el lado ΔI comun y el lado IH ig.? al lado IK, por construccion; luego son totalm.te ig.s, y los ang.s IHΔ, IKΔ iguales, esto supuesto en el triangulo ΔIG el ang.o ΔIG es recto, por log.r el ang.o IΔG será agudo; y estando tirada de este angulo la linea ΔK, cortará el lado IG, y (Lema antecedente) tendrá este lado mayor razon con IK, que la g.r tiene el angulo ΔKI, ó su ig.? el ang.o ΔHI con el ang.o ΔGI; pero el ang.o ΔHI es ig.? al angulo CGB por ser los arcos DO, BC semejantes (prop.to 10 lib. 2.do y tambien sus cuerdas: luego menor razon ay

del angulo BGC al angulo DGI, ò del arco BC al arco DL, (q.e son de Circulos iguales) que la que hai del lado IG al lado IH, o IH su igᵗ: y siendo, porq.e IH es paralela à DF, GI: IH:: GD radio de la Esfera, à DF radio del paralelo, ò como el Diàmetro DL, al diàmetro DM del paralelo tangente, y siendo DL = BR, tendrà BR: DM :: BC: Bt

Proposicion 12 Theorema

Sea un Circulo maximo ALB (fig. 48) tangente al paralelo AC, y toquen al paralelo menor DG, los circulos maximos DMH, QLI, de forma que corten estos mismos al maximo ALB entre el paralelo menor DG, y el maximo su paralelo NIV en los puntos ML: digo que mayor razon hai del diametro de la

Esfera, al diametro del paralelo mayor AC de los tangentes, que la del arco HI, al arco ML. Por el polo L, y los puntos A, M, L descrivanse los circulos maximos ANB, AMP, PLK, y por L el paralelo CLF.

Demostracion. El diametro de la Esfera tiene mayor razon al diametro del paralelo AC (prop. antecedente) que el arco NP al arco AM, y (prop. 10) mayor es la razon del arco NP, al arco PK, que la del arco AM, al arco ML, y alternando mayor serà la razon de NP à AM, que la de PK à ML: luego mucho mayor serà la razon del diametro de la Esfera al diametro del paralelo AC, que la del arco PK al arco ML; pero el arco HI es menor que el arco PK, como provarè: luego el diametro

de la Esfera, al diametro del paralelo AC, tiene mucha mayor razon, que el arco HI al arco ML.

Que el arco HI es menor que el arco PK se prueva, porque siendo el arco OL semej.te (prop.to 10 Lib. 2.do) al arco PK, y SL, y HI tambien semejantes (page 43. Lib. 2.do), siendo SL menor que OL por ser parte del otro, será tambien su semejante HI menor que PK.

Proposicion 13 Theorema

Si dos paralelos cortan à un circulo maximo en dos partes igualmente distantes de la interseccion de un maximo paralelo, y por estos 3 puntos pasan 3 circulos maximos, que tambien pasen por los polos de dhos paralelos, ò tangentes à otro

paralelo, cortarà en el mismo paralelo arcos iguales

A los paralelos (fig.s 19) IN, PQ corte el circulo maximo RCS, en los puntos A, D igualm.te distantes del circulo maximo paralelo FA, esto es que los arcos AC, CD sean iguales, y por los puntos A, C, D en que cortan los paralelos al maximo RCS, y por sus polos G, Z pasen los circulos maximos GAZ, GCZ, GDZ (num.o 1.ro), ò tangentes à otro paralelo GK como (num.o 2.do digo que en uno, y otro caso los arcos LC, CM son iguales.

Demostracion. Los arcos AC, CD, y los paralelos AB, CD son iguales (prop. 17. Lib. 2.do) luego (prop. 18. Lib 2.do) los arcos (num.o 1.ro) AL,

BM, TL, CL, DM, VL, son iguales, como en el num.l. 2do (prop. 13 Lib. 2do), por lo que (coroll. 3a) serán las lineas AT, VD, iguales, y por consiguiente los arcos: y siendo (propos. 10. Lib. 2do) los arcos VD, DM semejantes, y tambien los arcos AT, LL (num.l. 1ro y num. 2. los mismos semej.tes prop. 13 Lib 2do): luego los arcos DL, DM son iguales.

Proposición 12 Theorema

Si un circulo maximo toca á un paralelo menor, y otro maximo toca á otro paralelo mayor, contará dhos maximos en dhos dos paralelos arcos desemejantes, de los quales el mas proximo al polo concavo contendrá mas grados.

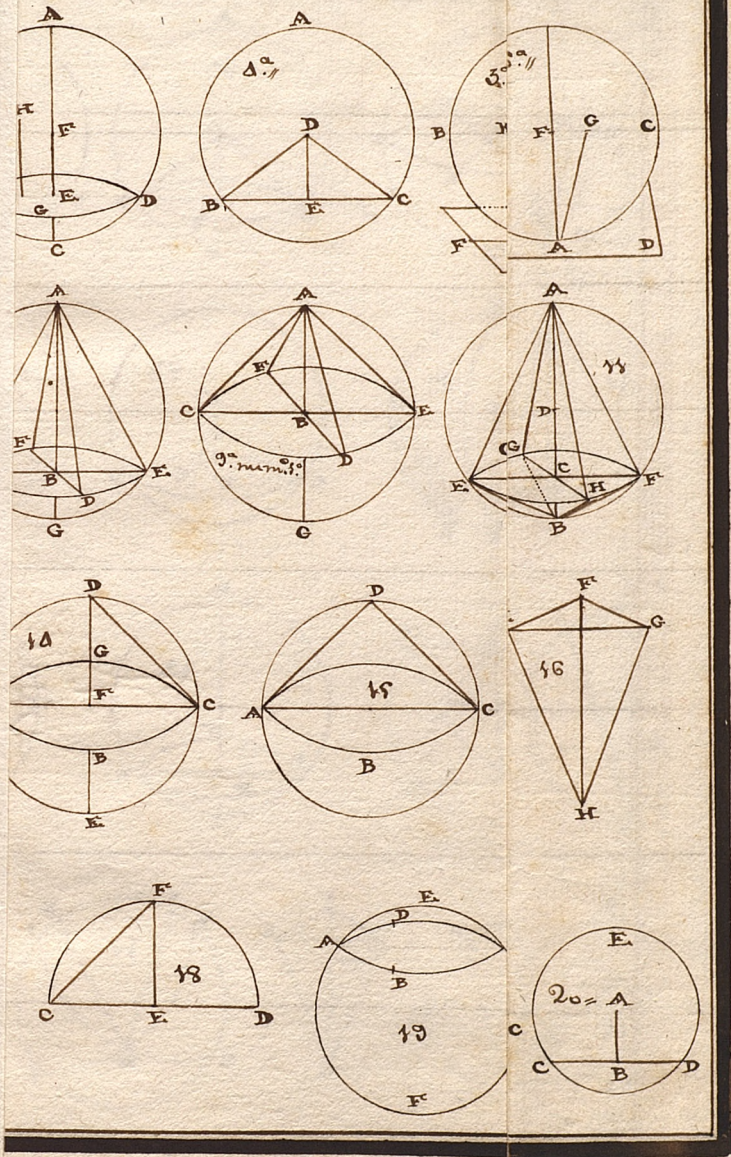
El circulo (fig. 10) maximo ABK sea tangente al circulo menor ACD en

el punto A, y otro maximo CFR toque
à otro paralelo mayor LHt, y sean otros
paralelos BFI, OGK, digo que los arcos FI,
GK son desemejantes, y que FI mas próxima al polo P mas cercano contiene mas grados. Por F y G descrivanse los circulos maximos tangentes al paralelo CQ; esto es los circulos CFN, SLG, y q.e los semicirculos ABO, CFN no convengan, como assi los SLG, AIK.

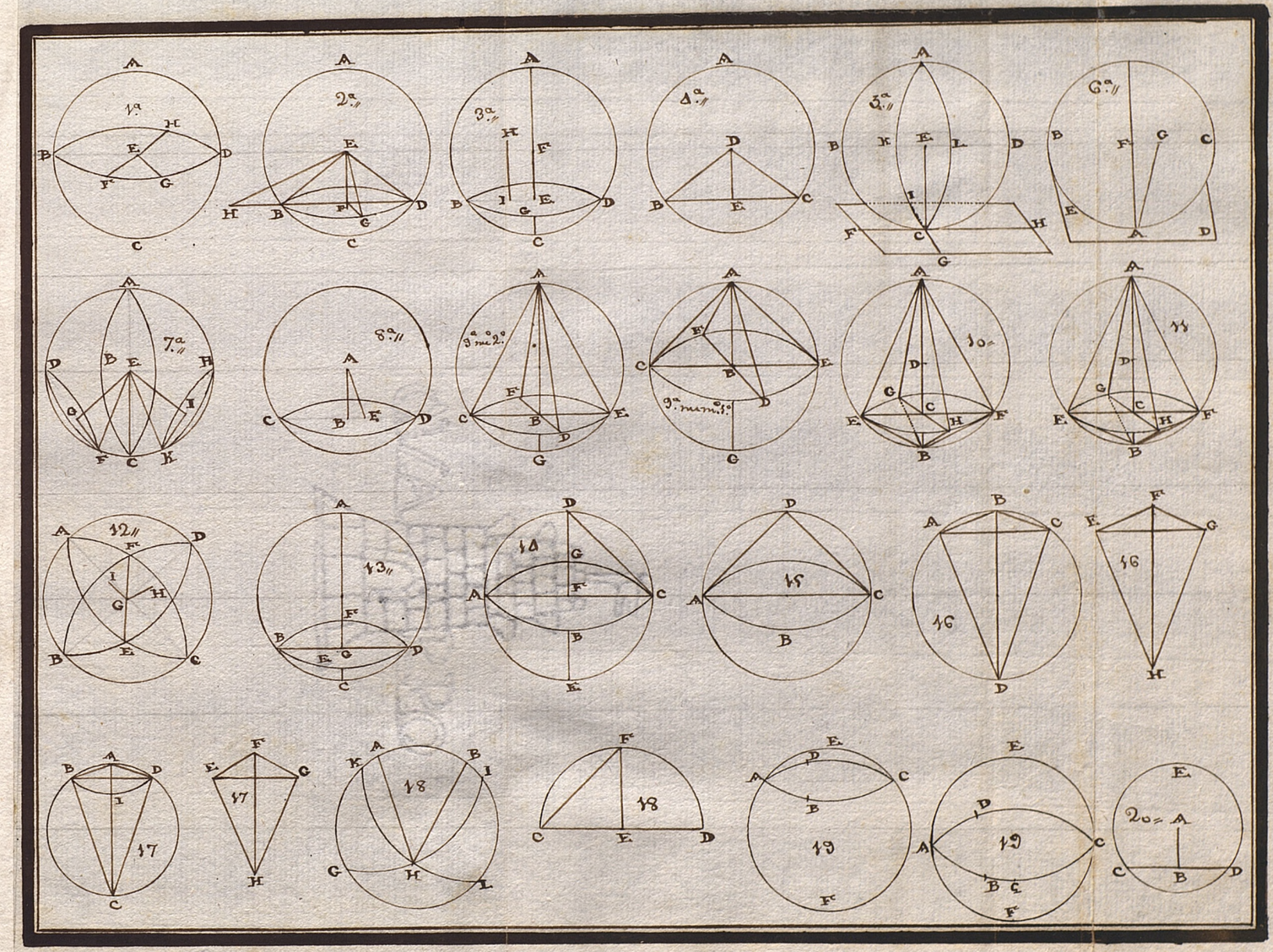
Demostracion. Los arcos IV, GK (proposicion 13. Lib. 2do) son semejantes: luego FI contiene mas grados que el arco GK: de la misma forma los arcos BF, ON son semejantes: luego GO, que mira al otro polo mas cercano respecto al otro Emis-

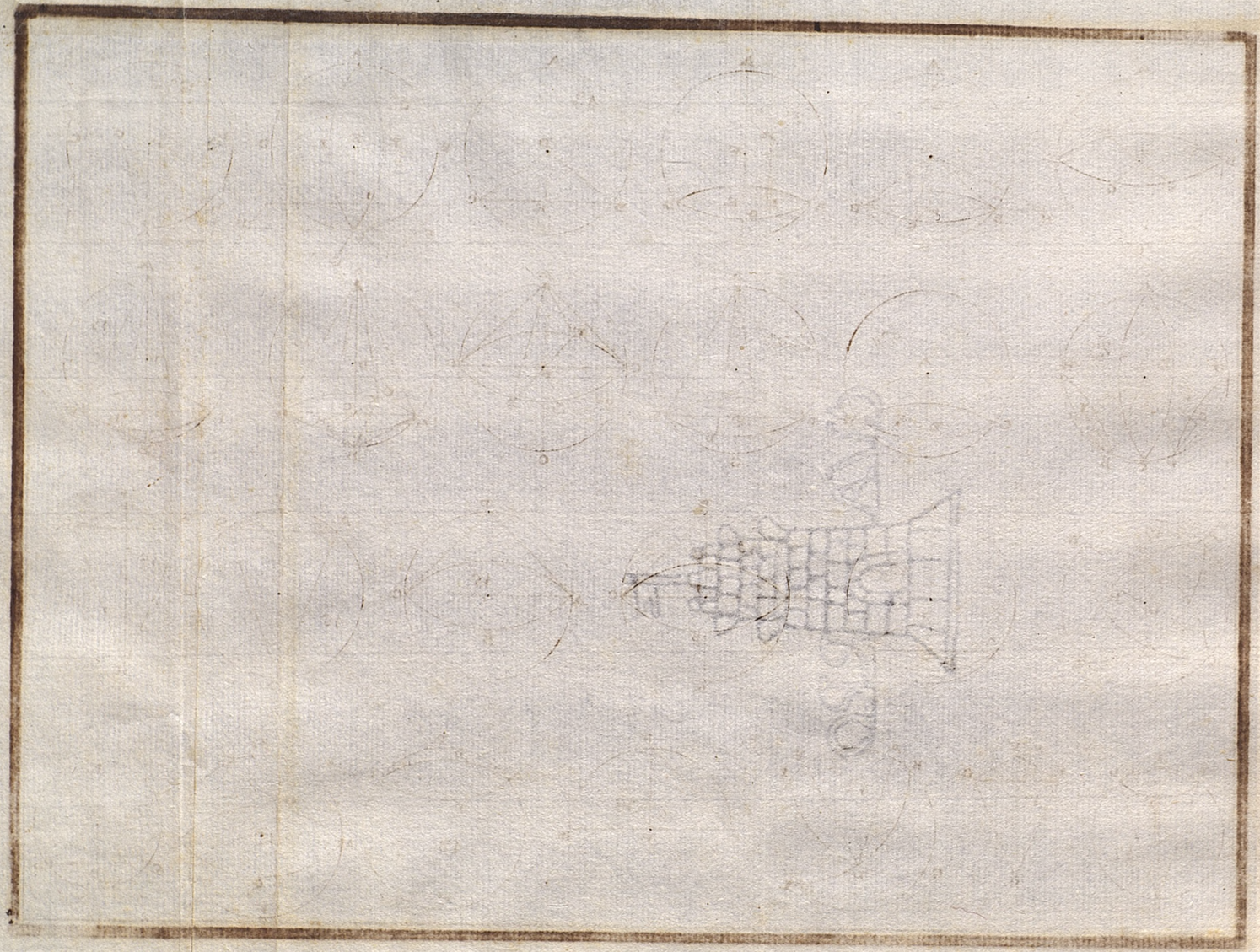
terio contendrā mas grados que 135,
que es lo que se havia de demostrar.

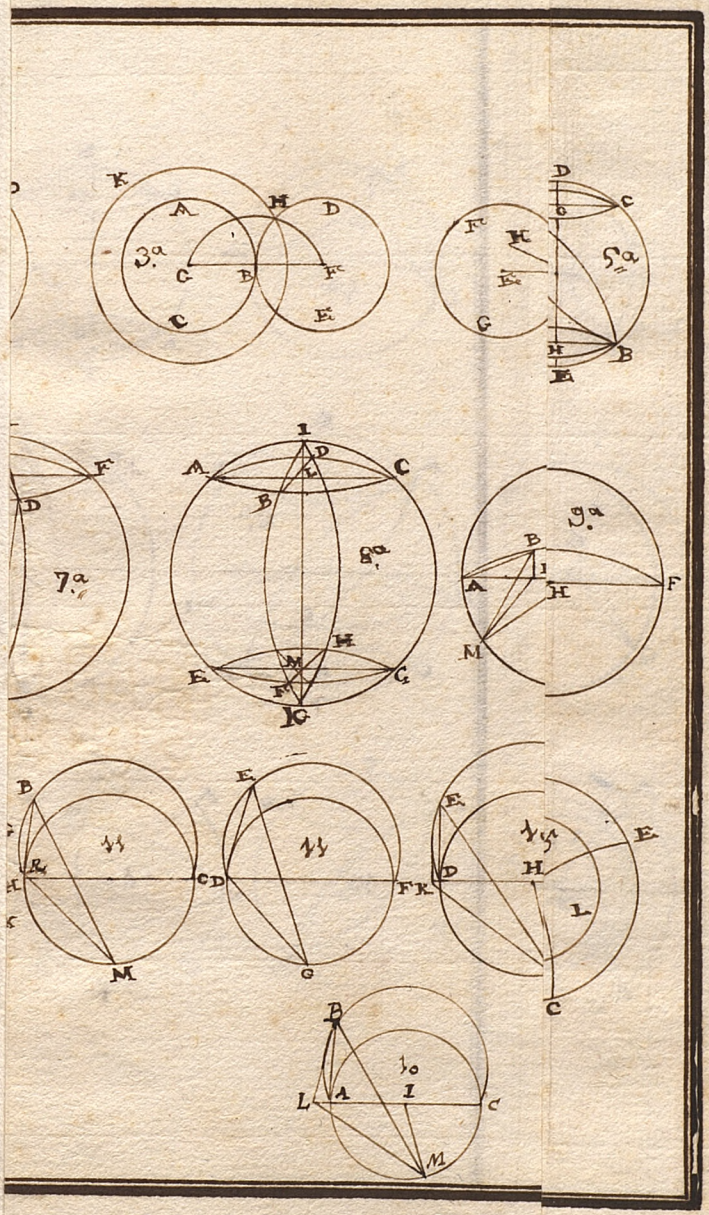
Fin de los Elementos Esfericos de Theodosio.

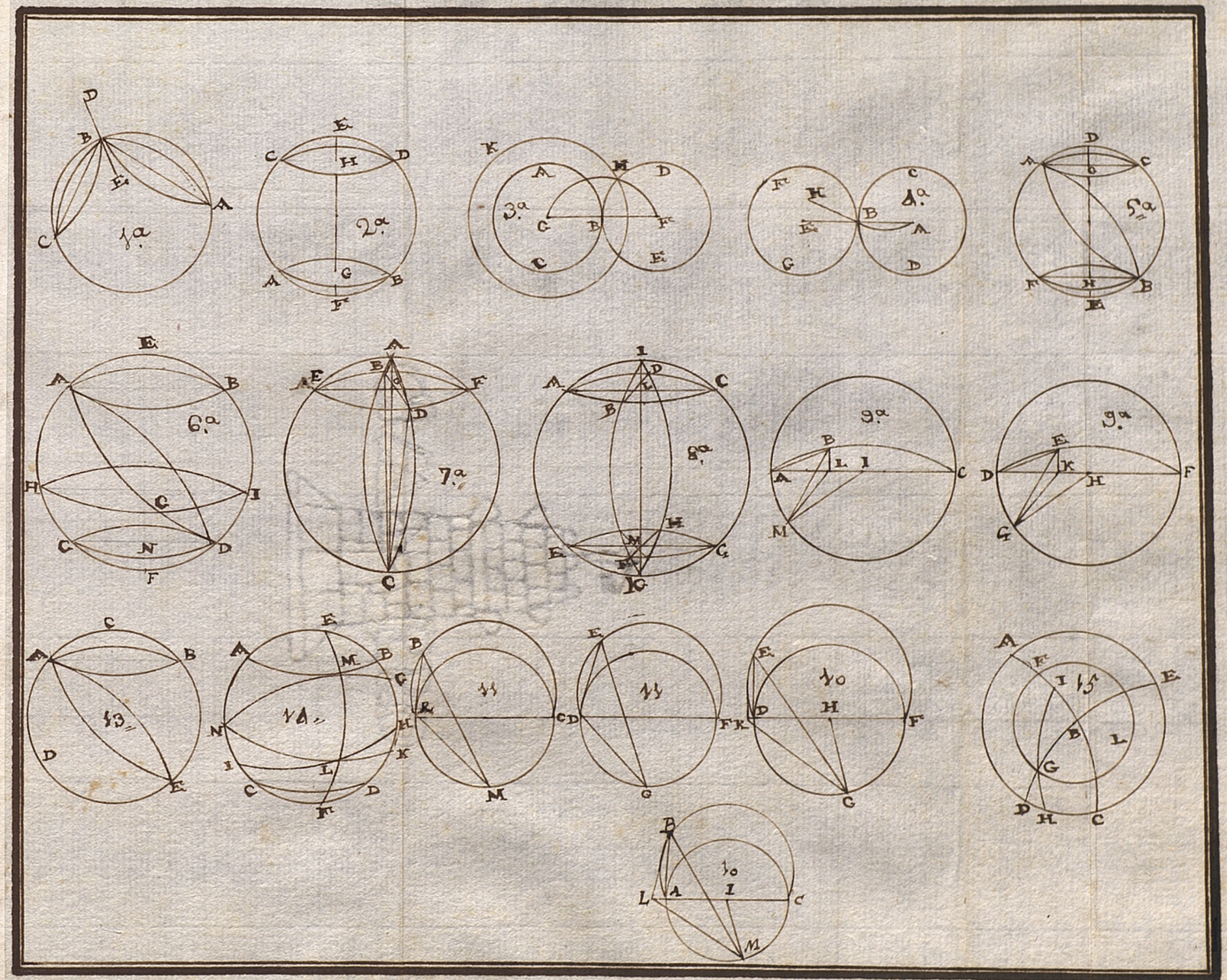


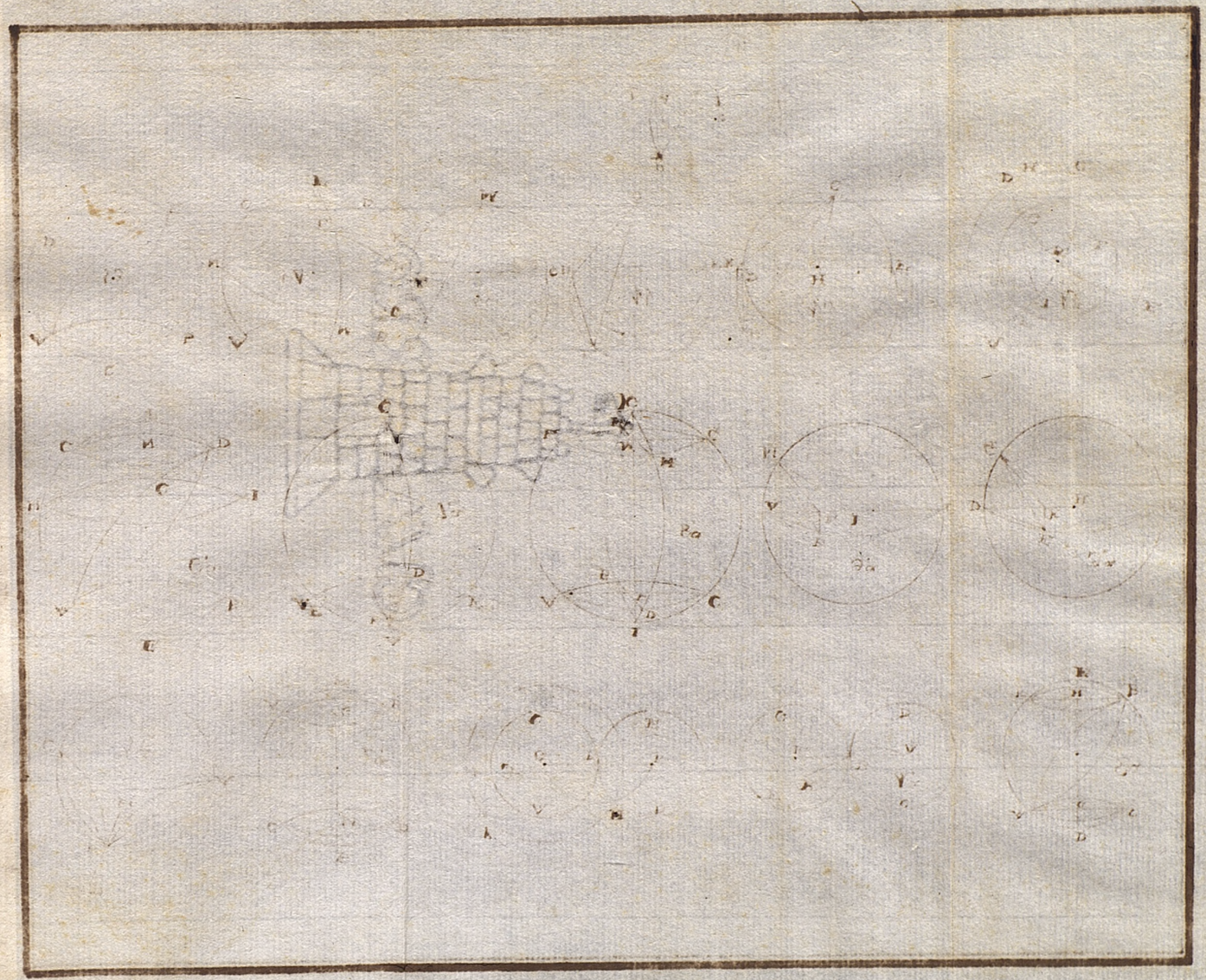
A
H
F
E
G
D
C
A
4.a
D
B
E
C
3.a
B
F
G
C
F
A
D
A
F
B
E
D
G
A
F
C
B
E
D
9.a num.o 1.o
G
A
11
D
G
C
E
H
F
B
D
14
G
F
C
B
E
D
15
A
C
B
F
G
16
H
F
18
C
E
D
E
D
A
B
19
C
F
E
20 = A
C
B
D


1ª
2ª
3ª
4ª
5ª
6ª
7ª
8ª
9ª
10ª
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20ª

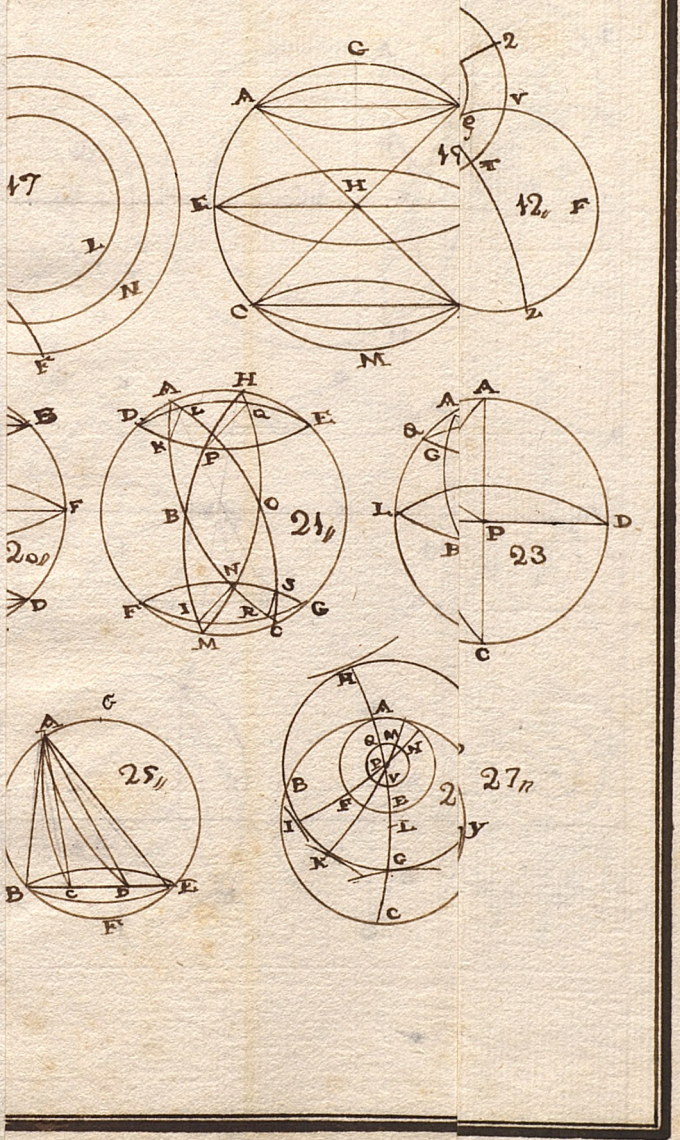


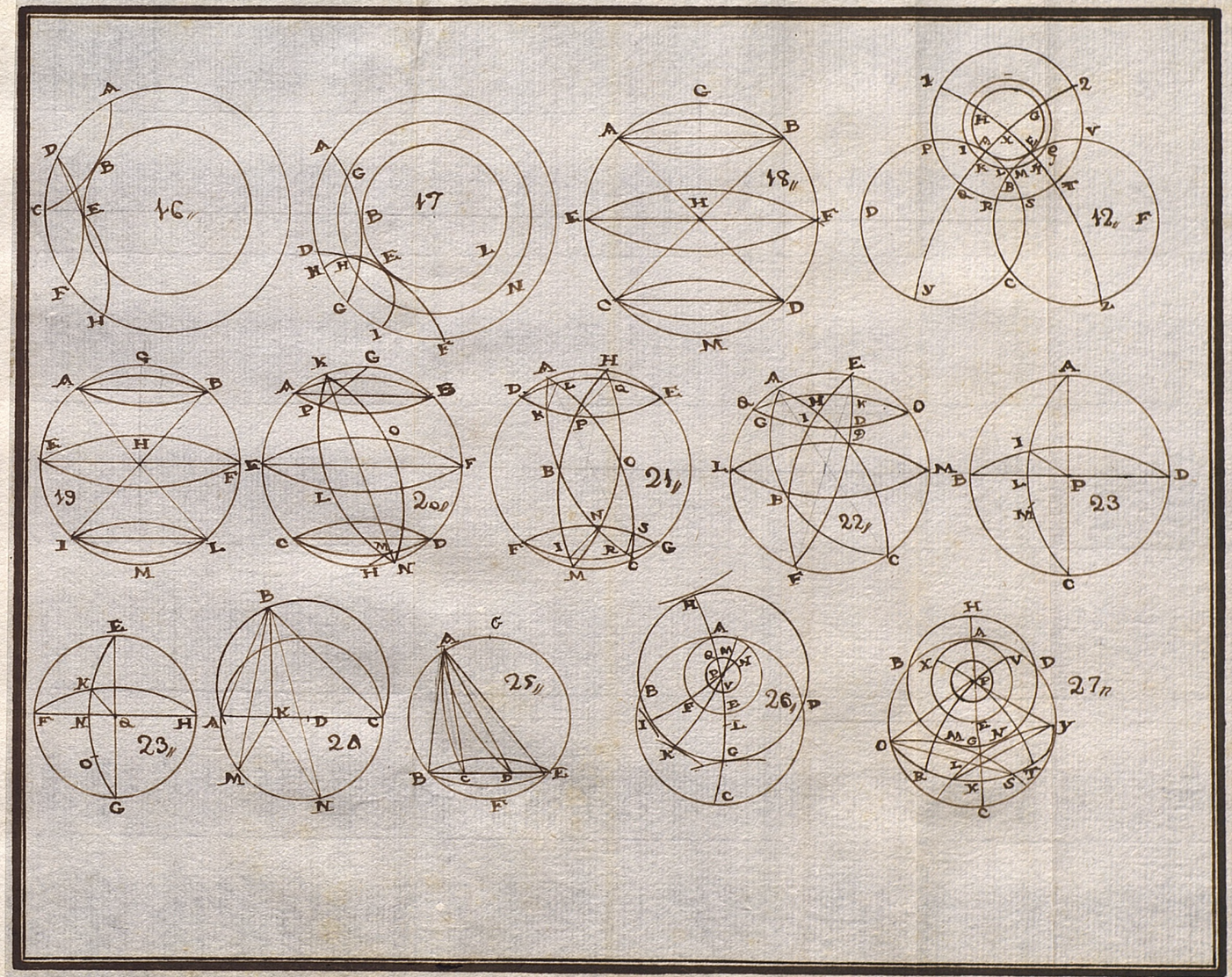

3.a
5.a
7.a
8.a
9.a
10
11
11
15

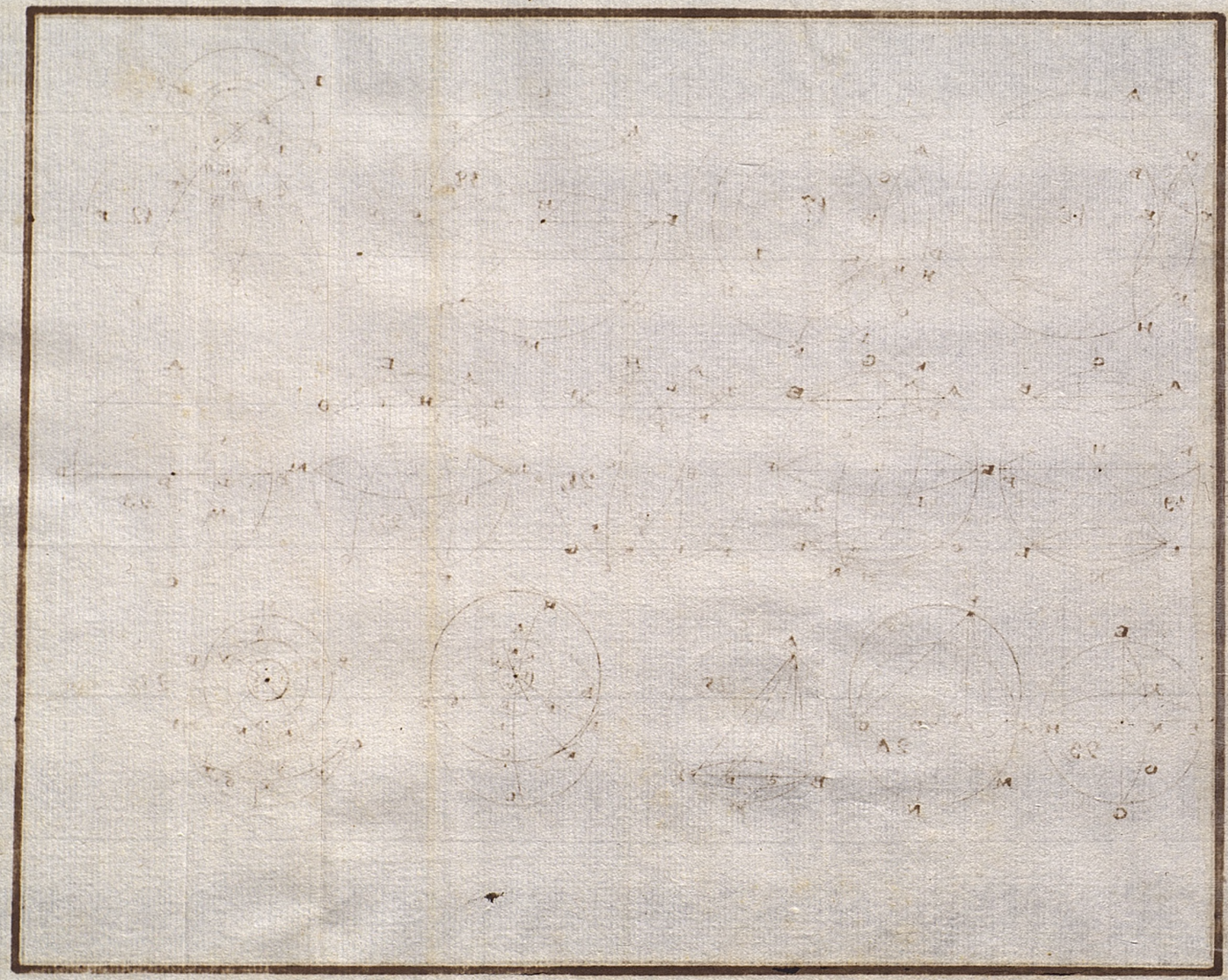

1ª.
2ª.
3ª.
4ª.
5ª.
6ª.
7ª.
8ª.
9ª.
10
11
12
13
14
15



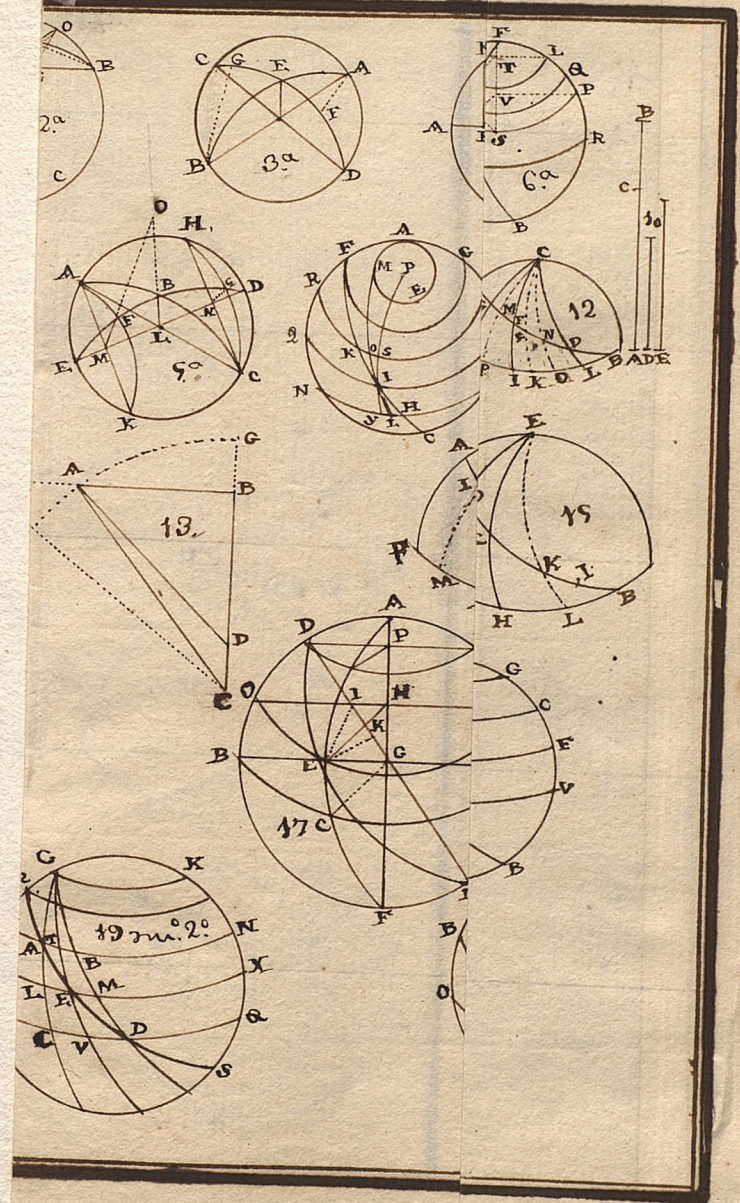


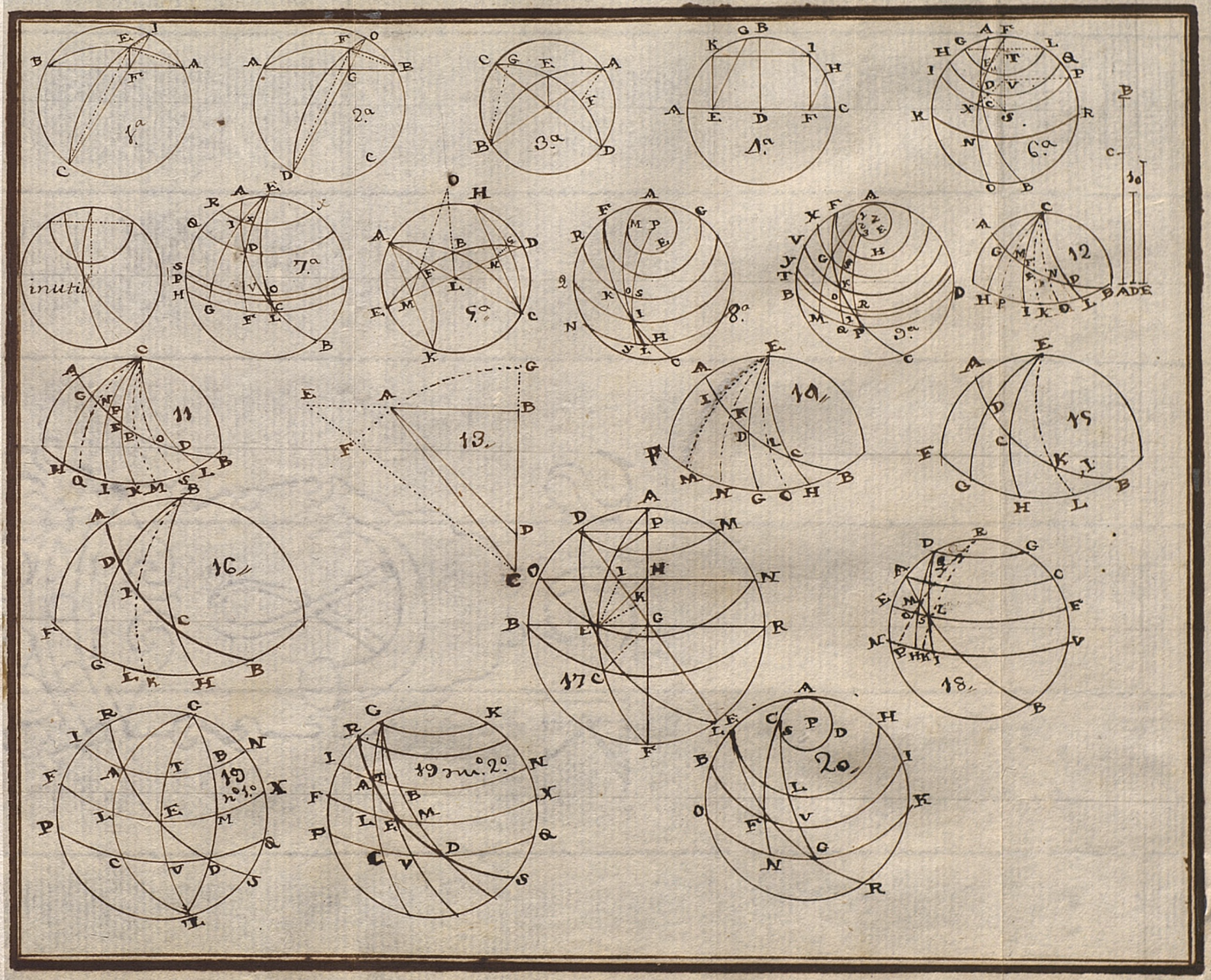

17
L
N
F
G
A
H
E
C
M
2
V
T
12
F
Z
B
F
20
D
A
H
D
L
Q
E
K
P
B
O
21
N
S
F
I
R
G
M
C
A
A
Q
G
L
P
D
B
23
C
G
A
25
B
C
D
E
F
H
A
Q
M
N
P
V
B
F
E
I
L
K
G
C
27


16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27






2a
3a
6a
5a
12
13
15
17
19 m. 2o


1.a
2.a
3.a
4.a
6.a
inutil
7.a
5.a
8.a
9.a
12
11
13
14
15
16
17
18
19 n.o 1.o
19 n.o 2.o
20





PARTE SEGUNDA.

Tratado 6.º De la Cosmografia.

Cosmografia es una voz griega q.e significa descripcion, ó ciencia del Universo, y assi en el dilatado espacio de su objeto se comprehende la Region celesto ó Etherea, y la Terrestre, esto es la naturaleza, orden, numero, magnitud, distancia y movimto de los Orbes, y cuerpos celestes, sus apariencias, ó fenomenos, el tpo de los eclipses, su magnitud, figura, y afecciones de la tierra, de suerte q.e en el nombre generico de Cosmografia se incluien muchas ptes Mathematicas, como son la Astro-

nomia, ò ciencia Comica, la Geografia, la Hydrografia, ò Nautica, Horologeografia, ò Gnomonica, y la Cronologia, ò ciencia de los tpos.

Es la ciencia mas noble, util, y deleitable, pues por ella se viene en algun conocim.to de la Omnipotencia, Sabiduria, y bondad del Altissimo, q.e lo crio todo de nada, lo dispuso con admirable orn, y lo destinó p.a el hombre.

Se dividirá brevem.te en quatro p.tes En la 1.ra se tratará de la Esfera celeste. En la 2.da de la Geografia. En la 3.ra de la Hydrografia. En la 4.a de lo Cronologia, y Gnomonica.

Libro Primero. De la Esfera Celeste.

Capitulo Primero. De la Region Ethérea.

En el principio Crió Dios el cielo empireo, y en el á los Angeles, q.e son unas substancias incorporeas, y espirituales; y el bastisimo espacio comprehendido debaxo de este cielo lleno de substancia corporea, q.e puede entenderse por quasi un infinito num.o de indivisibles Atomos, sobre toda imaginacion sutiles, q.e es la materia 1.ra indiferente p.a la produccion de todas las cosas. Viendo mucha p.te de estos Atomos formó Dios otros

corpusculos algo mayores, aunq.e totalm.te imperceptibles al sentido dandoles distintas figuras, y movim.tos segun el fin en q.e havian de emplearse. Los unos recibiendo el movim.to hacia un punto, se congregaron p.a formar la 1.a tierra, quedando los otros, y llenando el espacio entre la Tierra, y el Empireo, lo q.e se llama, Abismo, Caos, ó Masa Caoptica. De lo mas sutil de esta masa se formó un Globo, á cuios atomos comunicó Dios un movim.to circular concitatissimo, tremulo, y vertiginoso, q.e dando bueltas al rededor de la 1.a tierra dió principio al 1.o dia, causando luz, y dia, y su privacion noche, y tinieblas.

y estas fueron las obras de la Creacion.

En el seg.do dia uniendo los Corpusculos mas subtiles, y fluidos condensó Dios la p.te superior de la Masa caoptica, la q.l se llama Firmam.to por cuio medio se dividieron las Aguas superiores de las inferiores, quedando estas sobre la Tierra.

En el 3.ro produsó Dios en la Tierra substancia lapidea, q.e la sirviese como de union, y travazon, levantando en la superficie los Montes, con lo q.l se retiraron las Aguas á llenar las profundidades, quedando la Tierra descubierta, q.e fecundó con Arboles, y Plantas.

En el 4.º del Globo de luz en el 1.r dia formó Dios el Sol, y las Estrellas fixas, q.e son grandes Globos luminosos, à quienes comunico el movim.to que tienen al rededor de la Tierra, y de otros corpusculos, q.e no tenian el movim.to tremulo de la luz, formó otros globos opacos, q.e son los demas Planetas, comunicando à cada uno el impulso conven.te para la direccion de su carrera, y el Espacio raro, ò tenue, q.e quedó despues de la formacion de tan g.des Cuerpos entre la Tierra y la Luna se llama Ether.

En el 5.º de lo mas craso de

las Aguas crió Dios los peces, y de lo mas sutil las Aves.

En el 6.° produjo Dios todas las especies de Animales terrestres, y despues al Hombre, formando el Cuerpo, de la Tierra, y uniendole el Alma Espiritual, y Eterna, q.e crió de nada. Esta fue la Creacion del Mundo en 6 dias, por sus altos, é incomprensibles fines.

Los Filosofos questionan sbre 5 puntos principales.

1.ro se duda si los Cielos, y Estrellas se componen de materia, y forma (no se habla del Cielo Empireo, de quien solo por revelacion se save al-

guna cosa, y su averiguacion pertenece á los Teologos, si solo de los demas cielos, y Astros). Aristoteles, y otros Philosofos con muchos Santos Padres dicen q.e los Cielos, y Estrellas son unos Cuerpos simplicissimos, sin composicion de materia y forma. Otros dicen, q.e se componen de materia, q.e son los Corpusculos criados en el 1.er dia, y de la forma, q.e es la conformacion de estos Atomos diversa en cada Cuerpo celeste: y este parece el mejor dictamen.

Lo 2.do se duda si son corruptibles, ó incorruptibles: sobre esto hay 3 principales opiniones. Unos dicen q.e son del

todo corruptibles, otros, que son del to-
do incorruptibles, porq.e no hai en la
naturaleza agte capaz de causar la
corrupcion, y assi no se le ha de
quitar esta perfeccion á los Cielos.
Afirman otros q.e los Cielos y Astros,
como tambien la Tierra son incorrup-
tibles en q.to al todo de sus Cuerpos p.r
componerse de corpusculos subtilissi-
mos, que solo pueden ser divididos
y esta division no basta p.a la cor-
rupcion; pero en q.to á algunas de
sus p.tes son corruptibles, como se
manifiesta p.r la Generacion de los
Cometas, y por las Maculas, y Facu-
las del Sol, q.e se producen, y des-

pues de algun tpo desaparecen.

Lo 3.ro Si los Cielos son solidos, ó fluidos: sobre esto hai 3 opiniones. Unos dicen q.e todos los Cielos son solidos, y consistentes, y q.e en ellos estan fixos los Astros como los nudos en la Tabla, y assi que el moverse los Astros es porq.e los transporta el Cielo de cada uno. Dicen Otros q.e el Cielo de las Estrellas fixas es solido, por ser uniforme su movimito pero los Cielos de los Planetas son fluidos. Otros afirman q.e assi el de las Fixas, como el de los Planetas son fluidos, p.r q.e entre las Fixas suelen aparecer alg.s nuevas, q.e con

el tpo desaparecen: lo q.e hace comprehender, q.e acercandose á nosotros, se hacen visibles, y alexandose desaparecen, siendo preciso p.a esto q.e su Cielo sea fluido. Tambien se verifica en los Cielos de los demas Planetas porq.e Mercurio, y Venus algunas veces se observan desde la Tierra menos distantes q.e el Sol, y otras veces mas apartados.

Lo 4.o si los Cielos, y Astros se mueven por si mismos. Muchos Filosofos, y Santos Padres dicen q.e los mueve el mismo Dios. Otros q.e son movidos por los Angeles. Y otros son de parecer q.e se mueven

ellos mismos por el impulso q.e Dios les imprimio en la Creacion del Mundo.

Lo 5.o se duda del num.o de los Cielos. Los q.e admiten los cielos solidos admiten tambien variedad de cielos, segun los diversos movim.tos q.e observan en los Astros. Los Antiguos hasta el tiempo de Hipparco 136 años antes del nacim.to de Christo, admitia 8 Cielos: los 7 inferiores p.a los planetas por el movim.to particular de cada uno de pon.te a levante, y el 8.o p.a las Estrellas fixas, por el movim.to comun de Levante a Poniente, y le llamaron 1.r mobil p.

comunicarle tambien à los Orbes, ò Cielos de los Planetas. Por el Año 137 del Nacim.to de Christo Tolomeo Rey de Egypto, y otros de su tiempo advirtiendo en las Estrellas fixas, un movim.to particular, aunq.e tardissimo de Poniente à Levante, decian ser 9 los Cielos: el 9.º y superior por prim.r movil, q.e comunicaba à los demas el movim.to comun de Levante à Poniente; el 8.º para las Estrellas Fixas, y despues los 7 de los Planetas p.r sus movim.tos particulares de Poniente à Levante. Q.l Año 1210 el Rey de Castilla D.n Alonso Decimo admitió diez Cielos: el decimo p.r q.e mo-

vil q.e comunicaba el movim.to co-
mun de Levante á Poniente; el 9.o
p.a dar á las Estrellas Fixas el
movim.to propio de poniente á Levan-
te. El 8.o era el de las Fixas con
un movim.to de trepidacion, q.e ob-
servó en su tpo, y despues se seguia
los 7 de los Planetas. El Padre
Clavio, y otros pusieron 11 Cielos,
el superior p.a 1.r movil, el deci-
mo p.a dar á las Fixas un movi-
m.to de septentrion á medio dia,
y al contrario; el 9.o p.a el movim.to
de trepidacion de Pon.te á Levan-
te, y al contrario; en el 8.o ponia
las Estrellas fixas con su mo-

vimtᵃ tardo hacia el levante, y los restantes pᵃ los planetas.

Los qᵉ admiten los Cielos fluidos dicen qᵉ son 3, Aereo, Sydereo, y Empireo: esto es, el espacio, qᵉ hai desde la Tierra hasta la Luna se llama Aereo, el contenido desde la Luna hasta los exterior del Empireo se llama Sydereo, porqᵉ contiene todos los Planetas, y Estrellas fixas. Despues se sigue el Empireo, el mas superior, ê immovil destinado pᵃ eterna havitacion de los Bienaventurados.

Capitulo Segundo. Del Sistema del Universo

Sistema del Universo es la situacion natural, y orden q.e tienen entre si los principales Cuerpos del Mundo: y como son diversas las Opiniones, son tambien distintos los Sistemas. Los mas principales son el de Tolomeo, el de Copernico, y el de Tycho-Brahe, los demas se reducen a estos, pudiendo cada uno inventar nuevo Sistema, con tal, q.e por el se expliquen bien los Fenomenos, q.e se observan en los Astros.

Sistema de Ptolomeo.

Entre los Antiguos fue celebrado el sistema de Ptolomeo, q.e consiste en dividir al universo en 2 regiones; una celeste, ó etherea, y otra elemental. En la celeste pone 9 cielos, ó Esferas concentricas, q.e tienen ā la Tierra p.r centro comun: el superior, se dice primer movil, q.e comunica ā los Cielos, ù Orbes inferiores el movim.to diurno de Levante á Poniente en 24 horas, luego sigue el Cielo de las Fixas, y despues los 7 de los Planetas, cuios nombres, figuras, y orden es como sigue.

Saturno....♄ Venus.....♀
Jupiter.....♃ Mercurio.....☿
Marte.....♂
Sol.....☉ Luna.....☽

La Region elementar comprehende todo el espacio debaxo del Cielo de la Luna, y se compone del Fuego, q.e ocupa el lugar superior, debaxo el Aire, y despues el Agua, y la Tierra, q.e juntos forman el Globo terraqueo.

Platon, Porfirio, Aristoteles, y Otros siguen el mismo sistema, con la diferencia q.e sobre el cielo de la Luna, pone immediatamte. al Sol, y despues siguen Venus, Mercurio, Marte, Jupiter, y Sa-

turno.

Los Egipcios ponen la Tierra por centro del Universo, y assi lo es de los Planetas, y Estrellas fixas, excepto à Venus, y Mercurio, q.e tienen por centro al Sol, por q.e observaron diligentem.te que Venus nunca se apartaba del Sol mas q.e 50, ni Mercurio se apartaba mas q.e 30.

Sistema de Copernico

El año 1500 Nicolas Copernico Canonigo de Torn en Prusia, adelantando el pensam.to de algunos Antiguos, hizo el sistema poniendo al Sol immoble por centro del Universo; pero con un movim.to al rededor de si mismo, para sal-

vax el movim.to tardo de las Fixas. Despues pone à Mercurio, y Venus, q.e se mueve al rededor del Sol. A gran distancia pone la Tierra, como uno de los 7 Planetas, q.e se mueve al rededor del Sol, (comprehendido à Venus, y Mercurio), haciendo una revolucion en un Año, y la da otro movim.to sobre su propio Exe, haciendo una revolucion en 24 horas, con q.e se forman los dias, y las noches. Despues pone à la Luna, q.e se mueve al rededor de la Tierra. Luego pone à Marte, Jupiter, y Saturno, q.e tienen por centro al Sol, y comprehendé los Cielos de los 7 Planetas inferiores. A una distancia casi infinita

pone á las Estrellas fixas immobles. Este sistema fue condenado en Roma por la Sacra Congregación de Cardelanes, porq.e se opone á varios lugares de la Escritura, pero esta admitido como Hipotesi, porq.e explica ingeniosam.te todos los movim.tos y Fenomenos, q.e se observan en los Astros: y assi se puede usar de el para formar los Calculos.

Sistema de Tycho-Brahe.

En el Año de 1586 Tycho-Brahe Caballero de Dinamarca, el mas celebre Astronomo de su tiempo, hizo el Sistema, poniendo la Tierra immoble en el centro del Universo, lu-

ego à la Luna, y q.e se mueve al re-
dedor de la Tierra, despues al Sol q.e
se mueve tambien al rededor de la
Tierra. Luego à Mercurio, y Venus q.e
tienen por centro al Sol. Despues à Mar-
te, Jupiter, y Saturno, q.e teniendo por
centro al Sol comprehenden la Tierra,
y Planetas inferiores. Y despues à las
Estrellas fixas, q.e tienen por centro à
la Tierra. Este sistema es el mas
admitido porq.e sin dar movim.to à
la Tierra, hace à los Planetas concen-
tricos al Sol, excepto la Luna, q.e to-
dos la quieren concentrica à la Tierra.

Longomontano siguió en casi todo
à su Maestro Tycho-Brahe, con la dif.a

q.e da á la Tierra un pequeño mo-
vim.to sobre su propio Exe, p.a salvar el
movim.to tarda de las estrellas fixas, q.e
se observa unifome de Pon.te á Leban-
te. Todos convienen en q.e el Univer-
so (esto es todo el espacio comprehen-
dido debaxo del Empireo) tienen la
figura esferica, por lo q.e se dice Esfera
natural, á cuia imitacion para ex-
plicar la disposicion de los Astros,
y del Globo terraqueo, se hacen glo-
bos, o esferas artificiales: el uno
celeste, y el otro terrestre. Y para
explicar el movim.to de los Astros se
hace otra Esfera llamada Armilar,
con los principales Circulos. Estas

se disponen segun varios sistemas, sirviendo unas, y otras p.ª resolver por ellas muchos problemas, como luego veremos.

En la Esfera natural no existen realm.te circulos, ni lineas; pero es necesario concevirlos, considerando, q.e los Astros hacen su movim.to en diversos planos de la Esfera, á fin de q.e puedan observarse, y calcularse.

Capitulo Tercero. Definiciones de la Esfera, Propiedades de los circulos maximos, Angulos, y Triang.s Esfericos, fundam.tos p.ª su resolucion, y la disposicion de las Analogias en qual.q.r caso.

Diffiniones.

1ª Esfera es un solido producido p.r la revolucion entera de un semicirculo al rededor del Diametro inmovible.

2ª Centro de la Esfera es un punto del qual todas las rectas tiradas hasta la superficie esferica, son iguales, y se dicen Radios de la Esfera.

3ª Diametro de la Esfera es qualq.ra recta, q.e pasando por el centro se termina en la superficie esferica. Los Diametros son infinitos, y todos iguales por componerse de 2 radios

1ª Exe de la Esfera es el Diametro

inmoble sobre quien se mueve la esfera.

5ª Polos de la Esfera son los extremos del Exe.

6ª Circulo maximo de la Esfera es qualq.ª q.e pasa por el centro de la Esfera, y la divide en 2 semisferas iguales. Los Circulos maximos son infinitos todos iguales, y tienen por centro al de la Esfera: dicense maximos p.r q.e en la Esfera no puede haver otro mayor.

7ª Circulo menor es aq.l cuio plano no pasa por el centro de la Esfera, y por consig.te la divide en 2 partes desiguales.

8ª Círculos paralelos son aquellos, cuios planos son entre sí paralelos: qualq.ª círculo máximo puede tener infinitos paralelos, q.e serán tanto menores q.to mas disten del círculo máximo.

9ª Círculos entre sí perpendiculares son aq.llos cuios planos se cortan perpendicularm.te

10. Círculos entre sí inclinados son aquellos, cuios planos son inclinados, ó se cortan obliquam.te

11. Nodos, o secciones son 2 puntos en la superficie de la Esfera, en donde se cortan 2 círculos máximos. Si los círculos CGD (Fig. 4ª) CBD se cortan

en C, y D, serán estos los nodos ó Secciones.

12 Exe de un circulo es la recta q.e pasando p.r el centro del circulo, y de la Esfera es perpendicular á su plano. Si la recta CD (Fig. 1.a) es perpendicular al plano del circulo maximo GSH, y pasa por el centro A, será su Exe. tambien será exe del circulo menor MVN, si es perpendicular á su plano, y pasa p.r su centro Z, y por el centro A de la Esfera.

13. Polos de un circulo son los estremos de su Exe, y assi los puntos C, D son polos del circulo maximo GSH, y de todos sus paralelos.

14. Angulo Esferico es el que forman 2 circulos maximos como el ang.º FCB (Fig. 1ª): su medida es el Arco de otro Circulo maximo comprehendido entre ellos, de quien es Polo el dho Angulo, y assi, supuesto que C sea polo del circulo maximo GSH, será el Arco GS medida del Angulo FCB; y tambien SH será medida del Angulo BCN. El plano del circulo GSH es perpendicular á los planos de los circulos maximos, q.e pasan por el Polo C.

15. Triangulo Esferico es el formado en la Superficie de la Esfera p.r

3 Arcos de circulos maximos. Los dem.s no se consideran.

Propiedades de los Circulos maximos, y Angulos Esfericos.

1.ra 2 Circulos maximos se cortan mutuam.te en 2 partes ig.s porq.e la comun seccion es un Diametro de la Esfera, y de dhos circulos.

2.a Los Angulos formados en la seccion de 2 circulos, como FCB (Fig 4.a) BCL, ó son 2 rectos, ó iguales á 2 rectos; porq.e tienen por medida el semicirculo GSH.

3.a Los Ang.s verticalm.te opuestos son ig.s se infiere de la anteced.te

1ª El angº formado en la seccion de 2 circulos es igº á la distancia entre sus Polos. Sea L (Fig. 1ª) Polo del circulo FBE, y H, Polo del circulo CAD, será el Arco LH medida del angº BAC, porq. si de los quadrantes LF, HC se quita el Arco comun LC, será LH = CF; pero CF es medida del Angulo BAC, (por ser el punto A Polo del Circulo FCL): luego LH, distancia entre los Polos, es medida del Angulo BAC.

2ª Si un circulo CLD (Fig. 1ª) para. pº. el punto L polo del circulo EBF, pasará este Circulo EBF por el punto A polo del Circulo FCL, y estos 2 cir-

culos serán entre sí perpendiculares.

Propiedades del triangulo Esferico en Comun.

El Triangulo Esferico puede ser rectangulo si tiene un Angulo recto; Obtusangulo, si tiene un ang.º obtuso; acutangulo, si los 3 Angs son agudos; equilatero, si los 3 lados son iguales; isosceles, si tiene 2 lados iguales; escaleno, si los 3 lados son desiguales; y quadrantal, si tiene un lado ig.l al quadrante, y ningun angulo recto.

Lo 1.ro En qualq.r triangulo Esferico qualq.r lado es menor q.e el

semicirculo.

2º Cualesq.ra 2 ~~angs~~. lados juntos son mayores q.e el 3º.

3.ro Los 3 lados juntos son menores q.e un circulo entero.

4º El mayor lado se opone al mayor ang.o y al contrario.

5º Los 3 Angulos juntos son mayores q.e 2 rectos, y menores q.e 6.

6º Pueden ser los 3 angulos rectos, uno recto y dos obtusos, 2 rectos, y uno obtuso, ó todos 3 obtusos.

7º En qualq.r triangulo ABC (Fig. 5.ª) alargada la base AC, si los 2 lados AB, BC juntos son ig.s al semicirculo, el ang.o esterno BCD sera ig.l al inter-

no A. Si dhos lados son mayores q.e el semicirculo, el ang.o esterno será menor q.e el ang.o A, y si son menores q.e el semicirculo, el ang.o esterno será mayor q.e el ang.o A.

8.o El Angulo esterno BCD (Fig. 5a) sõre es menor q.e los 2 internos y opuestos A, y B.

En el Triangulo Ysosceles

Lo 1.ro Los Angulos sõre la Base son iguales, y si los ang.s son ig.s el triangulo será Ysosceles.

Lo 2.do si el ang.o vertical no es polo de la Base, el perpendiculo dividirá a la Base, y angulo vertical

en 2 partes iguales, y al contrario.

3.ro Si los lados son quadrantes, los Angulos q.e la Base, serán rectos; si son mayores q.e quadrantes los Angs. serán obtusos, y si menores, serán agudos.

Dos Triangulos serán totalmte. iguales.

1.ro Si los 3 lados del uno, fueren ig.s á los 3 lados del otro, cada uno al suio.

2.do Si los 3 angs. del uno son iguales á los 3 del otro, cada uno al suio.

3.ro Si los 2 lados y el angº. comprehendido son ig.s á los del otro.

4.º Si un lado, y los angulos

adiacentes son ig.s á los del otro.

5.° Si 2 lados, y un ang.° opuesto fueren ig.s á los del otro, con tal q.e los otros 2 ang.s opuestos, sean de una misma especie, p.° no rectos.

6.° Si 2 ang.s y un lado opuesto fueren iguales á los del otro, con tal q.e los otros 2 lados opuestos sean de una misma especie, pero no quadrantes.

Scolario. Para resolver un tri ang.° dados 2 angulos, y un lado opuesto, ó bien dos lados, y un angulo opuesto, es menester saber de q.e especie es el lado, ó ang.° q.e se busca

7.° Si 2 tri ang.s tienen los 2

lados del uno iguales á los del otro, el g.° tuviese mayor ang.° comprehendido tendrá mayor base.

En el Triangulo Rectangulo.

1.° Los lados g.° comprehenden el ang.° recto son de la misma especie g.° los ang.° opuestos.

2.° La Hipotenusa será quadrante, si los 2 lados g.° comprehenden el ang.° recto, ó á lo menos una fuere quadrante, ó bien si 2 ang.° fueren rectos.

3.° la Hipotenusa será menor g.° quadrante, si los lados son de una misma especie, pero no

quadrantes, ó bien si los angs. adiacentes á la hipotenusa fueren de una misma especie, pero no recto.

2.º La Hipotenusa será mayor q.e quadrante, si los angulos adiacentes fueren de diversa especie, p.º ningº recto; ó bien si los lados son de diversa especie, p.º ninguno quadrante.

En el Triangulo Obliquangulo.

1.º si del angº Vertical baxa un Arco perpendicular á la base, caerá dentro, si los Angulos sobre la base son de una misma especie, siendo el perpendiculo de la misma especie, q.e los Angulos, pero si los angs. sobre

la base son de diversa especie el perpendiculo cae fuera, y es de la misma especie q.e el ang.o externo.

2.do Si los angulos sbre la base son agudos, y desiguales, el mayor seg.to de la base, y del ang.o vertical echo por el perpendiculo son conterminos al lado mayor, y al contrario, si los angulos sbre la base son obtusos.

3.to En el triang.o acutangulo cada lado es menor q.e el guadrante.

4.o Si un triangulo obliguangulo tiene 2 angulos agudos desiguales, el lado op.to al menor, sera menor q.e el guadrante. Si tiene 2 ang.s

obtuso, el lado opto al mayor, será mayor q.e quadrante. Si los 3 lados son mayores q.e quadrantes, ó bien 2 son mayores q.e quadrante, los 3 ang.s serán obtusos.

De los Triangulos substitutos

Para resolver un triangulo, suele suponerse otro, q.e llaman substituto, equipolente, ó vicario, en el qual se toman algunas ptes. ig.s á las del triangulo propuesto, ó complem.tos al quadrante, ó suplem.tos al semicirculo.

Lo 1.o q.e en el Triangulo ABC (Fig.a 8) rectangulo en A, si el lado AB se alarga hasta D, polo de la Base AC, y se tira el Arco DC, serán DA, DC, qua-

drantes, y se tendrà el triangulo CBD, en el qual el lado BC es comun à entrambos, BD es complem.to de BA, DC por ser guadrante es ig.l al Angulo A, el angulo D es igual al Arco AC su medida, el ang.o CBD es suplem.to à 2 rectos del ang.o CBA, el ang.o BCD es complem.to al guadrante del Ang.o BCA por ser ACD recto.

Lo 2.do En qualq.r triangulo ABC (hyp. 7a) continuados los lados AB, AC hasta concurrir en D, seran ABD, ACD semicirculos, y se tendra el triangulo BCD, en el qual el lado BC es comun à entrambos, y el Arco BD es suplem.to de AB, y CD suplem.to de AC, el ang.o D = A, el ang.o CBD su-

plem.to de ABC, y el ang.o BCD suplem.to de ACB.

Lo 3.ro dado qualquier triang.o ABC (Fig.a 8.a) y en los polos de sus Arcos (esto es en los puntos N, y O, polos del Arco AC, en los puntos L, y F. polos del Arco AB, y en el punto P. polo del Arco BC) se forman 8 triangulos FOP, OPL, LPN, NPF, y en cada uno de los 3 prim.ros se tienen 2 lados iguales a 2 ang.s del triangulo ABC, y el otro lado es suplem.to a 2 rectos del otro ang.o; pero en el 1.o triangulo NPF cada lado es suplem.to à 2 rectos de cada ang.o del Triangulo ABC, por q.e si de los quadrantes VO, PS, se qui-

ta el Arco VP, quedarà PO igual VS, pero VS es medida del ang.º C, por ser CV, CS, quadrantes: luego PO es ig.l al ang.º C, y por consig.te PN suplem.to de PO, lo serà tambien del ang.º C. Assimismo si de los quadrantes EBX, PXt, se quita ± PX, serà EP = XT; pero Xt es medida del ang.º B, por ser BX, BT quadrantes; luego EP es ig.l al ang.º B, y por consig.te PF, sera suplem.to del ang.º B. Finalm.te si de los quadrantes LF, KO, se quita KF, quedarà OF = LK, y siendo LK ig.l al angulo A, tambien lo serà OF, y por consig.te FN, serà suplem.to del ang.º A; luego los 3 lados del triangulo NPF, son suplem.tos de los 3 ang.s del triangu-

lo ABC. También se demuestra q.e los 3 ang.s del triangulo NOF son suplem.tos de los 3 lados del triangulo ABC.

En q.to à los 3 prim.ros triangulos se verà q.e en el triangulo FOP se tiene OF = al ang.o A, OP ig.l al ang.o C, y PF, suplem.to à 2 rectos del ang.o B; en el triangulo PLN se tiene LP ig.l al ang.o B, LN ig.l OF, ig.l al ang.o A, y PN suplem.to à 2 rectos del ang.o C; en el triang.o OPL se tiene PO ig.l al ang.o C, PL ig.l al ang.o B, y el Arco OL siendo suplem.to de OF lo serà tambien del ang.o A.

Corolario. Si en un Triangulo ABC (Fig.a 8a) se dan conocidos los 3 ang.s y se convierten los 2 ang.s en lados de otro Triang.o y se hace el 3.r lado suple-

m.to á 2 rectos del 3.r angulo del triangulo ABC, se tendrán conocidos los 3 lados en qualesq.ra de los 3 triang.s FOP, OPE, EPN. Y si los angulos del triangulo ABC se convierten en lados, tomando el suplem.to de cada uno se tendrà en el triangulo NPF, conocidos los 3 lados, y hallando el valor de sus ang.s y tomando el suplem.to de cada uno se tendrán los 3 lados del triangulo ABC.

Fundam.tos p.a la resolucion de los triang.s rectangulos.

Si 2 triangulos rectang.s ABC, ADE (fig 9) tienen los ang.s en D, y B rectos, el ang.o A comun, y los lados AD, AE quadrantes.

Lo 1.ro los Senos de las Hipote-

nusas AC, AE son pps con los senos de los perpendiculos CB, ED, esto es:

El seno de AC,

Al seno de CB;

Assi el seno de AE ig.l al radio

Al seno de ED ig.l al ang.o A

Lo 2.do Los senos de las Bases AB, AD son pps con las tang.tes de los perpendiculos CB, ED, esto es:

Como el seno de AB,

A la Tang.te de CB;

Assi el seno de AD ig.l al radio,

A la tang.te de ED ig.l al ang.o A.

En estas 2 propiedades se funda la resolucion del triang.o rectang.o p.a lo q.l ademas del triangulo prop.to ABC (Fig. 9) llamado proporcional

se supone otro triangulo A C D, llamado el principal, q.e tenga un angulo A comun, y los lados A C, A D quadrantes. se han de dar 3 cosas conocidas, ya sean 3 angs. ó ya 3 lados, 2 angs. y un lado, ó 2 lados, y un angº observando la especie del lado, ó angº q.e se busca: y en caso q.e haya ambiguedad ademas de los 3 datos se la de dar conocida la especie q.e se busca, como se dirá en su lugar.

El triangulo quadrantal se reduce á rectangulo convirtiendo los lados en angulos, como se dixó en los trianos. substitutos.

El triangulo isosceles rectangº p B D (Fig. 9), cuios angs. sobre la Base

BD son rectos, y los lados PD, PB cuadrantes, no se puede resolver, aunq.e se de la especie del ang.o o, ó de la base BD, q.e es su medida; pero si se tiene el ang.o P se tendrá la Base, ó al contrario.

Analogias p.a todos los casos del Triang.o rectangulo.

Supongase q.e se ha de resolver el triang.o esferal ARC (Fig.a 8a) rectangulo en R, cuio triangulo principal es DRC, p.r tener el ang.o R comun, y sea RD, RC cuadrantes, y los ang.s E, y C rectos. En estos 2 triangulos se disponen las analogias en los 6 casos prim.os de los 16, q.e pueden ocurrir. Para los 3 casos sig.tes en lugar del

triangulo opuesto, se substituie el triangulo ADC rectangulo en D, y su principal es el triangulo AGK. Para los 5 casos sig.tes se substituie el mismo triangulo ADC, y su principal es CSY. Para los otros 2 casos se substituie el triangulo AYP rectangulo en Y, y su principal es el triangulo PSQ.

Con esto sirviendose de los 2 principios, (esto es q.e los senos de las hipotenusas son ppls con los senos de los perpendiculos, y los senos de las Bases son ppls con las Tang.tes de los perpendiculos), se tomarán las analogias sig.tes

Caso Primero.

Dada la hipotenusa AC (Fig. 8ª) y un lado CK, hallar el ang.o opuesto

R.

Como el seno de la Hipotenusa RC,

Al Radio;

Assi el seno del lado CK,

Al seno del ang.º op.to R.

Esto es, en los triangulos RCK, RDG, son

pps como el seno de RC, al seno de

RD; assi el seno de CK, al seno de

DG.

Caso Segundo.

Dada la Hipotenusa RC y el ang.º

obliquo R, hallar el lado opuesto

CK.

como el Radio,

Al seno de la Hipotenusa RC;

Assi el seno del ang.º R.

Al seno del lado op.to CK.

Esto es en los mismos triangulos invirtiendo los terminos.

Caso Tercero.

Dados los 2 lados RK, CK hallar qual q.ª angulo obliquo R.

Como el seno del lado adiac.te RK,

Al Radio;

Assi la Tang.te del lado op.to CK,

A la Tang.te del angulo R.

Esto es en los mismos triangulos el seno de RK, al seno de RG, como la Tang.te de CK a la tangente de GD.

Caso Quarto.

Dado un lado RK, y el angulo adiacente R, hallar el lado opuesto CK

Como el Radio

Al seno del lado adiacente RK;

Assi la Tang.te del ang.o K,
a la tang.te del lado op.to CK
es inversa de la antecedente.

Caso Quinto.

Dado un ang.o obliguo K, y el lado opuesto CK, hallar el otro lado KK (sauiendo, si ha de ser mayor, ó menor q.e guardante)

Como la Tang.te del ang.o K
a la tangente del lado op.to CK;
Assi el Radio,
al seno del lado KK.
Es la misma analogia q.e la anteced.te mudando la 1.ra razon en 2.da

Caso Sexto.

Dado un ang.o obliguo K, y el lado op.to CK, hallar la Hipotenusa KC (sauiendo si ha de ser mayor, ó menor q.e el gua-

drante).

Como el seno del ang.° K.
Al seno del lado op.to CK;
Assi el Radio.
Al seno de la Hipotenusa KC.

Es la misma analogia del Caso 2.do mudando la 1.ra razon en 2.da

Caso Septimo.

Dada la Hipotenusa KC, y un lado CK, hallar el otro lado KK.

Como el seno seg.do de CK,
Al Radio;
Assi el seno 2.do de la Hipotenusa KC,
Al seno 2.do de KK.

Esto es, en los triangulos ADC, AGK. como el seno de AC, al seno de AK; assi el seno de CD, al seno de KG.

Caso Octavo.

Dados los lados CK, RK, hallar la Hipotenusa RC.

Como el Radio,
Al seno 2.do de qualq.r lado CK;
Assi el seno 2.do del otro lado RK,
Al seno 2.do de la Hipotenusa RC.
Esto es, En los mismos triangulos ADC, AGK, como el seno de AK, al seno de AC; assi el seno de GK, al seno de CD.

Caso Nueve.

Dado un lado RK, y el ang.o adiacente R, hallar la Hipotenusa RC.

Como el Radio,
Al seno 2.do del ang.o R,
Assi la Tang.te 2.da del lado RK,
A la tang.te 2.da de la Hipotenusa RC.

Esto es, En los mismos triangulos
ADC, AGK, el seno de AG, al seno de
AD; como la Tang.te de GK, á la tan-
g.te de CD.

Caso Diez

Dado un lado CK, y el ang.o adia-
cente C, hallar el otro ang.o K.

Como el Radio,
Al seno 2.do del lado CK,
Assi el seno del ang.o C,
al seno seg.do del ang.o K.
Esto es, en los triangulos ADC, SCV,
como el seno de CV, al seno de CA; assi
el seno de VS, al seno de AD.

Caso Once.

Dados los ang.s obliguos C. y K, ha-
llar qualq.r lado CK.

Como el seno del ang.º adiac.te C,
Al seno 2.do del ang.º op.to R;
Assi el Radio,
Al seno 2.do del lado CK.
Esto es en los triangulos antecedentes
el seno de RS, al seno de AD, como
el seno de CV, al seno de AC.

Caso 12

Dados los angs. obliguos C, R, hallar
la hipotenusa RC.
Como la Tang.te de qualq.r ang.º C,
A la Tang.te 2.da del otro ang.º R;
Assi el Radio,
Al seno 2.do de la hipotenusa RC.
Esto es, En los triangulos ADC, SCV,
la tang.te de VS, á la tang.te de AD;
assi el seno de SC, al seno de CD.

Caso 13.

Dada la hipotenusa RC, y un angº. obliguo C, hallar el otro angº. R.

Como el Radio,
Al seno 2.do de la hipotenusa RC;
Assi la tangte. del angº. C,
á la tangte. 2da del angº. R,
esto es en los triangulos RDC, SCV, el
seno de SC, al seno de CD; como la
tangte de VS, á la tangte de RD

Caso 14.

Dado un lado CR, y el angº. opto R,
hallar el otro angº C (sabiendo, si
ha de ser agudo, ó obtuso).
Como el seno 2.do de CR,
Al Radio;
Assi el seno 2.do del angº. R
Al seno del angº. C.

Esto es en los triangs. ADC, sCV, el seno de AC, al seno de CV; como el seno de AD, al seno de VS.

Caso 45.

Dada la Stipotenusa RC, y un lado CK, hallar el angº comprehendido C.

Como la Tangte de la Stipotenusa RC,
A la tangte del lado CK,
Assi el radio,
Al seno 2.do del angº comprehendido C.

Esto es, en los triangulos VPA, PSD, la tangte de SD, á la tangte de VA; como el seno de PS, al seno de PV.

Caso 46.

Dada la Stipotenusa RC, y el angº C, hallar el lado adiacente CK.

Como el Radio,
Al seno 2.do del ang.o C,
assi la tang.te de la Hipotenusa RC,
A la tang.te del lado CK,
Esto es en los triang.s VPA, PSD, el seno de PS, al seno de PV, como la tang.te de SD, á la tang.te de VA.

Fundamentos p.a la resolucion de los triangulos obliquangulos.

Prim.ro En qualq.r triang.o Esferico ABC (Fig. 8.a) son pp.s
Como el Rectangulo echo de los senos de los lados AB, AC, q.e comprehenden el ang.o A.
Al Rectangulo echo de los Senos de las diferencias entre cada uno de

los lados AC, AB, y la semisuma de los 3;

Assi el quadrado del Radio, Al quad.º del seno de la mitad del ang.º comprehendido A.

Sirve este principio, quando se dan los 3 lados, ó bien los 3 ang.s substituiendo en este caso los ang.s en lados, tomando el suplem.to de cada uno p.a tener los lados del triangulo NPF, formado en los polos del propuesto.

2.do En qualq.r triang.o Esferico (Fig.ª 9ª) ABC, los senos de los lados son ppos. con los senos de los ang.s opuestos, es lo es:

El seno del lado AB,

Al Seno del angº opuesto C,
Como el Seno del lado AC,
Al seno del angº opto B.
Y tambien alternando, invirtiendo &.

En este principio se funda la resolucion, quando dados 2 lados, y un angº opto se busca el otro angº opuesto, ó bien, si dados 2 angs y un lado opto se busca el otro lado opto

3.ro En qualqr triangulo obliguangulo ABC (Fig. 40), si de qualqr angº vertical A, se baxa sobre la base el perpendiculo AD, alargada si fuere necessario formarà con los lados dos angulos verticales, cuyos senos primos son ppos con los senos 2dos de los angs sobre la base, esto es.

El seno del ang.º CAD
Al seno del ang.º BAD,
como el seno 2.do del ang.º ACB,
Al seno 2.do del ang.º ABC.

4.º Tambien los senos 2.dos de los ang.s verticales son pp.s con las tang.tes 2.das de los lados, esto es

El seno 2.do del ang.º CAD
Al seno 2.do del ang.º BAD;
como la tang.te 2.da del lado AC,
A la tang.te 2.da del lado AB.

5.º Los senos 2.dos de los seg.mtos de la Base son pp.s con los senos 2.dos de los lados, esto es,

El seno 2.do de BD
Al seno seg.do de CD,
como el seno seg.do de AB,

al seno segdo de AC.

6.º Tambien los senos primeros de los segmtos de la Base son ppes con las tangtes 2das de los angs otro la Base, con terminos á los segmentos, esto es:

Al seno de BD,
Al seno de CD,
Como la tangte 2da del ango ABC,
A la tangte 2da del ango ACB.

7.º tambien las tangtes de los angs verticales son ppes con las tangtes de los segmtos de la Base, esto es:

Como la Tangte del ango BAD,
A la tangte del ango CAD:
Asi la tangte del segmto BD,
A la Tangte del segmto CD.

En estos 5 ultimos principios se funda la resolucion del triangulo obliguangulo en todos los demas, reduciendole á 2 rectangs. por medio de un perpendiculo; observando q.e q.e caiga de tal angº g.e se tenga los datos suficientes p.a hallar los angs verticales, ó los segm.tos de la Base, atendiendo, si cae dentro, ó fuera del triangulo, y hacia que parte, á fin de tomar la suma, ó diferª de los angs verticales, ó de los segs m.tos de la Base.

Analogias p.a resolver el triangulo obliguangulo

Caso Primero.

En el triangulo ABC (fig.8ª) dados los 3

lados, hallar qualq.r Triangulo A.

Escrivanse los complem.tos logarithmicos de los senos de los lados AB, AC, q.e comprehenden el angulo A, q.e se busca. Sumense los 3 lados, y tomando la mitad, reste de ella, el lado AB, y escrivase el logarithmo del seno de la dif.a Restese tambien de la misma semisuma el lado AC, y escrivase el logarithmo del seno de la dif.a Sumense los 4 logarithmos y sacando la mitad se tendrà el seno de la mitad del angulo A, y su duplo serà el valor de todo el Angulo. Fundase en el principio 1.o

Exemplo

Sea AB = 60°. . . . . C.L. 0.062691
AC = 70°. . . . . C.L. 0.027042

BC = 80°

Suma. 210°

Semisuma 105°

Difª de AB..45°..... 9. 8494850.

Difª de AC..35..... 9. 7585913

Suma de los 4 Logarithmos..... 19. 6975599

Semisuma 44°.54'30"..... 9.8497799 ½

Y será el angulo A = 89°,49'

Caso 2.do

Dados los 3 Angulos hallar qualqr lado AB (Fig. 8ª).

Tomese el suplemto de cada angulo, y se tendràn 3 lados de un triangº equipolente NPF. Hallese por el Caso antecedte el valor del angulo F, cuio suplemto à 180° darà el valor del lado AB.

Caso 3.º

En el triangulo obliguangulo ABC (Fig. 8ª) dados los lados AB, AC, y el ang.º op.to C, hallar el otro angulo op.to A (sabiendo si ha de ser agudo, u obtuso)

Como el seno de AB,
Al seno del angº op.to C;
Assi el seno de BC,
Al seno del angº op.to A.

Consta del principio 2.do

Caso 4.º

Dados los angs. A, C y el lado op.to AB, hallar el otro lado op.to BC (sabiendo si ha de ser mayor, ó menor q.e quadrante.

Como el seno del angº C,
Al seno del lado AB;
Assi el seno del angº A,

Al seno del lado BC.

Caso 3.º

Dados los angs. A, B (Fig. 10), y el lado comprehendido AB, hallar el otro angulo C.

Para este, y los sigtes casos, se baxa un perpendiculo AD, y se necesitan 2 analogias.

1.ª Como el Radio,
Al seno 2.do de AB;
Assi la Tangte del angº ABC,
A la Tangte 2.da de BAD.
Conocido BAD se tendrà CAD.

2.da Como el seno del angº BAD,
Al seno del angº CAD;
Assi el seno 2.do del angº ABC,
Al seno 2.do del angº ACB.

Caso 6.º

Dados los lados AB, AC, (Fig. 10). y el ang.º op.to B, Hallar el ang.º comprehendido BAC.

1.ra Como el Radio,
Al seno 2.do de AB;
Assi la Fang.te del ang.º ABC,
A la Fang.te 2.da de BAD.

2.da Como la Fang.te 2.da de AB,
A la tang.te 2.da de AC;
Assi el seno 2.do de BAD,
Al seno 2.º de CAD.

Conocidos BAD, CAD, se tendra BAC

Caso 7.º

Dados los angs. B, C (Fig. 10) y el lado opuesto AB, Hallar el otro angulo A, (sabiendo si ha de ser agudo, u obtuso.)

1ª. Como el Radio,
Al Seno 2º. de AB;
Assi la tang.te de ABC,
A la tang.te 2º. de BAD
2ª Como el Seno 2º. de ABC.
Al Seno 2º. de ACB;
Assi el Seno de BAD,
Al Seno de CAD.
Conocidos BAD, CAD, se tendrá BAC.

Caso 8.º

Dados 2 lados AB, BC, y el ang.º comprehendido B, Hallar el ang.º C. (Fig. 10)
En este caso el perpendiculo ha de caer del lado opº al ang.º q.e se busca.
1ª Como el Radio,
Al Seno 2º. de ABC;
Assi la Tang.te de AB,

A la tang.te de BD.

Conocido BD, y BC, se tendrà CD,

2.da Como el seno de BD. al seno de

CD;

Assi la tang.te 2.da de ABC,

A la tang.te 2.da de ACB.

Caso 9.

Dados los lados AB. BC, y el ang.o com-

prehendido B, hallar el otro lado AC.

1.ra Como el Radio,

Al seno 2.do de ADC;

Assi la tang.te de AB,

A la tang.te de BD.

Conocidos BC, y BD, se tendrà CD.

2.a como el seno 2.do de BD,

Al seno 2.do de DC;

Assi el seno 2.do de AB,

Al seno 2.do de AC.

Caso 10

Dados los ang.s B, C, y el lado opuesto AB, hallar el lado comprehendido BC (saviendo si ha de ser, mayor, ò menor q.e quadrante.)

1.ra Como el Radio,
Al seno 2.do de ABC;
Assi la tang.te de AB,
A la tangente de BD.

2.da Como la tang.te 2.da de ABC
A la tang.te 2.da de ACB;
Assi el seno de BD,
Al seno de CD.

Conocidos BD, y CD, se tendrà BC.

Caso 11.

Dados los lados AB, y AC, y el ang.o

opuesto B hallar el otro lado BC.

1ra Como el Radio.
Al seno 2.do de ABC;
Assi la Tang.te de AD;
A la tang.te de BD.

2.da como el seno 2.do de AB,
Al seno 2.do de AC;
Assi el seno 2.do de BD,
Al seno 2.do de CD.

Conocidos BD, y CD, se tendrá BC.

Caso 12

Dado un lado AB, y los ang.s adiacentes A, B, hallar qualq.r lado AC.

En este caso el perpendiculo se ha de bajar del angulo dado adiacente al lado, q.e se busca.

1ra Como el Radio,

Al seno 2.do de AB;
Assi la tang.te de ABC,
A la tang.te 2.da de BAD.

Conocidos BAC, y BAD, se tendrá CAD.

2.da Como el seno 2.do de BAD,
Al seno 2.do de CAD;
Assi la tang.te 2.da de AB,
A la tang.te 2.da de AC.

Capitulo Quarto. De los Principales Circulos de la Esfera.

Entre los innumerables circulos, q.e pueden considerarse en la Esfera natural, los mas principales, q.e ordinariam.te se ponen en las Esferas artificiales son 10, de los quales los 6

son mayores, y los quatro son menores. Los Mayores son Equinoccial, Ecliptica, Coluro de los Equinoccios, Coluro de los Solsticios, Horizonte, y Meridiano. Los 4 menores son Tropico de Cancer, Tropico de Capricornio, circulo Polar Artico, y circulo Polar Antartico. Todos se consideran moviles, excepto el Meridiano, y Horizonte, q.e son immobles debaxo del concabo del Empireo. Su delineacion en plano es de este modo.

Con qualquier intervalo CB (Fig. 44) descrivase el circulo HZON, cuia circunfer.a se dividira en 24 pt.es

igs. pr. los Diamtros. perpendiculares AB, CQ; tirense tambien quales qra. 2 Diametros HO, NZ, perpendiculares entre SI; cortense BM, BL, AP, AK, ~~de~~ Ct, CF, QR, QD, cada uno de $23^{\circ}\frac{1}{2}$; y tirense las ML, Dt, RF, PK, DF, y se tendrà delineada la Esfera en plano, cuia explicacion es la sigte. advirtiendo, qe. qto. se dixere de qualqr. Circulo en la Mayor Esfera, se ha de entender en el semejante Circulo de qualqra. esfera menor concentrica.

Del Exe y Polos del Mundo.

Por la recta AB (Fig 11) se considera el Exe del Mundo, sobre el qual

se imagina moverse la maquina del Universo de Levante á Poniente en 24 horas; y pasando por el centro de la Tierra se termina en la superficie de la Esfera, en los p.tos A, y B, q.e se llaman Polos del Mundo. El Polo B, q.e se supone en n.ro Emisferio se dice Boreal, Septentrional, Arctico, llamase Boreal p.r el viento Boreas q.e viene de aq.lla p.te Septentrional por las 7 Estrellas de la Osa Mayor, llamada Siete-triones, y Arctico por las Constelaciones de las osas, q.e en Griego se dicen Arctos. El Polo A, q.e se concive en el otro

Hemisferio se dice Austral, Meridional, y Antarctico: Austral por el viento Austro, q.e corre de aquella parte, Meridional porq.e esta á la p.te del Medio dia, respecto á nosotros, y Antarctico p.r q.e esta directam.te opuesto al Actico.

De la Equinoccial.

Por la Linea Eq.l se representa la Equinoccial, ó el Equador, y es un circulo Maximo q.e dista igualm.te de entrambos Polos del Mundo: llamase Equinoccial, porq.e quando el Sol entra en el, son los dias iguales á las noches en todo el Mundo. Su Exe AB, y sus Polos A, B son los

mismos del Mundo. El Plano de la Equinoccial divide á la Esfera en dos Emisferios; el q.e contiene al Polo B se dice Boreal, Septentrional, ó Arctito; el que contiene al Polo A, se llama Emisferio Austral, Meridional, ó Antarctico. Este Circulo es la medida del Tpo, p.r q.e moviendose la Esfera sobre su Exe uniformemte hace una revolucion entera qualq.r punto de su circunferencia en 24 horas: y assi por este Circulo se determina la duracion del dia artificial, q.e es el Tpo q.e tenemos al Sol sobre nro Horizonte.

De la Ecliptica, y Zodiaco.

Por la Linea DF se representa la Ecliptica, cuio plano corta al de la Equi-

noccial en un Angulo QCD de 23° ½
Los puntos L, P son sus Polos, q.e por
consig.te distan de los del Mundo A,
y B, tambien 23° ½. El Sol Jamas
sale del Plano de este Circulo; pero
los demas Planetas, hacen su movi-
m.to en otros Circulos, q.e cortan obliqua-
m.te à la Ecliptica. Llamase assi p.r
q.e en ella se hacen los Eclipses del Sol,
y Luna. Los 2 puntos C de una, y otra
parte de la Esfera, en donde se cortan
el Equador EQ, y la Ecliptica DF, se
llaman Equinocciales, porq.e quando el
Sol llega à ellos, hace la revolucion diurna
p.r la Equinoccial, igualando el dia à la

noche: el uno sucede en 21 de Marzo, y se llama Equinoccio Vernal, porque da principio á la Primavera; el otro es en 23 de Septiembre, y se llama Equinoccio Autumnal, porq.e da principio al Otoño. Los Puntos D, y F de la Eliptica mas apartados del Equador se llaman Solsticiales: el P.to D, q.e cae hacia la P.te Boreal, se dice Solsticio Estival, p.r q.e hallandose alli el Sol da principio al Estio en el mes de Junio; el otro F q.e cae á la P.te Austral, se dice Solsticio Hyemal, porq.e estando alli el Sol tiene principio el Invierno en el mes de Diciembre. El semicirculo CDc se llama Boreal, por estar hacia esta P.te el otro semicirculo

CFC, se llama Austral, porq.e esta en su Emisferio. Los movim.tos particulares de los Astros se quentan segun la Ecliptica, y assi se dice q.e el Sol hace su curso en un Año, porq.e en este tiempo corre toda la Ecliptica. Saturno en 30 años. Jupiter en 12 Años &. La obliquidad de la Ecliptica con la Equinoccial causa la desigualdad de los dias con las noches.

El Zodiaco es una faxa, o Zona representada por S.N, de casi 20° de ancho, y contiene en medio à la Ecliptica, comprehendiendo en su latitud las Orbitas de los demas Planetas: esto es los circulos maximos en cuios

planos hacen sus movim.tos propios los Planetas. En la superficie del Zodiaco, por toda su longitud, se contienen los 12 signos, cuios nombres y caracteres son los siguientes

Aries.....	♈	Libra.....	♎
Tauro.....	♉	Escorpion.....	♏
Gemini..	♊	Sagitario.....	♐
Cancer...	♋	Capricornio.....	♑
Leo.....	♌	Aquario.....	♒
Virgo....	♍	Pisis.....	♓

Los Signos se consideran en 2 maneras, los unos se llaman racionales, invisibles, ó del 1.r mobil, y no son otra cosa q.e 12 partes iguales del Zodiaco, q.e se empiezan á contar des.

de la interseccion Vernal de la Eclip-
tica con el Equador desde pont.e ha-
cia Levante: y siendo la Circunf.a de
la Ecliptica de 360°, á cada signo
Racional corresponde 30°. Los 6 prim.s
Signos q.e estan en el Semicirculo Bo-
real de la Ecliptica se llaman Bo-
reales, y los otros 6 Australes.

Tambien los Signos se consi-
deran sensibles, visibles, ó Estrella-
dos, y tienen los mismos nombres, y
orn; los quales no son otra cosa,
q.e 12 Constelaciones, ó Agregados de
Estrellas, y se distinguen de los Ra-
cionales, en q.e son desiguales, pues
alg.s tienen mas de 30°. y otros menos,

ni corresponden exactamte á los Racionales; porq. como las estrellas Fixas tienen un movimto tardo, segun el qual en un Año caminan 50", en 72 años 1°. y en 2160 30°. ó un signo Racional, de q. se sigue no corresponder los unos á los otros: de suerte, q. el Año de 100 la 1ra Estrella de Aries visible estaba en la intersección Vernal, y los Signos visibles correspondian á los Racionales; pero oy de las 13 Estrellas q. componen el signo de Aries, las 12 se hallan ya en Tauro Racional, y el Año de 2560 todo el signo de Aries Visible se hallará en Tauro Racional, y Tauro Vi-

sible en Geminis Racional, & siempre q.e se habla de los Signos, sin distinguir la Especie, se entienden los Racionales.

De los 2 Coluros.

Los Coluros (llamados Mutilos, ó imperfectos) porq.e no son vistos enteram.te de los q.e habitan la Equinoccial) son 2 Circulos Maximos, de los quales el uno se representa por A B, q.e se llama de los Equinoccios, y pasa por los Polos del Mundo A, B, y por los puntos Equinocciales C, dividiendo á la Ecliptica en 2 semicirculos: el uno Boreal, desde principio de Arie.s p.r Cancer, hasta el fin de Virgo, y el

otro Austral desde el principio de Libra por Capricornio, hasta el fin de Piscis.

El otro Coluro se dice de los Solsticios, y se representa por el Circulo maximo A Z B, q.e pasa por los Polos del Mundo A, B, y p.r los puntos Solsticiales D, F. dividiendo a la Eclíptica en 2 semicirculos; el uno desde el principio de Capricornio F. por Aries, hasta el fin de Geminis, y se llama Ascendente, porq.e el Sol sube por el hasta nosotros. El otro Semicirculo es desde el principio de Cancer D, por Libra, hasta el fin de Sagitario, y se dice Descendente, porq.e el Sol baxa hacia el

otro Polo. El Plano de este Colurno es perpendicular al de los Equinocios, á la Ecliptica, al Equador, y á todos sus paralelos, porq. pasa por los Polos de dhos. circulos. En el se cuenta la Maxima declinacion del Sol, cuia medida es el Arco ΩD igual al Angulo DCΩ de la obliquidad de la Ecliptica con el Equador.

De los Tropicos.

Los Tropicos son 2 circulos menores equidistantes, y paralelos al Equador representados por las lineas Dt, Ft, q. tocan á la Ecliptica en los puntos solsticiales D, y F. El uno Dt q.

esta en el Hemisferio Boreal se llama tropico de Cancer; porq.e desde el contacto empieza este Signo, y q.do el Sol se halla en ☉, hace su revolucion diurna por el mismo tropico, y tenemos el dia mayor del Año en el mes de Junio. El otro R.F en el Hemisferio Austral se dice tropico de Capricornio; porq.e empieza desde alli este Signo, y quando el Sol se halla en el punto del contacto F tenemos el menor dia del Año en el mes de Diciembre. El Camino del Sol se comprehende entre los 2 Tropicos, y las Revoluciones diurnas en los demas dias se hacen en ca-

culos paralelos comprehendidos entre los tropicos.

De los Circulos Polares.

Estos se representan por las lineas ML PK, y son 2 circulos menores paralelos al Equador, distantes de el $66\frac{1}{2}$, ó bien distantes de los Polos de el Mundo $23\frac{1}{2}$, los quales pasan por los polos de la Ecliptica, y toman el nombre del Polo immediato: y assi ML se llama Circulo Polar Artico, y el otro PK circulo Polar Antartico.

De el Horizonte

Horizonte segun la derivacion del Griego significa el terminador de la Vista: es en 2 ma-

neras, Racional, y Sensible. El Racional es un Circulo maximo HO (Fig. 12) q.e pasando por el centro de la Tierra divide á la Esfera en 2 emisferios, el uno superior HZO, y el otro inferior HNO. Sus polos son Z, y N; de suerte q.e respecto al Habitador A, y concibiendo la recta ZN, q.e pasa por el punto A, y el centro C, sera el punto Superior del cielo Z q.e se dice Zenith, y el punto N sera el mas inferior Nadir. En este Circulo se determina los Astros q.e se ven sobre, y los q.e sobre se ocultan; los q.e en 24 horas se descubren sobre el Horiz.te y se ocultan debaxo. Este Circulo da á la Esfera la denominacion de Recta, obligua, y paralela. En el se determi-

nan los 4 puntos Cardinales Norte, Sur, Levante y Poniente; la amplitud ortiva, y occidua; el Orto, y Ocaso de los Astros son infinitos los Horiz.tes q.e son los puntos en la mitad de la superficie del globo terraqueo; pues cada uno tiene su propio horizonte con su Zenith, y Nadir, q.e son los Polos de cada horizonte.

El Horizonte sensible es un Circulo menor p.Z tang.te al Globo terraqueo en el punto A respecto á este habitador, y es paralelo al horizonte Racional. Por el se distinque la parte superior aparente del cielo p.Z.L de la inferior p.N.L, q.e no le es visible. El Ze-

nith Z, y el Nadir N, son tambien Polos de este Circulo menor PZ: llamase sensible, porq.ª lo percive la vista, sino lo impiden las alturas de los montes, como en el Mar, en donde parece q.ª el Cielo se termina por todas partes en las Aguas. si la vista se conhuviese en F, sensiblemte apartado de la Tierra, y al rededor de ella se tiraseu visuales tangentes FL, FK, el circulo LK seria el Horizonte sensible respecto al punto F, porq.ª se descubriria la pte del Cielo LZK. Este Horizonte sensible PZ determina el dia Artificial, q.ª es el tiempo q.ª esta el Sol sobre el Horizonte, y la noche Artificial, q.ª es el

Tpo, q.e esta debaxo. Como la Tierra es quasi un punto respecto à la Esfera celeste el Horizonte Racional se distingue muy poco del sensible. Quando se habla del Horizonte sin expresar la Especie se entiende el Racional.

Del Meridiano.

Meridiano es un circulo maximo HZOS (Fig. 44) q.e pasa por los polos del mundo A, B, y por el Zenith, y Nauth de un lugar. El Plano del Meridiano es perpendicular al plano del Horiz.te porq.e pasa por sus Polos Z, N, y al plano del Equador porq.e pasa por los Polos del Mundo, ō de este Circulo llamase Meridiano,

porq.e en llegando el Sol al semicirculo superior, hace el Medio dia, y q.do toca el semicirculo inferior la media noche. Quando algun Astro se halla en el Meridiano tiene su mayor altura sobre el horizonte en aq.l dia, y dista menos del Zenith. En este circulo se cuenta la Altura de Polo, cuia medida es el Arco OB (Fig. 18) comprehendido entre el Polo, y el horizonte, y su complem.to es el Arco BZ hasta el Zenith, el qual es igual à HQ altura de la Equinocial sobre el Horiz.te como tambien la altura de Polo BO es igual à QZ distancia de la Equinocial al Zenith; porq.e si de los Quadrantes OZ,

B Q se quita B Z sera O B = Z Q; y p.r lo mismo B Z = H Q. Los Meridianos son infinitos q.tos son los Lugares de la Tierra. En las Esferas materiales se pone un Meridiano, y un Horizte immobles, con los q.l se suplen todos los demas.

De los Circulos Verticales, ò Azimutales, y Almicanthazades.

Circulo Vertical ò Azimuthal, es qualq.a de los Maximos q.e pasa por el Zenith, y Nadir de un Lugar, y por consig.te es perpendicular al Horizte pues pasa por sus Polos. Los Verticales son infinitos en qualq.r Lugar q.to son los puntos del Horizonte, como Z H N

(Fig. 13) ZFN, ZLN &, g.ᶜ pasa por Z y N polos del Horizonte HO: entre estos se dice Vertical primario, el g.ᶜ pasa por los puntos C como ZCN, en donde el Horizonte HO corta al Equador EQ; los demas se llaman secundarios. Los puntos C, en donde se cortan el Vertical primario, el Horizonte, y el Equador, se llaman el Verdadero Levante, y Verdadero Poniente, g.ᵉˢ son Polos del Meridiano: de suerte g.ᵉ el Vertical primario, y el Meridiano son entre si perpendiculares, y dividen al Horizonte en 4 Quadrantes, determinando sus 4 puntos Cardi-

rales. El Meridiano es tambien Vertical, q.e pasa por el Zenit, y Nadith, o Polos del Horizonte, y es uno de los principales entre los Verticales secundarios.

Vertical de un Astro es el q.e pasa por el Zenith, y Nadith, y el centro de un Astro, y assi ZVN es el Vertical del Astro V, y en el se cuenta su Altura sobre el Horizonte, q.e serà FV distancia del Astro al Horizonte.

El Angulo VZN q.e forma el Vertical del Astro con el Meridiano se llama Angulo Azimuthal, ò el Azimuth del Astro V, cuia medida es el Arco del Horizonte HF comprehendido entre

dhos Circulos.

En los Globos Artificiales no se pone otro Vertical q.e el Meridiano, y p.a suplir los otros infinitos se aplica un quadrante graduado de Laton, q.e acomodandose á la Convexidad del Globo se fixa una extremidad en el Zenith con un Tornillo, de forma q.e pueda moverse con libertad hacia qualq.ra p.te del Horiz.te

Circulos Almicantharades (llamados de altura, ó depresion) son qualesq.ra Circulos menores paralelos al Horizonte, q.e pasan por los Centros de los Astros: dicense de Altura si estan sobre el Horiz.te, y de depresion, si estan deba-

xo; y assi el circulo MTK paralelo al Horizonte HO, q.e pasa p.r el Astro t es el Almicantharath, q.e determina la altura Lt sbre el Horizonte. El circulo PR es el de depresion del Astro S, q.e determina el Arco LS depresion del Astro debaxo del Horizonte.

Fig. 43

Entre estos se dice circulo crepusculino el q.e esta 18° debaxo del Horiz.te porq.e q.do el Sol toca a este circulo, suviendo al Horiz.te empieza el crepusculo Matutino, el qual fenece, llegando el Sol al horizonte, y determina el crepusculo Vespertino, q.e empieza, desde q.e el Sol se pone por el Horizonte, y fenece, q.do toca a dho circulo.

De los Circulos Horarios.

Circulos Horarios son 12 Maximos como A Z B (Fig. 11) A D B, A F B, &c. pasando por los Polos del Mundo son perpendiculares al Equador, y le dividen en 24 p.tes iguales: se consideran inmobles, y se llaman Horarios, porq.e q.do el Sol pasa por ellos en su revolucion diurna, determina las 24 horas del dia y noche. El Meridiano es horario q.e señala las 12 del dia, y de la noche. El Horario A C B, q.e pasa p.r los puntos del verdad.o Levante y Pon.te se dice el circulo de la Hora 6.a p.r q.e en lleg.do el Sol á este plano, indica

las 6 de la Mañana, y las 6 de la tarde. Entre estos se consideran otros circulos horarios, q.e determinan los minutos de tpo., los 2.dos de tpo. &.

Circulo Horario de un Astro, es el q.e pasa p.r su Centro y los Polos del Mundo, y el ang.o comprehendido entre el Horario, y el Meridiano se dice ang.o horario, ó dist.a del Astro al Meridiano, y su Medida es el arco del Equador comprehendido entre dhos circulos.

En las Esferas artificiales se fixa un pequeño circulo XZ, cuio plano es paralelo al Equador, dividido en 24 p.tes iguales, p.a las horas del dia, y de la noche; en el extremo

B. del Sol se aplica un indiculo, el q? moviendose con el Globo señala en el circulo AZ las horas.

De los Circulos de Latitud

Circulo de Latitud de un Astro es el q.e pasa p.r el Centro del Astro, y los Polos de la Ecliptica, y por consig.te es perpendicular á ella. Sea ♎Q (Fig. 45) el Equador, cuios Polos son A, y B. sea DF la Ecliptica, y sus Polos L, P. el circulo maximo LSP, q.e pasa por el Astro S se dice Circulo de Latitud, y el Arco SR hasta la Ecliptica se dice Latitud del Astro S, ó bien lo q.e el Astro dista de la Ecliptica. Por el Circulo de latitud se reduce qualquier Astro á la Ecliptica derechamente,

q.e el Astro S corresponde al punto R de la Ecliptica.

El Sol Jamas tiene Latitud, porq.e nunca sale de la Ecliptica. La Luna, y demas Planetas, y Astros tienen latitud, estando fuera de la Ecliptica; y assi supuesto que XSZ sea la Orbita de la Luna, q.e corta á la Ecliptica en los puntos N; quando se halla en estos Nodos, ó secciones carece de latitud, por estar tambien en la Ecliptica: los Nodos, se llaman el uno Boreal, ó cabeza del Dragon, subiendo el Astro al semicirculo Boreal de la Ecliptica, el opuesto se dice Nodo Austral, ó Cola del Dragon. Si la Luna se hallan en S, y es N el No-

do Boreal, el Arco de Ecliptica NR, se dice Movim.to de latitud. Y supuesto C el principio de Aries, el Arco CR de la Ecliptica, contado segun el orden de los signos se dice longitud del Astro. Los Nodos en las Orbitas de los Planetas son movibles, y varias veces coinciden con los puntos equinociales.

La maxima latitud de los Planetas es segun los Angulos de sus Orbitas con la Ecliptica. La de Jupiter es alguna cosa menos de 2°. La de Saturno 2°. 30'. La de Mercurio mas de 1°. La de la Luna 5°. La de Marte mas de 7°. Y la de Venus mas de 9°.

La latitud se dice Boreal, si esta en el Semisferio Boreal de la Eclip

tica, y Austral, si esta en el otro hemisferio. Todos los Planetas excepto el Sol mudan su latitud de Boreal en Austral, y al contrario. Las Estrellas fixas nunca mudan la especie de latitud.

De los Circulos de Declinacion.

Declinacion de un Astro es lo q.e dista de la Equinocial: de suerte, q.e si por el Astro, y los Polos del Mundo, passa un Circulo maximo, se dice Circulo de declinacion, y el Arco comprehendido entre el Equador, y el Astro, es la medida de esta declinacion. Sea E Q (Fig. 15) el Equador, A, y B los Polos del Mun-

do, y por el Astro S pase el circulo maximo BSA, q.e corta perpendicularm.te al Equador en H, será BSA circulo de declinacion, y el Arco SH, será la declinacion del Astro S.

La declinacion puede ser Boreal, ó Austral: se dice Boreal, q.do el Astro se halla en el Emisferio Boreal, y Austral, si está en el otro Emisferio.

El Meridiano, y los demas circulos horarios son tambien de declinacion, pues pasa por los Polos del Mundo; pero se distinguen en q.e los Horarios son inmobles, y los de declinacion movibles.

Quando el Sol se halla en el principio de Aries, y de Libra, no tiene declinacion, por estar entonces en la Equinocial. Su maxima declinacion de

$23\frac{1}{2}$ es quando se halla en el principio de Cancer, y de Capricornio, y su circulo de declinacion es el Coluro de los Solsticios.

Por cada punto de la Ecliptica pasa un circulo de declinacion p.ª determinar la g.º tiene qualq.ª grado de un signo: en donde se ha de notar, que los puntos de la Ecliptica igualm.te distantes del principio de Aries, y del principio de Libra, tienen una misma declinacion; y assi calculado un quadrante de Ecliptica se tendrā las declinaciones de los otros 3 quadrantes.

Las Estrellas fixas tienen sobre la misma declinacion, pero los Planetas la varian de Austral en Bo-

real, y al contrario.

Un mismo Astro puede tener latitud austral, y la declinacion Boreal, hallandose entre el Equador, y la Eclíptica como en t.

De los Circulos Diurnos.

Circulo diurno es el q.e describe un Astro con su rebolucion diurna en 24 horas, y como este movim.to se hace sobre los Polos del Mundo, si el Astro se halla en el Equador, sera este el circulo de su rebolucion diurna; pero si no describirà un circulo menor paralelo al Equador. Sea HDO (Fig. 16) el Meridiano, HCO el Horizonte, EQ el Equador, Qt, RF sean 2 paralelos. Si el Astro se halla en C, hara su rebolucion

diurna p.r el Equador EQ, si se halla en V, por el paralelo Dt, y si se halla en N por el paralelo RF. El Arco VD desde el Horizonte al Meridiano es el semidiurno, quando el Astro descrive este Paralelo, porq.e determina el tpo desde que sale por el Horizonte hasta el Mediodia. Y si por el punto V pasa el Circulo horario BVA, cortando al Equador en Z, serà el Arco ZQ del Equador la medida del Arco semidiurno VD, porq.e los circulos horarios cortan en Arcos semejantes al Equador, y sus Paralelos, y assi VD, ZQ son semejantes, y por consig.te y por consig.te el Arco del Equador ZQ medirà el tpo que gas-

ta el Astro en medir el Arco VD del Paralelo. El Arco Vt se dice seminocturno, porq.e determina la media noche en aq.l dia, y su medida es el Arco ZE del Equador. Por la misma razon si el circulo diurno es RF, el Arco semidiurno serà NR, cuia medida es XQ, y el Arco seminocturno es NF, cuia medida es XE.

Supuesto q.e el Astro sea el Sol, y que el circulo de su rebolucion diurna sea Dt, el Arco VC del Horizonte desde el punto V, p.r donde sale el Sol, hasta C punto del verdadero Levante, se dice Amplitud Ortiva; y si el Sol se pone en V, siendo C el verdadero Pon.te el Arco VC del Horizonte, se dice amplitud

occidua.

Si del punto O comun seccion del Horizonte y Meridiano, se describe el circulo OL, paralelo al Equador, este se dice el Mayor de los siempre aparentes; porq.e los Astros contenidos entre este circulo, y el Polo B, hacen sus rebolucionés diurnas, siempre sobre el horizonte. El circulo menor HM paralelo al Equador, y tangente al Horizonte, se dice el Mayor de los siempre ocultos; porq.e los Astros, q.e comprehende, jamas salen sobre el horizonte.

De los Circulos de Distancia.

La distancia entre quales q.ra 2 puntos de la superficie de la Esfera es el Arco de circulo maximo

comprehendido entre ellos, por ser el menor de 9.tos se pueden describir sobre la superficie esferica, y este circulo se dice de distancia.

De los Circulos de Posicion.

Dicense circulos de posicion los Maximos HSO (Fig 17) HZO, g.s que pasan por los puntos H, y O, en donde se cortan el Horizonte, y Meridiano. El que pasa por dhas intersecciones, y el centro de un Astro T, como HTO, se llama Circulo de posicion del Astro. Con estos Circulos, forman los Astrologos las 12 casas celestes; y el Arco ms de Equinocial, comprehendido entre 2 Circulos de posicion, llaman Arco directo-

xio

Capitulo Quinto De la Esfera, y su division

La Esfera aung.c en si es una misma se considera de 3 modos, respecto á 3 posiciones, que pueden tener el Equador, y el Horizonte, y assi se dice q.e la Esfera se divide en recta, obliqua, y paralela.

Esfera recta se tiene quando el Equador corta perpendicularm.te al Horizonte: obliqua, quando le corta en angulos obliquos: y paralela quando el Equador coincide con el Horizonte.

Propiedades de la Esfera recta.

1.a En la Esfera recta todos los paralelos al Equador se cortan por medio y en ang.os

rectos por el Horizonte, esto es sea EQ el Equador, DT, RF sus Paralelos, y sea ACB (Fig 18) el Horizonte, á quien el Equador es perpendicular; todos sus Paralelos se cortan por medio, y en angulos rectos; los Polos del Mundo A, B estarán en el horizonte: el Zenith, y Nadir en el equador EQ: la altura de la Equinocial sobre el horizonte es 90°, y la altura de Polo = 0. Esta disposicion de Esfera tienen los que habitan en la Equinocial.

2da Todos los Circulos diurnos siendo paralelos al Equador son cortados por el horizonte en 2 partes igs. y assi el Arco semidiurno, igual al seminocturno, los dias, iguales á las noches para estos Habitadores, te-

niendo siempre 12 horas de dia, y 12 de Noche.

3.ª Todos los Astros salen por el horizonte, y se ponen cada 24 horas, y assi no hai circulos de los siempre aparentes, ni de los siempre ocultos.

Propiedades de la Esfera Paralela.

Siendo el Horizonte tambien Equador, el habitador de esta Esfera tiene por Zenith uno de los Polos del Mundo, y el otro por Narith: su altura de Polo es 90.º y la altura de la Equinocial = 0.

2.ª Los Circulos diurnos son paralelos al horizonte por ser paralelos al Equador,

Fig. 49 y assi son tambien Almicantharades, ó bien de altura, como Dt, ó de depresion como RF.

3ª Todos los Circulos de declinacion, Meridianos, y horarios son Verticales, porq.e el Zenith, y Nadir son polos del Mundo. Las declinaciones de los Astros son iguales á las alturas, y las horas iguales á los Angulos Azimuthales; el habitador de esta esfera tiene 6 meses continuos de dia, y otros 6 de continua noche: y por consiguiente la duracion de un dia es un año, porque hallandose el Sol en principio de Aries, su revolucion diurna es por el Equador ♎, ó por el Horizonte, y mientras corre los 3 primeros signos, ó el quadrante ♋ de la Ecliptica, por espacio de 3 meses, sube por el horizonte hasta hacer su revolucion diur-

ma en el tropico de Cancer Dt; despues gasta 3 meses descendiendo por el 2do. quadrante Dc; luego se oculta el sol, descendiendo por el 3r. quadrante c.to, hasta el principio de Capricornio Fz, y finalmte en otros 3 meses sube, por el quadrante quarto Fc, hasta llegar al horizonte.

4a Los Planetas estan sobre el Horizonte la mitad del tiempo que gastan en correr la Ecliptica: esto es, Saturno 15 años, Jupiter 6 d.

5a De las Estrellas fixas las que se hallan en el emisferio Boreal son siempre aparentes al que habita el Polo Boreal, y las q.e estan el otro Emisferio spre se ocultan; porque

el Equador es circulo mayor de los siempre aparentes, y de los spre ocultos.

6.ª Para el Habitador del Polo Boreal todos los Vientos le son Australes, y p.ª el Habitador del Polo Austral, todos los vientos le son Boreales.

Propiedades de la Esfera obliqua.

1.ra Un Polo del Mundo como B (Fig. 20) siempre esta elevado sbre el horizonte, y el otro debajo, la altura, ó elevacion del Polo OB, como tambien de la Equinocial HQ es menor de 90.º el Zenith esta spre entre el Equador, y el polo.

2.da El Horizonte HO corta desigualm.te á los circulos diurnos, y assi el habitador de esta Esfera, tiene el dia ma-

yor, ò menor q.e la noche en todo el año, excepto en los dias, en q.e se halla el Sol en los puntos equinociales; porque en ellos la revolucion diurna se hace p.r el Equador, à quien corta por medio el horizonte.

3.a Los dias son desiguales entre si, como tambien las noches; el mayor dia del Año, p.a el habitador del Hemisferio Boreal, es quando el Sol describe su revolucion por el tropico de Cancer Dt, cuio arco semidiurno es KD, y tiene la menor noche; pero hallandose el Sol en el tropico de Capricornio RF, tiene el menor dia, y la mayor noche, porque el Arco semidiurno es LR, y semi nocturno LF.

el mayor dia KD es igual à la mayor noche LF, y la menor noche Kt, igual al menor dia LK.

4.ª En los Paralelos equidistantes del Equador, el arco semidiurno del uno es igl al seminocturno del otro.

5.ª El que tiene mayor altura de Polo, tiene tambien mayor el dia mayor del Año, y la noche menor.

6.ª Quanto fuere mayor la altura de Polo, serà mayor el Circulo de los siempre apar.tes y de los sp̃re ocultos.

7.ª El que tiene la altura de Polo de $66^{0}\frac{1}{2}$, tiene su Zenith en la Circunf.ª de un Circulo Polar: el circulo de los sp̃re aparentes, serà un tropico, y quando el

Sol se halla en el, tendrá 24 horas de dia, y estando en el otro Tropico tendrá 24 horas de noche; pero en todos los demᵃˢ dias, sube, y baxa por el Horizonte.

9ª El que tiene su Zenith entre el Polo, y la circunfᵃ del circulo Polar, tiene algunos dias enteros sin noche, y noches sin dia, tanto mas, ò menos, qᵗᵒ el Polo esta mas, ò menos cerca del Zenith.

9ª Quanto mayor es la altura de Polo, serán mayores las amplitudes orizas; pero las alturas meridianas de los Astros seran menores.

Capitulo Sesto. De la Ascension, y Descension, ó bien del Orto, y Ocaso de los Astros, Signos, y puntos de la Eclíptica.

Del Orto, y Ocaso de los Astros le consideran de un modo los Astronomos, y los Poetas de otro; por lo qual el orto, y Ocaso se divide en Astronomico, y Poetico.

Del Orto, y Ocaso Astronomico.

Orto, ò Ascension de un Astro es el Arco del Equador contado desde el principio de Aries, segun el orden de los Signos, hasta el punto del Equador, que se halla en el Horizonte al mismo tpo. q. sale el Astro sube; y ocaso, ó descension, hasta el

punto del Equador, q.e desciende por el Horizonte al mismo tiempo, q.e desciende el Astro. Como el Horizonte puede ser obligua, segun la posicion de la Esfera, y al mismo tiempo por el Astro, y los Polos del Mundo puede pasar un Circulo maximo, q.e sera Horizonte en la Esfera recta; se sigue que la Ascension de un Astro puede ser recta, y obligua. El punto de Equador, que esta en el Horizonte de la Esfera recta, y al mismo tiempo que el Astro, determina la ascension recta, y el punto del Equador, que esta en el Horizonte de la Esfera obligua, al mismo tiempo que el Astro, determina la ascension obligua, contando siempre desde el principio de Aries segun

el orden de los Signos; lo mismo se entiende en el Ocaso, ò descension del Arco del Equador, que es la diferencia entre la Ascension recta, y obligua se dice diferencia ascensional.

Sea Ho (Fig 21) el Horizonte obligua del Lugar Z, A, y B los Polos del Mundo, Eq el Equador, Ec la Eclíptica, y hallese el Sol en t, subiendo por el Horizte por el Arcto T, y los Polos del Mundo pase el Circulo maximo AtB, q se-xa Horizonte en la Esfera recta, cortando perpendicularmente al Equador en K, y el punto K valdria por el horizonte recto con el Arcto, assi como el punto L sale por el Horizonte obligno. sea C el principio de Aries ya este sobre el horizonte,

como en la Fig. 24, ó ya debajo como en la Fig. 22. El Arco del Equador CK contado segun el orden de los signos, será la ascension recta del Astro, ó del Sol t. El Arco CL será la Ascension obligua, y el Arco KL, la dif.ª ascensional.

Lo q.e se ha dho de la Ascension, ó, descension de un Astro, se entiende de qualquier punto de la Eclíptica, que tendrá su Ascension recta, y obligua, y su difer.ª Ascensional; con lo qual se notará lo siguiente.

1.ro Las Ascensiones rectas se observan bien en el Meridiano de qualquiera Esfera obligua, y es el Arco de Equador comprehendido entre el principio de Aries, y el Meridiano, al tiempo q.e pasa el Astro;

porque todo Meridiano es horizonte de la Esfera recta.

2.do Las Ascensiones rectas son unas mismas en todo el Mundo, y en qualq.x posicion de Esfera; pero las obliquas son diversas, segun la mayor, ó menor altura de Polo: por esto una misma tabla de Ascensiones rectas sirve p.a todo el Mundo; pero p.a cada grado de elevacion de Polo se necesita diferte tabla de Ascensiones obliquas.

3.ro Conocida la Ascension recta CK (Fig. 24), y la altura de Polo O.B, se hallará la dif.a ascensional KL; porque conocido O.B, se tendrá el complem.to OC= =AZ medida del angulo KLT, el angulo en K es recto, y teniendo TK la declina-

cion del Arco, en el triang.º rectangulo tKL, se hallará Lt, y añadiendo Ck, se tendrá CL.

4.º La Ascension de un Signo es el Arco de Equinocial, que sube por el Horiz.te mientras sube el signo: dicese recta, si el Horizonte es recto, y obligua, respecto al Horizonte obliguo. Lo mismo se entiende en la descension de los Signos.

5.º Entre los Signos hai unos, q.e se dicen de larga Ascension, ó descension, porq.e mientras sube, ó desciende el signo, pasan por el Horizonte mas de 30º de Equinocial: y estos son Gemini, Cancer, Sagitario, y Capricornio, los 8 restantes son de breve Ascension, y descension, esto se entiende en la Esfera recta. Los Arcos de Equador correspondtes á la Ascensi-

on, y descension de los Signos son como se sigue

Ascension y Descension de los Signos en la Esfera recta.

Aries	Virgo	Libra	Piscis	27° 51'
Tauro	Leo	Escorpion	Aquario	29° 51'
Gemini	Cancer	Sagitario	Capricornio	32° 12
Quad.t 1.o	Quad.t 2.o	Quad.t 3.o	Quad.t 4.o	90.°

6.° Cada Quadrante de Ecliptica, empezando de los 2 puntos Solsticiales, y de los 2 Equinociales, salen y se ponen en la esfera recta con un Quadrante de Equador.

7.° En la Esfera recta guales.s la 2 Arcos de Ecliptica iguales, y opp.tos tienen iguales ascensiones, y descensiones; por lo q.l sabidas las ascensiones rectas de los Grados de un Quadrante de Ecliptica, se tienen las demas.

8.° La Ascension recta de un Arto ó punto de la Ecliptica es igual á su descension recta; porque esta descension

es ascension recta para el otro habitador diametralmte opuesto.

9. En la Esfera obligua Boreal, el signo de Cancer, y los 5 siguientes, son de tarda ascension, y breve descension. Los otros 6 son de breve Ascension, y tarda descension: por esto quando el Sol se halla en Cancer, tenemos el dia mayor, y en Capricornio el menor.

Ascension de los signos en la Esfera Obligua Boreal.

Altura de Polo		30°	45°	60°
Aries	Piscis	24° 9'	46° 50'	57° 10'
Tauro	Aquario	21° 22'	20° 3'	10° 56'
Gemini	Capricorn°	29° 55'	28° 1'	22° 56'
Cancer	Sagitario	31° 29'	36° 23'	41° 28'
Leo	Escorpion	35° 26'	39° 15'	48° 32'
Virgo	Libra	31° 39'	39° 38'	48° 32'
Suma		180	180	180

10. En la Esfera obligua el semicirculo de la Ecliptica, assi Boreal, como Austral sale con un semicirculo del Equador.

11. En la Esfera obligua, quales q.ta 2 Arcos iguales de Ecliptica, é igualm.te distantes del proxima Equinocio, esto es de el principio de Aries, ó de Libra, tienen iguales sus particulares ascensiones.

12 La Suma de las Ascensiones obliguas de quales q.ta 2 Arcos de Ecliptica ig.s y opuestos, es igual á la suma de sus Ascensiones rectas.

13. En la Esfera obligua los signos de tarda Ascension tienen breve descension.

14 En qualq.ta Esfera, la descension de un signo, ó Arco de Ecliptica es igual

a la Ascension del signo, o Arco q? opuesto.

Del Orto y Ocaso Poetico

Los Poetas Antiguos p.ª expresar los tp̃os, y estaciones del Año proporcionados à la Navegacion y agricultura, hablaron del orto, y Ocaso de los Astros con relacion, ô respecto al Sol: y es en dos maneras verdadero, y aparente.

Orto Poetico verdadero es la Ascension de un Astro al tiempo q.e sale, ô se pone el Sol: quando sale el Sol al mismo tp̃o q.e el Astro, se dice orto cosmico, ô matutino, quando el Sol se pone al mismo tp̃o q.e sale el Astro, se dice Orto Cronico, ô vespertino.

Ocaso Poetico verdadero es la descension de un Astro por el horizonte al mismo tpo q.e sale, ó se pone el Sol: dicese ocaso cosmico, ó matutino si el Astro se pone q.do sale el Sol, y ocaso cronico, ó vespertino quando el Astro desciende al tpo q.e se pone el Sol.

El Orto y Ocaso aparente, heliaco, ó Solar es aparecer, ó desaparecer el Astro por acercarse al Sol: de suerte que q.do los raios solares, hacen desaparecer el Astro, por estar cerca, se llama Ocaso heliaco; si es por la mañana se dice Ocaso heliaco matutino, y si por la tarde Vespertino. Quando el Sol se halla distante, y sus Raios permiten descubrirse el Astro, se llama Orto heliaco matutino, si esp.

la mañana, y si por la tarde Orto helia-
co Vespertino.

Para q.e esto suceda se requiere cier-
ta distancia, ó depresion del Sol debaxo
del Horizonte, q.e se cuenta en un Arco
de vertical comprehendido entre el horiz.te
y el Sol, quando empieza á descubrirse
el Astro. Este Arco llamado de Vision,
o Lucimiento es diverso p.a los Astros; p.r
q.e los unos tienen la luz mas inte-
sa q.e otros, ó estan á mayor, ó menor
distancia; ni un Astro mismo tiene en
todos tpos igual Arco de lucim.to, porque es-
te depende de infinitos accid.tes no obstan-
te se toma un medio, y se determinan
los Arcos p.a los Planetas, y Estrellas fi-

vas escepto la Luna por su mucha variedad

Arco de Lucimiento	
En los Planes. Grs	En las Fixas.. Grads.
Venus..... 5	1.ra Magnitud..... 12
Mercurio..... 10	2.da Magnitud..... 13
Jupiter..... 10	3.a Magnitud..... 14
Saturno..... 11	4.a Magnitud..... 15
Marte..... 11 1/2	5.a Magnitud..... 16
	6.a Magnitud..... 17

Capitulo Septimo De los Movimientos, y Aspectos de los Astros.

De los Movimientos de los Astros.

En qualquier Astro se observan 2 movim.tos principales, el uno se llama comun, y el otro se dice propio, ò particular de ca-

da Astro.

El Movimto comun consiste en que toda la Esfera se mueve uniformemte sobre el Exe del Mundo de Levante á Poniente, llevandose todos los Astros, como se esperimenta; pues vemos q. todos los dias salen por Levante, y pasando por el Meridiano desienden por el Horizonte en la p.te del Poniente; los Astros siempre aparenten hacen una revolucion cada dia al rededor del Polo.

El Movim.to propio consiste en q.e al mismo tiempo q.e la Esfera semueve de Levante á Poniente, cada uno se mueve de Poniente á Levante, y con movimiento desigual, porq.e unos caminan mas q.e otros: esto se observa en todos, y singu-

larmte en la Luna, q.e cada dia se retarda en salir por el Horizonte casi tres quartos de hora; pues si ayer salio á las 8 de la noche, oy sale á las 8 3/4, y sino tuviera el movim.to propio de Pon.te á Levante, todos harian una revolucion entera á la Esfera en 24 horas. Este movim.to propio en cada Astro se hace en el plano de un mismo Circulo, q.e esta determinado p.a cada Astro. El Movim.to propio del Sol es spre en el plano de la Ecliptica, el de la Luna es spre en el plano de su Orbita, assi mismo Saturno, Jupiter, y los demas Planetas, hacen cada uno su movim.to propio, sin salir del Plano de ay? Circulo maximo, q.e es su Or-

bita. Las Estrellas fixas hacen su movim.to propio en circulos menores paralelos á la Eclíptica, y assi nunca mudan la latitud.

Sea ADCB (Fig. 23) el plano de la Eclíptica con sus 12 signos ordenados de Poniente á Levante. Sea K la Tierra centro de la Eclíptica, y del Universo. Sea AC el Meridiano, y hallese un Astro como el Sol, en el punto S del Meridiano, y hallese en el tambien el punto A de la Eclíptica, y sea el principio de Ariet. En 24 horas moviendose toda la Tierra de Levante á Poniente, el punto A describe toda la Circunf.a ABCD, hasta bolver al Meridiano; pero el Sol se observa q.e no ha concluido su revolucion, faltandole p.a llegar al Meridiano casi un

grados, por exemplo el Arco TS. Al dia sig.te el Sol se halla en otro punto V mas apartado, mientras el principio de Aries A hace una revolucion entera. De que se sigue q.e el Sol con su movim.to propio describe el Arco STV de Poniente à Levante, segun el orden de los signos, gastando casi 30 dias en correr el signo de Aries, y un Año entero en passar por los 12 signos: por esto se dice q.e el Sol gasta un Año en correr toda la Ecliptica, en virtud de su movim.to propio. A este modo la Luna hace su revolucion entera en un Mes, Saturno en 30 años.

En q.to à la linea, que describe cada Planeta con su movimiento, pro-

pio, pertenece á la Teoria de los Planetas. Todos convienen, en q.e no es circular, sino otra especie de Curba distinta en cada Planeta; pero qualq.a q.e sea, que esta en el plano de su Orbita.

Causa alg.a dificultad el comprender, y distinguir el movim.to comun del movim.to propio en cada Astro: esto es porq.e moviendose todos de Levante á Poniente con el movim.to comun, caminen de Poniente á Levante en virtud del movimiento propio: p.a esto puede servir de comparacion un Baxel, q.e navega de Lev.te á Pon.te sin embarazar el q.e los Hombres en su bordo caminen de Proa, á Popa moviendose de Poniente hacia Levante.

A este modo moviendose la Esfera de Levante á Poniente, pueden en ella los Astros hacer su movim.to propio de Pon.te á Levante. Siempre q.e se dice movim.to comun de un Astro, se entiende el Diurno de Levante á Pon.te y quando se dice movim.to propio, se entiende de Pon.te á Levante, segun el Orden de los Signos.

Atendiendo al movim.to comun, y al propio se comprehende que qualq.r Astro forma una Espiral en la Esfera, que se contiene en una Zona de ella. Sea AQB (Fig 24) el Coluro de los Solsticios, EQ el Equador, DF la Eliptica, FR, DT los tropicos, A, y B los Polos del Mundo. P y L Polos de la Eliptica. El Sol caminan-

do spre en el plano de la Eclipti-
ca DF con su movimto. propio, mi-
entras hace una revolucion en un Año,
en virtud del movimto. comun hace
365 revoluciones sbre los Polos del
Mundo A, y B; de que se sigue formr.
una espiral en forma de rosca, qe. se
contiene en la Zona FRDT, compre-
hendida entre los tropicos; pero pa. los
calculos, en lugar de esta rosca, se con-
civen los circulos diurnos paralelos al
Equador, comprehendidos entre los tropi-
cos: de suerte que hallandose el Sol
en C, se dice que su revolucion se hace
pr. el Equador EQ, quando se halla
en el punto M de la Ecliptica, su re-

volución diurna se dice ser por el circulo ON, y assi de los demas puntos de la Ecliptica, y á este modo los demas Planetas. Si una Estrella fixa se halla en a, su movimiento propio se hace por en el plano ac paralelo á la Ecliptica, y las revoluciones diurnas estarán comprehendidas entre los Circulos ab, cd, paralelos al Equador; y la Espiral, q.e forma la Estrella con los 2 movim.tos se comprehende en la Zona abcd.

El Movim.to de los Planetas propio en cada uno no es igual, por lo q.e se divide en veloz, retardado, y medio. El medio es igual tomando la dif.a entre el mas veloz, y el mas retardado. Dicense tambien los Planetas directos, retro-

grados, y estacionarios. Son directos q.do con su movim.to propio parece q.e caminan segun el orden de los Signos. Retrogrados, quando parece andan al contrario, y estacionarios, quando pasan de directos á retrogados, y al contrario.

En la Tabla siguiente se contiene el movimiento medio de los Planet.s

Movimiento medio de los Planetas

	Diuano	Periodo entero			
	Grad.s Min.s Seg.	Años	Dias	hor.s	Minu.
Saturno	0 2 1	29	156	13	24
Jupiter	0 4 59	11	313	11	14
Marte	0 31 27	01	321	22	18
Sol	0 59 08	0	365	05	49
Venus	1 36 08	0	224	02	47
Mercurio	4 05 32	0	087	23	14
Luna	13 10 35	0	27	07	43

Al rededor de Jupiter hai 4 pequeñas estrellas llamadas los Astentes, ó Satelites de Jupiter, q.e se mueven en un mismo plano, p.r las circunfer.s de 4 circulos, q.e tienen por centro á Jupiter. Fueron descubiertas por Galileo Florentino, en 7 de Enero de 1610, y las llamó las Mediceas en obsequio de Cosme de Medicis Gran Duque de Toscana. El movimiento medio de cada una, y la distancia de Jupiter en su maxima digression notada en Diametros de Jupiter es como se sigue

Movim.to medio diurno	Max.ma dig.n en diam.r de Jup.r
1.er ..... 203°. 25'. 0"	 3
2.do ..... 101°. 17'. 22"	 5
3.er ..... 50°. 14'. 57"	 8
4.° ..... 24°. 29'. 4"	 14

Como el cuerpo de Jupiter es opaco los rayos solares forman de la otra parte una piramide umbrosa, y como los Satelites se hallan tan proximos, entran y salen frequentem.te en la sombra de este planeta, ocultandose, y apareciendose, lo q.e se llama immersion, y emersion, ó bien Eclipse. La observacion de estos Fenomenos es muy util p.a la longitud Geografica, y mejor q.e los Eclipses de Sol, y Luna, por ser estos menos frequentes.

Al rededor del cuerpo de Saturno se mueven otros Satelites, ó pequeñas Estrellas, entre las quales se perciven 17 sin otras muchas, que antepuestas al cuerpo de Saturno, le hacen variar su Imagen, pareciendo, que tiene u-

na, ō mas fajas en diversos tiempos, segun el movim.to de ellas.

De Los Aspectos de los Astros.

Aspecto es el respecto, q.e tiene un Astro ā otro, segun la distancia, ō lugar, q.e ocupan en la Ecliptica (despues de reducidos ā ella, por los Circulos de latitud, si estuvieren fuera).

Los Principales Aspectos son 5, Conjuncion, Oposicion, Sextil, Quadrado, y trino.

Aspecto de Conjuncion es quando 2 Astros corresponden ā un mismo punto de la Ecliptica, como si ABCDE (Fig 25) es la Ecliptica, y entrambos Astros corresponden al punto A, se dice estan en conjunci-

Oposicion quando estan diametralmte opuestos ò distan 180° ò 6 signos, como si uno se halla en A y el otro en ☌.

Septil, quando distan la 6.ª pte de la ecliptica ò 60° ò 2 signos, como si uno esta en A, y otro en B.

Quadrado, q.do distan en la ecliptica un Quadrante o 90°, ò 3 signos, como si el uno esta en A, y el otro en C.

Fino, quando en la ecliptica distan la 3.ra pte de su circunf.a como si el uno esta en A, y el otro en D.

Los Caractères de estos Aspectos son como se notan en la fig.ª 13.

Los Aspectos se dicen diestros, q.do se

cuentan contra el Orbē de los signos, y siniestros segun el orn. Dicen los Astrologos, q.e el Aspecto diestro es m.s poderoso, q.e el siniestro.

Qualquier Aspecto se dice partil, quando tiene su justa medida, como si el uno se halla en el principio de Aries, y el otro en el principio de Cancer, sera quadrado partil; porq.e distan justam.te 90.° Quando distan alg.s grados mas, ō menos del Aspecto justo, se llama Plactico: no obstante esta desigualdad por exceso, ō defecto, para q.e sea el Aspecto Plactico, se ciñe à ciertos terminos, segun los Planetas, ō Magnitud de las Estrellas Fixas.

El sol admite 9.s 17

La Luna y Jupiter - - -

leguas Españolas 1002 y $\frac{19}{74}$. Si se tuviesen conocidas las distancias desde la Tierra hasta los Astros, seria facil hallar la magnitud de cada uno, observando el angulo por donde se mira el diametro de su cuerpo; ó bien dada la magnitud del Astro, y observado el angulo visorio se hallaria su distancia hasta la tierra. Las distancias son desiguales en un mismo Astro, porque unas veces parece mayor, y otras menor, respecto á lo qual unas veces se aparta mas de la Tierra, y otras menos. Quando esta en la mayor distancia el Astro, se dice, está en el Apogèo, y q.do se halla mas cerca de la Tier-

rà, se dice està en el Perigèo.

Las distancias, segun el Padre Ricciolo son como se siguen

Astros	Dist.ª Mayr. Semidia de la Tie.ª	Dist.ª menor semidiam.s	Diferencia semidiam.s
Luna	67	51	16
Mercurio	10869	4077	6792
Venus	12921	1917	1104
Sol	07614	7040	574
Marte	21006	2372	18634
Jupiter	47677	26316	21361
Saturno	90176	57722	32454
Las Fixas	100000	90176	9824

Keplero hace à las Estrellas fixas distantes 6000000, Lansbergio 10000000, Galileo 13000000, Copernico en distancia infinita. De aqui se sigue lo 1.ro que la Tierra es como un punto respecto al Firmamento, ò al Cielo de

las Estrellas fixas.

Lo 2.do conocido el Radio se sabra la circunf.a diaperficie, y solidez de qualq.r cielo.

3.o se hallarà facilm.te la solidez de qualquier Orbe, q.e no es otra cosa q.e la dif.a entre la Esfera del mayor radio, y la del menor. Exemplo, segun Riccioli la mayor distancia de Saturno es 90176 semidiametros de la tierra, y concibiendo esta como Radio se hallarà la solidez de la Esfera; y siendo la distancia menor de Saturno 57722, tomando esta como radio se hallarà la Esfera menor, y la dif.a de las 2 Esferas, darà la solidez del Orbe de Saturno, cuio grueso es la dif.a en-

los radios 32454 semidiametros de la Tierra.

4.º Dada la distancia de qualq.r Astro à la Tierra, se hallarà la circunf.a de su revolucion diurna. Por Exemplo, diste el Sol de la Tierra 7200 semidiametros, y hallese en el Equador, la circunf.a de su revolucion diurna, serà 45257, g.s hacen leguas Españolas 45392774, g.s partido por 24 da el quociente 1891565 por las leguas g.s el Sol camina en 1 hora de ag.l dia, y partido por 60, se hallarà, g.s camina en un minuto 31523 leguas, partiendo este numero por 60 se hallarà, g.s camina en un segundo de ti-

empo. 325.

Si distando el Sol los 7200 semidia-
metros, se halla fuera del Equador es pre-
ciso hallar el semidiametro de su revo-
lucion diurna, que es el seno segundo
de su declinacion. Porq.e sea AB (Fig 26)
el Exe del Mundo, EQ el Equador, sea
DF, el circulo de la revolucion diurna
quando se halla el Sol en D, y se su-
pone conocido CD su distancia à la
Tierra = 7200; se debe hallar el Radio
RD del circulo menor RDF, q.e es el
seno segundo del Arco QD, ò bien de la
declinacion del Sol, y hallado el Radio DR,
se tendrà la circunf.a del circulo diurno,
como tambien las leguas, q.e camina el

Sol en una hora, minuto, ℞ de este dia.

3.º Siendo las circunferencias de los circulos diurnos desiguales, y describiendose cada una en 24 horas, q.to mayor fuere la circunf.a tanto mayor sera la velocidad del Sol.

En quanto á la magnitud de los Astros son tambien discordes los Autores. Todos convienen en q.e los Planetas, y Estrellas Fixas son cuerpos Esfericos, y en ellos distinguen 2 Especies de Diametros, el uno verdadero, y real, que se cuenta en semidiametros de la Tierra, y es invariable; el otro se dice diametro aparente, q.e se determina por minutos, ó segundos, y es el Angulo q.e for-

man 2 visuales tangentes por 2 extremos opuestos del Astro, este es diverso porq.e quando esta en el Apogèo, ó mayor distancia se ve por menor Angulo, y q.do esta en el Perigèo, el Diametro aparente es mayor. Saturno es mayor q.e Jupiter, aunq.e desde la Tierra aparece menor, porq.e se halla en mayor distancia. La Luna es el menor Planeta, aunq.e parece mucho mayor q.e Saturno, Jupiter, y Marte, que se hallan mucho mas distantes.

El Diametro verdadero del Sol segun Ricciolo es 67 semidiametros de la Tierra: y siendo el diametro del Sol al de la Tierra; como 67:2, sera el cuerpo del Sol, al de la Tierra 300763:8, y p.r

consig.te el sol es mayor q.e la tierra 37595 veces y $\frac{7}{8}$.

Segun Laire el Diametro de la Tierra al de la Luna es como 11:3, y p.r consig.te la magnitud de la Tierra à la Magnitud de la Luna 1338:27, luego la Luna es menor q.e la Tierra 49 veces, y $\frac{8}{27}$. De forma, que reducidas las proporciones de los Diametros à numeros enteros es como se sigue.

Sol	737
Tierra	22
Luna	6

Las Magnitudes de sus cuerpos son

Sol	400315563
Tierra	10648
Luna	216

Partiendo las Magnitudes por 216 tiene la ppõn sigte.

Sol . . . . . 1853 312 $\frac{161}{216}$

Tierra . . . . . 49 $\frac{8}{27}$

Luna 1

Capitulo Nueve De la Parallaxe, y refraccion de los Astros.

De la Parallage

Parallage es la difª entre el verdadero lugar de un Astro, y el lugar aparente. El Lugar verdadero se determina en la superficie de la Esfera natural por la recta, qe. del centro de la Tierra pasa por el centro del Astro, y esta recta se dice de Lugar verdadero. El Lugar aparente se determina por la recta, qe. de la super-

ficie de la Tierra, ó punto del Habitador pasa, p.r el centro del Astro, y esta linea se dice recta del lugar aparente. El Angulo, q.e en ambas lineas forman en el centro del Astro se dice de la Paralaxe, ó Angulo Paralactico.

Hai diversas especies de Paralaxe, como son de altura, de declinacion, de ascension recta &; pero la principal es la paralaxe de altura, q.e se cuenta en un circulo Vertical, y es la diff.a entre la altura verdadera, respecto al centro de la tierra, y la altura aparente, y observada, respecto á la superficie de la tierra. Sea Ztd (Fig. 27) la Tierra, cuio centro es C, Z el Zenith del Habitador t, Ho el Horizonte racional, MN el sensible,

HNZ el vertical, en cuio plano se halla el Astro L. Tirense las rectas CLX, tLV, será CX linea de lugar verdadero, tV linea de lugar aparente; X el lugar verdadero, V el aparente, HX altura verdadera, HV altura aparente, y el Arco VX la Parallage, q.e es sensiblem.te medida del Angulo XLV=tLC angulo parallactico (suponiendo, q.e el Astro L dista tanto de la superficie de la Esfera natural VX, que todo el circulo FLK es como un punto)

De aqui se sigue lo 1.ro que la Parallage horizontal CKt hallandose el Astro en K del horizonte sensible es mayor q.e qualq.ra otra CLt; porq.e tirada LK, en el triangulo LtK, siendo Lt<tK, el angulo tKL es menor q.e tLK, y si estos se quitan de

los ang.s ig.s CLK, CKL, del triangulo Ysos-
celes CLK, quedarà el ang.o CKt > CLt.

2.do Quanto mayor fuere la altura del
Astro serà la Parallage menor.

3.ro Si el Astro se halla en el Zenith
Z, no hai parallage; porq.e la linea del
lugar verdadero CZ, y la del aparente tZ,
coinciden.

4.o Si 2 Astros distan desigualm.te de
la Tierra, el m.s proximo tiene mayor pa-
rallage horizontal, y à proporcion, en las
demas alturas iguales. Por esto la Luna
tiene mayor parallage, q.e qualq.r Astro p.r
q.e se halla m.s proxima à la Tierra.
Venus, y Mercurio tienen algunas veces
mayor parallage que el Sol, y otras

veces menor. La de Saturno, y Jupiter es insensible, y mucho mas la de las Estrellas Fixas.

5.º En las Observaciones celestes de los Astros, que tienen paralage sensible, despues de observada la altura aparente, se ha de añadir la paralage q.e q.e le corresponde en aq.lla altura, p.a tener la verdadera.

De la Refracion.

Para entender la refracion Astronomica se ha de advertir, q.e al rededor de la Tierra hasta la distancia de 5 ã 6 leguas, se forma una Esfera vaporosa por la crasitud del Aire q.e por esto se dice la Athmosphera, sobre cuia superficie, se quebrantan, ó ha-

cen refraccion los rayos de Luz, q.e vienen de qualq.r Astro a la vista, por passar desde un cuerpo muy diafano al de la Athmosphera, q.e es mas denso. Como si ht d (Fig 28) es la Tierra, y el aire condensado, ó craso por los Vapores se termina en la superficie convexa xyz, todo el espacio comprehendido hasta la Tierra será la Athmosphera. Y si el Astro se halla en O, el rayo de luz OLK, q.e havrá de ser recto se quebranta en L, tomando la direccion Lt, y el angulo tLK = NLO se dice la Refraccion: de forma q.e el Astro O se ve desde el punto t, y parece q.e se halla en N, quando realmente se halla en O.

mas baxo. Con esto se notara lo siguiente

1.º La Refraccion aumenta la altura del Astro, y assi es contraria á la Paralage, q.e la disminuye.

2.º La Mayor Refraccion es la Horizontal, y á proporcion, q.e sube el Astro, se disminuie hasta desvanecerse en el Zenith.

3.º Si 2 Astros tienen igual altura el mas proximo á la Tierra padece mayor refraccion: por esto, la Luna tiene mayor refraccion q.e qualq.r otro Astro.

4.º por la refraccion se hace visible un Astro en el horizonte sensible, quando realm.te esta m.s baxo.

5.ª La Refraccion es causa q.e los

Astros parecen mayores en el Horizonte, q.e q.do se hallan el Meridiano.

6.º Hace variar la Longitud, latitud, declinacion, & assi como la Parallage.

7.º Las Observaciones se corrigen añadiendo la Parallage, y quitando la refraccion.

8.º La Refraccion contribuie mucho, p.a q.e los Astro brillen mas cerca del horizonte, que q.do estan m.s elevados, por el movim.to de los Atomos, en la Athmosfera, y es comun à los Planetas, y Estrellas Fixas. Pero estando m.s elevados cesando la refraccion los Planetas (excepto el Sol) por ser cuerpos opacos, carecen de la cintilacion, ò movimiento

vibratorio, lo q.e no sucede en las fixas, por ser de la misma naturaleza, q.e el Sol, y assi estas conservan la cintilacion, aun q.e la refraccion haia cesado, lo q.e hace distinguir las fixas de los planetas.

Capitulo Diez. De las Estrellas Fixas.

Las Estrellas fixas son cuerpos Esfericos luminosos, como y ase ha dho, à distincion de los planetas, y satelites, q.e son cuerpos opacos. (excepto el Sol). Llamanse fixas, no porque carezcan de movim.to como imaginaron los antiguos, sino porq.e su movim.to propio es en todas uniforme por circulos paralelos à la Eclíptica, caminando en

cada un año 30 segundos, y al 3 tercero, en la mejor opinion: y en esto se distinguen de los Planetas, q.e se dicen Astros errantes, por no ser uniforme su movim.to propio.

En quanto al num.o hai diversidad en los Autores; pero todos convienen en numerar á aquellas, que se ven la vista desnuda, pues las que se ven por el Telescopio son infinitas. Las q.e se registran en nro Hemisferio, se dividen en 6 magnitudes, ademas de algunas nebulosas, q.e apenas se perciben sin instrumento. El num.o de ellas, segun Tyco-Brahe es como se sigue.

De 1ra Magnitud 15
De 2da Magnitud 45
De 3ra Magnitud 208
De 4ta Magnitud 474
De 5ta Magnitud 217
De 6ta Magnitud 49
Nebulosas 14
Suma 1022

La Magnitud de cada Estrella fixa respecto á la tierra es mui incierta, porq.e depende de la distancia, y de los diametros aparentes, con q.e se determinan los diametros verdaderos. Segun Tico-Brahe comparadas las estrellas fixas con la tierra son como se sigue. Las de 1ra Magnitud 60 veces mayores q.e la Tierra.

Las de 2da Magnitud 28 veces mayr.
Las de 3ra Magnitud 15 veces mayr.
Las de 4a Magnitud 6 veces mayores
Las de 5a Magnitud iguales á la Tierra.
Las de 6a Magnitud menores q.e la Tierra.

Los Polos del Mundo son invisibles, pero se distinguen por las Estrellas mas proximas. El Polo Boreal esta cerca de una estrella de 2da Magnitud, q.e llaman la Polar, y es la ultima de la Cola de la Osa menor, q.e al presente dista del Polo algo menos q.e dos grados.

El Polo Austral se percive por el agregado de unas Estrellas muy remotas, cuia claridad parece una peque-

ña Nube, q.e dista de aq.l polo 1. grados

La via lactea es una faxa de bastante latitud, y claridad, q.e divide á la Esfera casi en 2 p.tes consiste en una infinidad de Estrellas, q.e por ser menores, ó mas remotas, q.e las otras, no puede la vista distinguirlas, si solam.te aq.l Candor, ó claridad confusa, q.e parece una nuve clara, q.e circunda á la Esfera. Con el auxilio de los Telescopios se distingue en ella muchisimas Estrellas.

En las Observaciones de las Estrellas fixas se desprecia la Parallage por insensible, pero en q.to á la refraccion se admite hasta los 20 grados de altura sobre el horizonte, y en mayor al-

tura se desprecia.

Despues q.e los Astros tienen may.r altura de 20° sobre el horizonte, se distinguen las Fixas de los Planetas, p.r q.e estos como cuerpos Opacos carecen de la cintilacion, y la conservan las Fixas, desp.s de salir todos de la Refraccion de la Atmosphera.

Entre las Fixas unas son m.s brillantes, y claras, como el Sirio, la luciente de Lyra. Otras son de color vermejo, como Aldebaran, Arturo; otras como las del Cingulo de Orion, llaman nebulosas por ser muy pequeñas, ó m.s distantes, y carecer del brillo de las otras.

En diversos tiempos brillan las E-

Estrellas mas, ó menos: en las noches frias de Yuvierno brillan mas, y puede ser la causa el temperam.to del Aire, y de la Athmosphera, ó bien porq.e la retina en semej.te tiempo tiene mayor actividad p.a este efecto.

La mayor p.te de las Estrellas fixas esta congregada en varias porciones, q.e sobre el Globo material se distinguen por figuras, ó imagenes, á las quales llaman constelaciones. Las Estrellas, q.e no se comprehenden en las constelaciones, se llaman dispersas, ó separadas. Las constelaciones son 62, de las quales las 23 son septentrionales, las 12 estan en el Zodiaco, las demas son Meridionales: y entre es-

tas las 15 son antiguas, y las 12 modernas, descubiertas p.r los Navegantes en la p.te meridional.

Capitulo Once De los Astros temporarios y Cometas.

En diversos tpos han aparecido alg.s Astros, q.e despues se desvanecieron, por lo q.l se llaman temporarios, y son en 2 maneras, unos se dicen Estrellas nuevas, y otros Cometas.

Las Estrellas Nuevas son de la misma naturaleza q.e las Fixas, y tienen el mismo movim.to distando mucho de la tierra mas q.e Saturno por ser su paralage insensible. El aparecer estos Astros puede consistir en q.e por algun tiempo se acercan m.s a la tierra, y des-

puer alejandose desaparecen.

En el ano 1572 apareció en la Casiopeya una Estrella fixa de la magnitud de Venus por espacio de 2 años, y desp. desapareció: fue observada por Tyco, y los Astronomos de aq.l tiempo.

En el año 1600 apareció por algs. dias otra nueva estrella en cisne. En el ano 1601 apareció otra en serpentario, y fue visible un año.

Los Cometas son otra especie de Astros opacos como los Planetas, que no tienen otra luz, q.e la que reciven del Sol, cuios cuerpos pueden producirse p.r la union, y combinación de algunas particulas de la Esfera Planetaria, que teniendo la competente disposición p.a reflexar la luz, se hacen visibles,

y en perdiendo esta disposicion, se desvanecen. De estos han aparecido en diversos tiempos.

Uno apareció el año 1580 desde el principio de Octubre hasta mediado de Diciembre del mismo año: segun su paralage, le puso Tyco sobre la Luna; pero Mestlino sobre Saturno. Otro apareció en 4.tos de Marzo de 1582, hasta mediado de Abril.

Otro en 1597, desde 16 de Julio hasta 9 de Agosto, y le constituieron sobre el Sol. Otro observó Mr. Keplero sobre la Luna, en 1607. En la misma distancia se observó otro desde 27 de Noviembre de 1628 hasta 22 de Enero del sigte año.

Segun las diversas figuras, en que aparecen, se dicen unos Caudatos, ō con cola, otros barbados, y otros consignados, ō Capilados.

Los Caudatos, o con cola son, q.do los xaios de luz q.e salen del Cometa son largos: las Colas son de varias figuras, unas terminan en punta, como piramide conica, otras se esparcen hacia diversas plagas, o partes, ensanchandose hacia el extremo, otras son en linea recta, y otras en Curba.

Los Barbados son, quando los xaios de luz anteceden āla Cabeza, y son mas cortos.

Los Consignados, quando los xaios de luz ciñen al cometa por todas par-

tez, ô plagas, y le circundan ygualm.te

Muchos Philosophos antiguos, y Astrologos hacen pronosticos de la aparicion de los Cometas, ya funestos, como de Muerte, Guerra, Peste, y hambre, ya alegres, como victorias, vacion.s de principes &a pero en la realidad desso nada pronostica, por ser efectos naturales: y se tiene p.r esperiencia, q.e despues de estos Phenomenos no ha sobrevenido cosa notable, y assi se tiene p.r delirio de la Vulgaridad.

Capitulo Doce De la Proiccion de la Esfera en plano.

Es muy util saver representar en plano los circulos q.e se consideran en la Esfera, ô porq.e no se tienen

á mano las Esferas artificiales, ó p.ª resolver los triangulos Esfericos orgamicam.te Esta representacion se hace de diversos modos: el mas principales g.do la Esfera se considera cortada por el plano de un circulo maximo, el qual se dice de la proiección, y todos los otros Circulos, se representan por las perpendiculares, g.s de los infinitos puntos g.s de las circunferencias elevadas caen sobre el plano de la proiección, y este modo de representar se dice la proiección ortthografica de la Esfera, de g.s hablaremos.

Otro modo hai de representar la Esfera en plano, constituiendo la vista en un punto de la misma Esfera, y g.s las visuales tiradas por las circun-

ferencias de los otros Circulos determinan su lugar en el plano de la Proiección. En virtud de esta proiección se forma el Astrolabio universal, y particular. Para el Universal, sirve de plano de la proiección el Meridiano, y Coluro de los Solsticios, representandose por lineas rectas, q. son sus diametros, la equinoccial, la Eclíptica, el Orizonte, y el Coluro de los Equinoccios, y todos los demas se representan por Arcos de Circulo; constituiendose la vista en el punto del verdadero leuante, y poniente. El particular hace su proiección en el plano del Equador, ô en alguno de sus Paralelos, y el punto de la vista se considera en uno

de los Polos del Mundo. En virtud de la Proiección Orthografica se delinea el Analema, y consiste en un Circulo de laton, q.e representa el Meridiano, y Coluno de los Solsticios: y se distingue del Astrolabio universal, en q.e la vista se constituie en una distancia infinita, por lo q.l los rayos visuales son entre si paralelos, y perpendiculares al plano de la Proiección: para cuia intelig.a sirven las Proposiciones sig.tes

Proposicion 1.xa Theorema.

Qualq.r Circulo Maximo perpendicular al plano de la proiección se representa por su Diametro.

Explicación. Supongase que el Semicirculo ABC (Fig 29) es perpendicular al pla-

no de la Proieccion ASC: digo q.e su representacion Orthografica se hará por el Diametro AC.

Demostracion. Por suponerse el Semicirculo ABC perpendicular al plano ASC, las infinitas perpendiculares BX, ¢G & q.e caen de la circunferencia al plano, caerán todas en la comun seccion AC; luego todas juntas formarán el Diametro AC.

Corolario. 1.ro Si un Arco A¢ tiene el un extremo ¢ elevado, y el otro A en el plano, su proieccion AG es el seno verso del mismo Arco.

Corolar. 2.do Si el Arco elevado ¢B, tiene el extremo B distante 90 grados del plano su proieccion GX es seno recto del mismo

Arco EB; porque GA = EN seno de dho Arco.

Corol. 3.º Si los Extremos del Arco EBF estan igualmte. elevados, ò equidistantes del punto B, su proieccion GH = EF es la cuerda de dho Arco.

Corol. 4.º Si los Extremos del Arco EK estan desigualmte. elevados, su proieccion GL es la suma de los senos rectos de los Arcos EB, BK, porqe. GA es igl. al seno del Arco EB, y AL igl. al seno de BK; pero la proieccion FK qe. esta en un mismo quadrante sera HL diferd. de AH seno de BF, y de KL seno de BK.

Corol. 5.º El Quadrante BC se representa por el Radio AC.

Corol. 6.º Qualqr. circulo menor perpen-

dicular al plano de la proiección se representa por su diametro. como si el plano de la proiección es el semicirculo ABSC, y el menor dZF se supone perpendicular al plano, se representara por su diametro dF; y en dho circulo menor se entenderá lo mismo q.e se dixo de los Arcos del circulo mayor en los Corolarios antecedentes.

Proposición 2.da Theorema

Qualq.r Circulo maximo inclinado al plano de la proiección se representa por una Elipse cuio Exe mayor es el diametro, ó comun seccion de los planos, y el semiexe menor es el seno 2.do de la inclinacion de dhos planos.

Explicacion. Sea el plano de la proiección

ADLC (Fig. 30) al q.e esta inclinado el semicirculo ABC, siendo la comun seccion AC. Divídase AC p.r medio en L, y en el plano elevado levantese LB perpendicular sobre AC, de quales q.a puntos B, H, baxense al plano las perpendiculares BL, HD, y tirense LL, FD, haciendo FD paralela á LL, y tirese FH, q.e será paralela á LB. Digo q.e los puntos D, y L proiecciones de H, y B estan en la curba eliptica, ADLC, y toda la circunf.a ABC elevada, se representa por la Elipse ALC, cuio exe mayor es AC, y el semiexe menor LL, q.e es el seno 2.do del Angulo LLB inclinacion de dhos planos.

Demostracion. Por ser BL, HD perpen-

diculares à un mismo plano serán entre si paralelas; tambien $B\mathcal{C}$, HF, son entre si paralelas; luego los ang.s en H, y B son iguales, y los triang.s FDH, $\mathcal{C}LB$ rectangulos en D, y L son semejantes; luego $\overline{B\mathcal{C}}^2 : \overline{HF}^2 :: \overline{\mathcal{C}L}^2 : \overline{DF}^2$, pero $B\mathcal{C}^2 = A\mathcal{C} \times \mathcal{C}C$, y $HF^2 = AF \times FC$, luego $\mathcal{C}L^2 : DF^2 :: A\mathcal{C} \times \mathcal{C}C : AF \times FC$; y por consig.te los puntos D, L estan en una curba Eliptica; luego la proiección del circulo ABC inclinado se hace por la Elipse ALC. Tambien siendo $\mathcal{C}L$, $\mathcal{C}B$ perpendiculares à la comun seccion AC, serà el Ang.o $L\mathcal{C}B$ la inclinación de dhos planos, y en el triang.o rectangulo $\mathcal{C}LB$, siendo la Hipotenusa $\mathcal{C}B$ el radio, serà $\mathcal{C}L$ seno 2.do del ang.o $L\mathcal{C}B$.

Corolario 1.ro Dada la comun seccion AC, y el angl. de la inclinacion LÊB, se tendrà el seno 2.do ÊL, y conocido el exe mayor AC, y el semiexe menor ÊL, se podrà describir la Elipse ALC, proiecion del circulo inclinado.

Corol. 2.do Si dada la Elipse ALC, (Fig. 34) y en ella el Arco LD, queriendo saber el Arco circular que representa, se describe el semicirculo ABC, y tirando por los puntos D y L las FH, ÊB perpendiculares al Diametro se tendrà el Arco HB, representado por DL. Assimismo DLN, serà proiecion de HBM. DLS lo serà de HBP, y NS lo serà de MP. El Quadrante eliptico Lc lo serà de BC.

Corolario 3.º si de quales q.ra puntos D, N, S caen perpendiculares sbre el semiexe menor LE, se tendrān los senos rectos de los Arcos, q.e representan: esto es DZ = FE = HX es seno de HB. VS = ER es seno de BP. FR = DZ + VS, es suma de los senos de los Arcos HB, BP; OR = KS es dif.a entre VS, y XM, senos de los Arcos BM, BP; finalm.te RC es seno verso de PC representado por SC.

Corol. 4.º Si por el centro E, y el punto D, se tira la recta Et larga à discrecion, y sbre el semiexe EL, se levanta la perpendicular Lt, hasta cortar à la Et, prolongada, serà Lt, tangente del Arco Eliptico DL; y del circular, que representa,

HB; porq.e tirada por H la secante
EQ, y la tangente BH en el mismo
plano del circulo, si este se eleva mo-
viendo sobre el Exe AC, q.do el Arco cir-
cular HB haga la proiección DL, la
tangente QB hara la proiección ig.l
y paralela á QB por ser QB paralela al
Exe immoble AC. Lo mismo se entien-
de de qualq.r otro Arco eliptico contado
desde L: de forma q.e el seno recto, y
tang.te de dho Arco nunca se dismi-
nuie; pero la secante EQ se disminu-
ie, hasta q.e en la situacion perpendi-
cular se representa por EY ig.l á
la tang.te y el seno 2.do FH se dis-
minuye hasta que en la situacion
perpendicular, se representa todo p.r

el punto F.

Proposicion 3ª. Problema

Dados 2 puntos M, N (Fig. 32) dentro del circulo de la proiección ACB, inscriuir la Elipse AMNB, q.e pase por los puntos dados.

Resolucion. Por los puntos dados tirese G tt, y sobre ella describiendo un semicirculo GRStt, levantense las perpendiculares MR, NS; sera MR media proporcional entre GM, Mtt, y NS media proporcional entre GN, Ntt. Por los puntos R, y S, tirese la recta RF, que cortará á Gtt prolongada en F, si las medias MR, y NS son desiguales. Por F y el centro C tirese Ft, y se tendrá la Posi-

cion del Exe Mayor AB. Por M, y N tirense en el circulo las cuerdas LX, KZ perpendiculares sobre AB, y se tendrán las semiordenadas MP, NQ, con lo qual y el Exe mayor AB se inscribirà la Elipse AMNB.

Demostracion. Los triangulos FMR, FNS son semejantes, y tambien FMP, PNQ; luego FM : FN :: MR : NS, y tambien FM : FN :: MP : NQ; luego MR : NS :: MP : NQ, y $MR^2 : NS^2 :: MP^2 : NQ^2$; pero $MR^2 = GM \times MH$, y $NS^2 = GN \times NH$ y, $GM \times MH = LM \times MX$, y assimismo $GN \times NH = KN \times NZ$, luego substituiendo estos rectangulos en lugar de los quadrados serà $LM \times MX : KN \times NZ :: MP^2 : NQ^2$, y alternando $LM \times MX : MP^2 :: KN \times NZ : NQ^2$, y componiendo $LM \times MX + MP^2 : MP^2 :: KN \times NZ + NQ^2 : NQ^2$; pe-

10 $LM \times MO + MP^2 = LP^2$ (Prop. 5ª Lib 2º Euclides) $= AP \times PB$, y $KN \times N2 + N2^2 = K2^2 = A2 \times 2B$, luego $AP \times PB : A2 \times 2B :: PM^2 : N2^2$; y por consig.te los puntos M, y N estan en la curva Elipsica, cuio Exe mayor es AB.

Si las rectas MR, NS fueren ig.s siendo tambien paralelas, seria MN, RS paralelas, ẽ ig.s, y por consig.te la RS no cortaria á la gH prolongada: en este caso el Exe mayor AB seria tambien paralelo á gH.

Escolio. Entendidas las proposiciones antecedentes, será facil hacer la delineacion en plano de qualq.r triangulo Esferico, teniendo un Circulo graduado, que será el plano de la proiección, ó bien los se-

nos, y tangentes p.ª un radio determinado, ó bien por una escala de partes iguales, tomando el radio = 6000, y los senos naturales tomarlos de las Tablas trigonometricas correspondientes al mismo radio.

Capitulo 13. De la Resolucion de los Problemas del primer movil.

Dicense Problemas del 1.er movil los q.e son generales p.ª qualq.r Asho fixo, ó errante, y no dependen precisam.te de los movim.tos propios, q.e son entre sí diversos.

Proposicion 1.ª Problema

Hallar la linea meridiana en qual-

quier lugar de la tierra.

Dispongase un plano bien horizontal, ò nivelado, sobre el qual se describiran 3, ò 4 circulos concentricos, AB, CD &c (Fig. 33), en el centro C levantese un Estil, ò Aguja CF perpendicular sobre el plano. (esto se observa ajustando p.r todas p.tes una Esquadra). Esto dispuesto, en un dia claro, observese, 2, ò 3 horas antes de medio dia, quando la estremidad de la sombra, q.e causa el punto F toca à la Circunf.a del mayor Circulo, y supp.to q.e sea en A, se notará este punto. Poco desp.s à proporcion que sube el Sol se acortará la sombra del Estil, y se notarà el punto E, quando

su extremidad toque al 2.do circulo: haciendo lo mismo sobre las demas circunf.s Poco despues de medio dia, se alargarán las sombras, á proporcion q.e el sol desciende, y bolverá la extremidad de la sombra desde el circulo menor acia el mayor, por estos puntos V, L, D, B, que se notarán como los de la mañana. Divídase cada Arco AB, CD, HL, KV, por medio en los puntos N, R, S, T, y si todos se hallaren en un mismo Diametro MN, será MN la linea Meridiana en aq.l lugar.

La razon es porq.e q.do el Sol hace por el Estil CF las sombras iguales CA. CB, tiene sobre el horizonte la misma

altura por la mañana q.e por la tarde, y dista igualm.te del Meridiano, y siendo los ang.s adjuntos A C M, B C M, ig.s, la recta C M será la Meridiana; la qual no es otra cosa q.e la comun seccion del plano del Meridiano con el plano horizontal.

Para q.e esta observacion sea exacta, se notará lo sig.te

1.to si el plano fuere blanco, y los circulos de color rojo, se notará bien la estremidad de la sombra.

2.do La longitud del Estil C F sea de 3, á 6 pulgadas, y no mas; y la punta F no muy delgada, p.a q.e se distin-

ga bien la estremidad de la sombra.
3.vo En qualq.r tiempo se puede hallar
la Meridiana, pero es mejor quando el
Sol esta cerca de los Solsticios; por q.e
la declinacion del Sol es casi la misma
p.r la mañana q.e por la tarde, q.do tie-
ne iguales alturas sobre el Horizonte.
4.o Vn Circulo bastaria p.a hallar la Me-
ridiana, pero se hacen 3, ó, 4, assi p.r
m.r testimonio de la verdad, como p.r
si no se perzive la sombra al salir de
un Circulo por interponerse alg.a Nube.

Tambien se hallaria por las altu-
ras de las Estrellas fixas, ó por la
maxima digression de alg.a Estrella cir-
cumpolar.

Proposicion 5.ª Problema

Hallar la altura de Polo en Qualquier lugar.

La Resolucion de este Problema se funda en la antecedente, y assi la linea Meridiana, como la altura de Polo, son los m̃s importantes p.ª los demas Problemas. Hallada la linea meridiana MN (Fig 31) dispongase sobre ella un triangulo Filar dFL, de suerte q.e el plano de dho triangulo pase por la linea meridiana MN, en cuio caso el plano del Triangulo estarà en el mismo plano del Meridiano. Con esto en una noche larga, y serena, de

mas de 12 horas, observese, tirando una Visual 4S por los hilos LC, LF del triangulo Filar à qualq.ra Estrella circumpolar, q.do se halla en el Meridiano HZO (Fig 35), y supuesto se halle la Estrella en K, se tomarà al mismo tpo la altura OK, q.e tiene sobre el horizonte. Y como desp.s de 12 horas buelve à tocar el mismo Meridiano, se observarà por el triangulo filar, q.do el mismo Astro buelve al Meridiano en S, y en este mismo tiempo se observarà su altura OS sobre el horizonte. De la altura mayor OS restese la menor OK, y se tendrà el Arco KS, cuia mitad KB añadida à la altura menor OK, darà la altura de Polo OB. Lo

mismo se tendria, si la mitad de la di-
f.ª BS se restase de la altura mayor OS.
Por exemplo, supongase q.e OR se halló
de 24.º 26' en la 1.ra observacion, y que en
la 2.da se halló OS, de 64.º 26', será la dif.ª
RS = 40.º cuia mitad RB será de 20.º q.e aña-
didos á OR = 24.º 26', dará la altura de
Polo OB de 44.º 26'. Lo mismo se hallaria
si de los 64.º y 26' se quitasen los 20.º
tambien se hallaria observando la altu-
ra meridiana del Sol en qualquier dia
de los Equinoccios; porque siendo su re-
solucion diurna por el Equador CQ, tenien-
do la altura meridiana del Sol HQ, su
complem.to será la altura de Polo OB. Esta
observacion no estan exacta como la an-

tecedente, pues era necesario q.e el punto del Equinoccio sucediera á las 12 del dia; asimismo p.a tener la altura del centro del Sol, se han de tomar las alturas del limbo inferior, y superior del Sol, y corregir la observacion con la refraccion, y la paralaxe.

Fuera de los dias equinocciales es menester añadir, ó quitar la declinacion del Sol, p.a tener la altura de la equinoccial: esto es, si la altura meridiana se hallò HA, y la declinacion AZ es Australl, se añadirà esta declinacion p.a tener HZ; si la declinacion AZ es Boreal, se quitarà esta de la altura meridiana del Sol HZ p.a tener la altura de la Equinoccial HQ, cuio complem.to es la altura de

Pobo 0.B.

Proposicion 6.ª Problema

Hallar el Lugar del sol en la ecl.ca en qualq.r tiempo dado.

La exacta resolucion de este Problema depende de la Teoria del Sol, propia de la Astronomia: à nosotros basta alg.a regla p.a saver proximam.te en q.e signo, y grado, se halla el Sol en qualq.r dia: p.a lo qual se notarà lo siguiente.

1.o A los 12 meses del Año corresponden los 12 signos como se sigue

Marzo.	Abril.	Mayo.	Junio.	Julio.	Ag.to
Aries	Tauro	Gemin	Cancer	Leo	Virgo
Septie	Octubr.	Novie	Dcie	Ene	Febr.
Libra	Escorpion	Sagita.rio	Capricor.nio	Aquia.rio	Pisc.s

2.do Para saver el dia, en q.e el Sol entra en cada signo, se notan las letras iniciales de los siguientes versos, cuias 12 ediciones corresponden à los 12 meses del Año, empezando desde Enero: de forma, q.e la 1.ra corresponde à Enero, la ultima à Diciembre, y, por su orn las intermedias.

Inclita Laus Iustis Impenditur, heresis horret

Garrula, grex, gratus, faustos gratatur honores.

Las Letras iniciales F, G, H, K, I, L, q.e segun el orn q.e tienen en el abecedario ocupan el 6.o 7.o 8.o 9.o y 11.o lugar, q.e quiere decir, q.e del num.o 30 se han de quitar 6, 7, 8, 9, 11 unidades, segun la letra inicial

de la diccion, q.e corresponde al mes, y el residuo dara el dia, en q.e entra el sol en aq.l signo. Por exemplo, si seq.re saver el dia en q.e entra el sol en el signo de Aries; lo 1.ro se vera q.e este signo corresponde al mes de Marzo, q.e es el 3.ro del Año, a quien corresponde Iunius, y porq.e la inicial es I. que tiene el 9.o lugar en el Abecedario, se quitaran 9 de 30, y quedara 21; luego se dira, q.e en 21 de Marzo entra el sol en el signo de Aries.

Si se da el dia, y se quiere saver el lugar del Sol, se buscara el dia, q.e entra el sol en aq.l Mes, en su sig.no, y si el dia dado fuere desp.s se-

marán tantos grados q.tos dias han pasado; pero si fuere anterior le faltarán tantos grados p.a entrar en el Signo, q.tos faltaren dias. Por exemplo, si se quiere el lugar del Sol en 29 de Marzo, se hallará q.e el Sol entra en el Signo de Aries en 21, y porq.e de 21 á 29 hai 8 dias, se dirá q.e el Sol esta en 8 grados de Aries el 29 de Marzo. Si el dia dado es 17 de Marzo se verá q.e faltan 4 dias p.a entrar en Aries, luego faltaran 4 grados p.a concluir el signo de Pisces, y se dirá, q.e esta dho dia en 26 grados de Pisces.

Proposicion 7 Problema

Dado el lugar del Sol en la eclip-

fica hallar su declinación, y ascensión recta. Sea CA (Fig. 36) el Equador, C2, la Ecliptica. B el polo del mundo, y del Equador. Cgualg.te de los puntos equinocciales, y halleve el Sol en el punto F de la Ecliptica: por este y el polo B pase el circulo de declinación BFH, y en el triangulo CFH rectangulo en H, se tendrá el Arco CF, distancia del Sol al proximo Equinoccio, y el angulo C=23 1/2 (obliquidad de la Ecliptica con el Equador)

Lo 1.ro Para hallar la declinación FH se hará la p.on como el Radio, al seno de la Hipotenusa CF; assi el seno del angl. C, al seno de FH

Lo 2.do p.a tener la ascensión rec-

ta, se hallará el Arco de Equador
CH con la proporcion sig.te
Como el seno 2.do de FH,
Al Radio;
Assi el seno 2.do de la Hipotenusa CF,
Al seno 2.do de CH.
Conocido el Arco CH del Equador, esto es
la dist.a del punto H, al proximo equi-
noccio, será facil tener la Ascension
recta q.e es la dist.a desde el principio
de Aries, segun el orden de los Signos,
hasta el punto H, segun el quad.te
de Ecliptica, endonde se halla el punto
F.

Escolio Para resolver este problema
sobre el Globo artificial, se moverá

este de suerte, q.e el punto F en don-
de se halla el Sol, caiga en el Meri-
diano de bronce, el q.l siendo tam-
bien circulo de declinacion, formarà el tri-
angulo CHF, y el Arco HF del Meridiano
darà la declinacion, y contando desde el
principio de Aries sobre el Equador se-
gun el orden de los Signos, hasta el pun-
to H, q.e està en el Meridiano, se tenta-
dà la ascension recta.

Si se da la declinacion del Sol
FH, y el Angulo C, obliquidad de la E-
cliptica, se hallarà CF distancia del
Sol al proximo Equinoccio, y tambien
CH, q.e darà la ascension recta.

A este modo combinando los

datos, se resuelven distintos Problemas en el mismo triangulo, saviendo, q.e CF es distancia del Sol al proximo Equinoccio, FH, la declinacion, el angulo C la obliquidad de la Ecliptica, el angulo F el q.e forma la Ecliptica con el Meridiano, ó Circulo de declinacion, y el Arco de Equador CH sirve p.a la Ascension recta.

Proposicion 8 Problema.

Dada la altura de Polo, y la declinacion del Sol, hallar la dif.a ascensional, y por consig.te la ascension obliqua, y ~~por~~ la duracion del dia, y de la Noche.

Sea HO (Fig. 37) el Horizonte, E9 el

Ecuador, B el Polo, cuia altura es OB; ha-
llese el Sol en S punto del Paralelo DM
de la rebolucion diurna, cortando al ho-
rizonte en S, y pase el circulo BSA de
declinacion, q.e corta al Ecuador en A,
y se tendrá en el triangulo CAS rectan-
gulo en A, conocido el angulo en C, cu-
ia medida es el arco OE, complemento de
la altura de Polo OB, y asimismo, sea da
conocido SA declinacion del Sol, con lo q.e
se hallará el Arco CA (que es la diferª
ascensional) con la proporcion siguiente.

Como el Radio,
A la Tang.te de la declinacion del Sol;
Asi la Tang.te de la altura de Polo,
Al seno de la difª ascensional CA.

Corolario 1.ro Quando el sol se halla en los puntos Equinocciales C, no hai declinacion, ni dif.a ascensional.

Corol. 2.do Quando el sol se halla en los paralelos equidistantes del Equador D.M. R.P, las dif.s ascensionales CA, CY son ig.s en una misma altura de Polo; porque los trians. CAS, CYK son totalm.te ig.s

Escolio 1.ro Conocida la ascension recta, y la dif.a ascensional, se tendrá la ascension obliqua, añadiendo la dif.a ascensional CA, quando el sol, se halla en los signos Boreales, ó restando la dif.a CY, si se halla en los signos australes.

Escolio 2.do Quando el sol se halla en los puntos equinocciales C, el arco semidiur-

no CQ, es q.l al seminocturno CE. Pe-
ro si se halla en el Paralelo DM, el
Arco semidiurno SD, es mayor q.e el se-
minocturno SM, quando el Sol esta en el
Emisferio Boreal, p.a los habitadores de
este Emisferio: este arco semidiurno SD
q. es semej.te al Arco de Equador AQ se
tiene añadiendo la dif.a ascensional CA
al quad.te CQ, y el Arco QA, es medida
del Angulo ABQ, q.e da la duracion del
medio dia (convirtiendo este Arco de Equa-
dor en tiempo, por el Problema siguien.te)
Y restando el semidiurno SD de 180°, se
tendrà el seminocturno SM, ō su semej.te
AE.
Si el Sol se halla en los 6 signos austra-
les, como en RP, del quad.te CQ se quita

la dif.ª ascensional cY p.ª tener el Arco Y2, medida del semidiurno K.2.

Proposicion 9 Problema.

Reducir los grados y minutos de Equador, a horas, y minutos de tiempo, y al contrario.

Ya se ha dho que 15 grados de Equinoccial hacen una hora, ó 60 minutos de tpo; luego cada grado de equinoccial hacen 4 minutos de tiempo, y por consig.te qualq.r num.º de grados del Equador multiplicados por 4 daxa los minutos de tiempo los quales partidos por 60 daxā las horas. Asimismo los minutos de Equador multiplicados por 4 daxan segundos de tiempo.

Exemplo. Se tienen 48.º y 26' de Equador, q.e se han de reducir a tiempo. Multipliquense los 48.º por 4, y se tendra 192'

de tiempo, q.e partidos por 60 hacen 3 horas y 12 minutos. Multipliquense los 26' de Equador por 4, y se tendra 104 seg.dos de tiempo, ô bien un minuto y 44 segundo, q.e añadidos à 3 horas, y 12 minutos, hacen 3 horas, 13 minutos, y 44 segundos de tpô.

Por el contrario los minutos de tpô partidos por 4 dan grados de Equador, y los seg.dos de tpô partidos por 4 daràn minutos de Equador. Haviendo de reducir 3 horas, 13 minutos, y 44 seg.dos de tpô, convirtiendo las horas en minutos, se tendrà 180 minutos, y añadiendo los 13 serán 193, q.e partidos por 4 son 48.° y $\frac{1}{4}$ de grado, ô bien 45'; partanse assi 44 seg.dos por 4, y se tendra 11 minutos de Equa-

dos gs. añadidos á los antecedentes hacen 18°, y 26' de Equador.

Proposicion 4o Problema.

Dada la altura de Polo OB (Fig 37) y la declinacion del Sol AS, hallar la duracion del dia y de la Noche, o bien la Lora, en gs. sale, y se pone el Sol. Hallese la dif.a ascensional CA, y supongo sea 22° y 30'. Conviertase esta en tiempo, y se tendrá una Lora y 30 minutos, añadase á 6 Loras valor del guadrante CQ (por suponerse el Sol en los Signos septentrionales) y será la duracion del Medio dia 7 Loras, y 30 minutos, y todo el dia será de 15 Loras, y la noche de 9 Loras. Restese de 12 las 7 Loras y 30 minutos, y se tendrá gs. el Sol valdrá á la

A horas y 30 minutos de la mañana, y se pondra à las 7 horas, y 30 minutos de la tarde.

Proposicion 11 Problema

Dada la declinacion del Sol SX (Fig 37) y la altura de Polo OB, hallar la amplitud oriva SC.

En el mismo triangulo CXS, dado el lado XS y el angº opuesto C, se hallarà la hipotenusa CS.

Como el Seno del Angº C,
Al Seno de la declinacion, XS;
Assi el Radio,
Al Seno de la amplitud CS.

Por esta analogia se hacen las Tablas de las amplitud, pª diversas alturas de Polo, y qualq.ª declinacion del Sol.

Escolio. Para resolver el Problema sobre el Globo, se levanta este à la altura de Polo dada OB; muevase el Globo hasta tener el punto D del Meridiano en el lug.r del Sol, cuia declinacion QD es conocida, y notese el punto de Equador Q, q.e esta en el Meridiano con el Sol D; rebuelvase el Globo, hasta q.e el punto D de la Ecliptica, se halle en el horizonte en S, y el punto Q correspondera à X, y el Arco del Horizonte SC, darà la amplitud; assi como CX darà la dif.a ascensional, y el Arco XQ darà el semidiurno.

Proposicion 12 Problema.

Dada la elevacion de Polo OB (Fig 38) y la declinacion del Sol ST, hallar la

duracion del Crepusculo. (Fig 38)

Sea KP el circulo crepusculino 18.º debajo del horizte. HO: por el Zenith Z, pase el Vertical ZS, sera RZ quadte. y RS = 18.º luego ZS = 108.º, y dada la declinacion tS, se tendrà su complemto. SB, dada tambien la altura de Polo OB, se tiene su complemto. BZ; luego en el triangº. Esferico ZSB dados los 3 lados se hallarà el angº. B, cuia medida es el arco de Equador tQ, que se reducirà à tiempo.

Hallese el arco semidiurno MF, ó, la duracion del medio dia, y restando este tiempo del primro. se tendrà la duracion del Crepusculo SF.

Sabida la duracion del crepuscu-

lo, y la hora, en q.e sale el Sol, se tendrá la hora, en q.e empieza el crepusculo, que se dice principio de la Aurora.

Proposicion 13 Problema.

Dada la altura del Sol sobre el horizonte, su declinación, y la Elevación de Polo, hallar la hora, y el Acimuth del Sol.

Sea AO (fig. 39) el Horizonte, B el polo del Mundo, CQ el Equador, S el Sol, pase por S el Circulo de declinación, y horario BSR, y el Vertical ZST: en el triangulo SZB se da conocido BS complem.to de la declinación SR; ZS complemento de ST altura del Sol sobre el Horizonte, y BZ complemento de la Elevación OB: luego dados los tres lados se hallará el angulo B, cuia medida es QR, que reducido á tiem-

po dará la hora antes, ó despues de medio dia.

Tambien se hallará el angulo BZS, cuio suplem.to es el Acimuth SZQ, á quien mide el arco de horiz.te HT.

En el mismo triangulo, de las 3 cosas g.s son, BZ complem.to de la elevacion de Polo, BS complem.to de la declinacion, ZS complem.to de la alt.a, el ang.o B la hora antes, ó desp.s de medio dia, y el angulo Z el Acimuth, dadas 3 cosas de quales y.a de estas, resultan 20 questiones, todas las quales se pueden resolver tambien sobre el Globo, aplicandole el quadrante de altura.

Proposicion 11 Problema

Dada la elevacion de Polo OB (fig. 39) y la alt.a ST sobre el horizonte de una estrella fixa S, cuia declinacion SR es conocida, como tambien su Ascension recta, hallar la

hora de la noche, sup.to conocida la ascension recta del Sol).

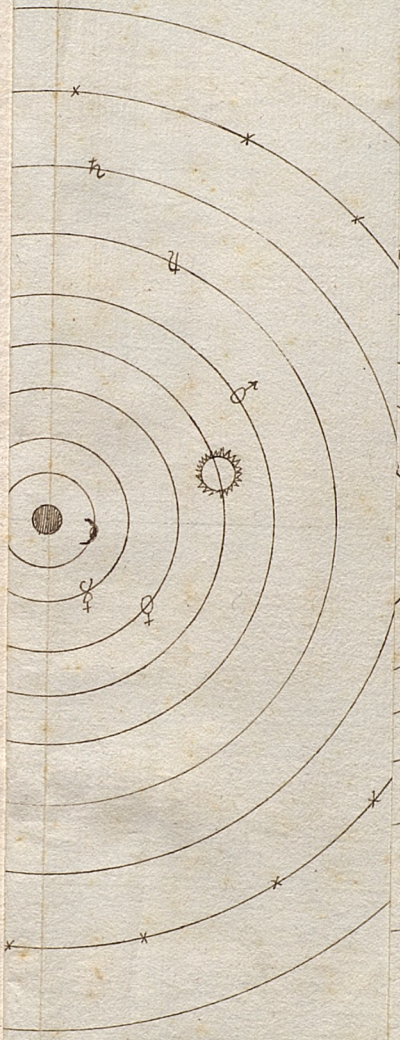
La Resolucion de este problema consiste en hallar el arco del Equador comprehendido entre la Ascension recta del Sol, q.e está debaxo del Horizonte hta el Meridiano, segun el ord.n de los Signos; p.r q.e este arco reducido à tpo dará las horas, q.e han pasado desde el medio dia preced.te hta el tpo, en q.e se tomò la alt.a de la Estrella.

Sea pues conocido BZ el complem.to de la altura de polo, BS complem.to de la declinacion de la Estrella, y ZS complem.to de la alt.a observada. En el triangulo SBZ dados los 3 lados se hallarà el ang.o B, cuia medida es RQ, y restando este ang.o de la ascension recta de la Estrella, si estuviere en la p.te Oriental, ò añadiendole si estuviere en la Occidental, se tendrà la ascension

recta del medio Cielo, (esto es el arco de Equador desde el principio de Aries, segun el orn de los Signos, hta el punto ☊, que se halla en el Meridiano), de la qual restando las ascension recta del Sol (añadiendo 360°, si fuere necesario), se tendrá el arco de Equador, g.s pasò p.l el Meridiano desde el dia precedte el qual convertido en tiempo, dara la hora de la noche.

Otros Problemas utiles del primer movil se darán en su propio lugar en los Libros dela segunda parte.

de Ptolomeo Fig. 1ra

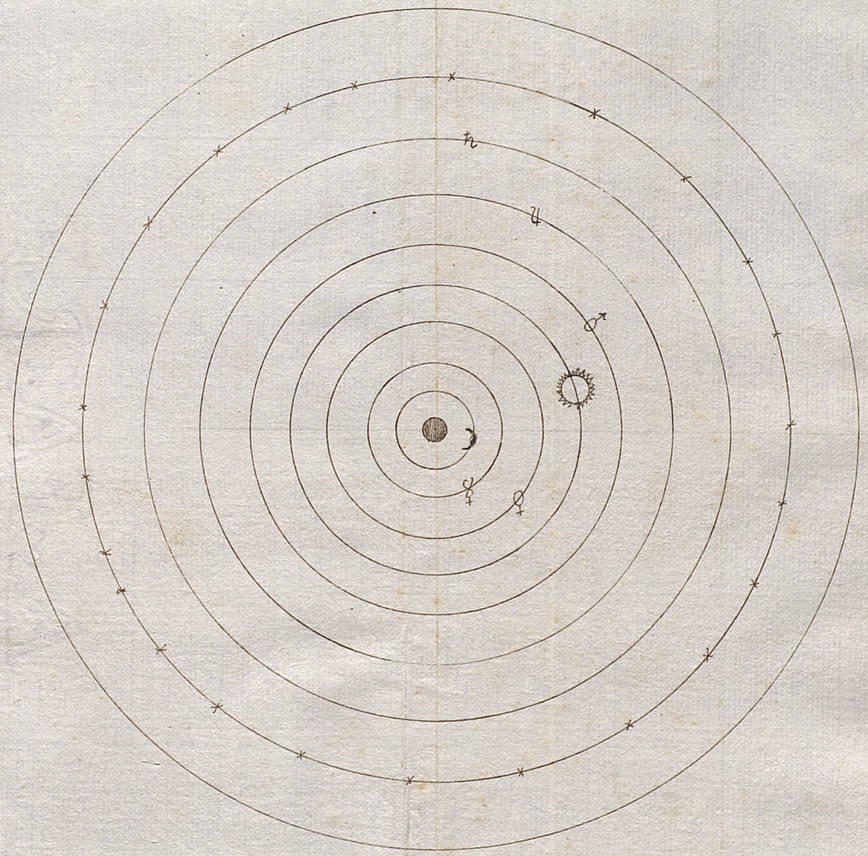


nico Fig. 2da

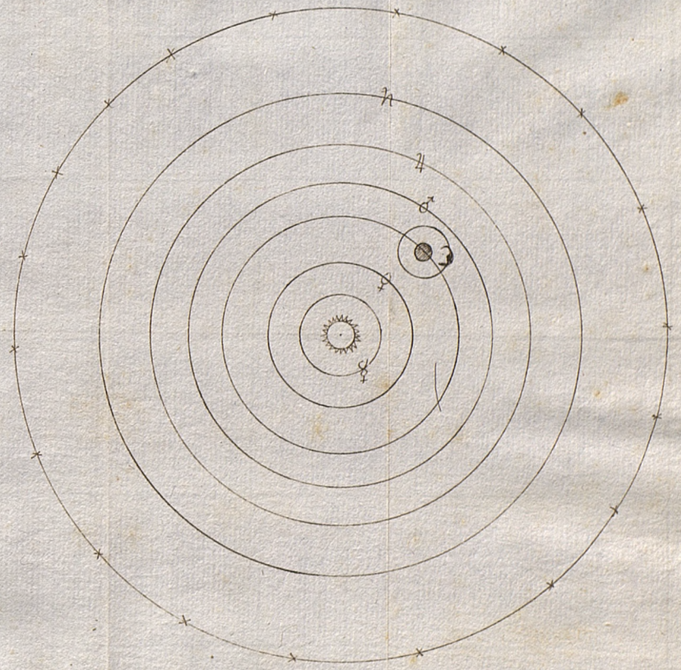


Colon

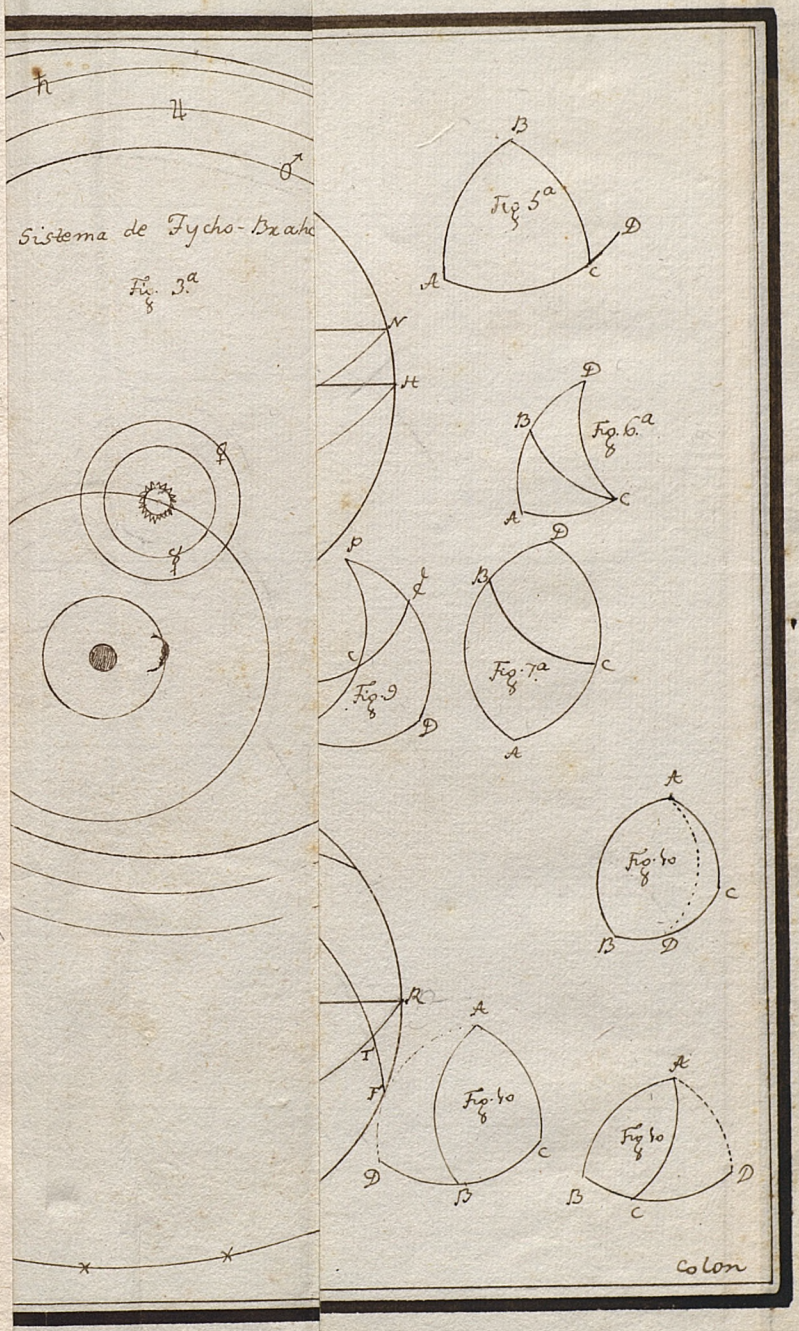
Sistema de Ptolomeo Fig. 1.ra



Sistema de Copernico Fig. 2.da

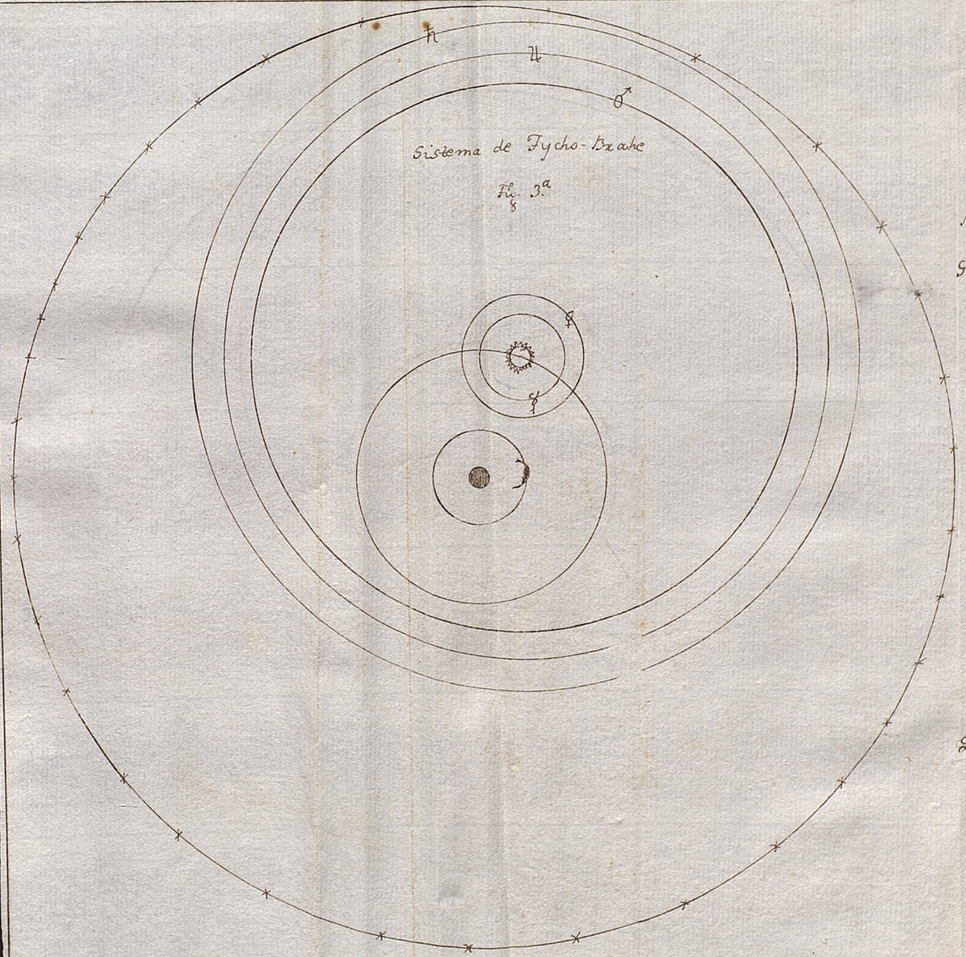


Colon


Sistema de Tycho-Brahe
Fig. 3ª
Fig. 5ª
Fig. 6ª
Fig. 7ª
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 10
Fig. 10
Colon

Sistema de Tycho-Brahe

Fig.ª 3.ª



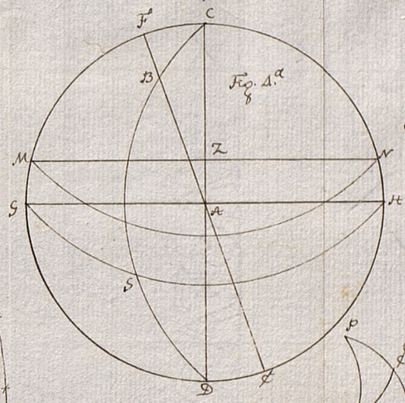


Fig.ª 4.ª

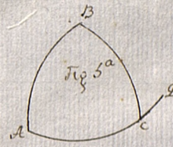


Fig.ª 5.ª

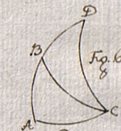


Fig.ª 6.ª



Fig.ª 9.ª

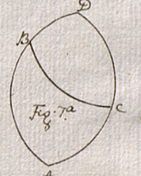
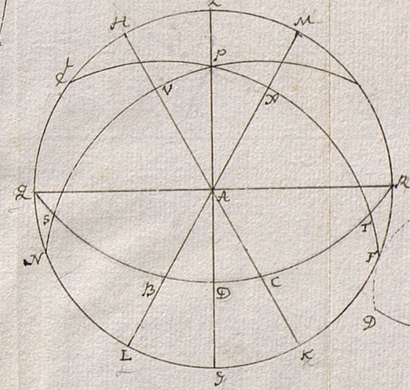


Fig.ª 7.ª

Fig.ª 8.ª



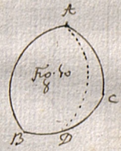


Fig.ª 10.ª

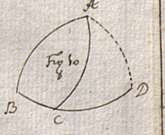
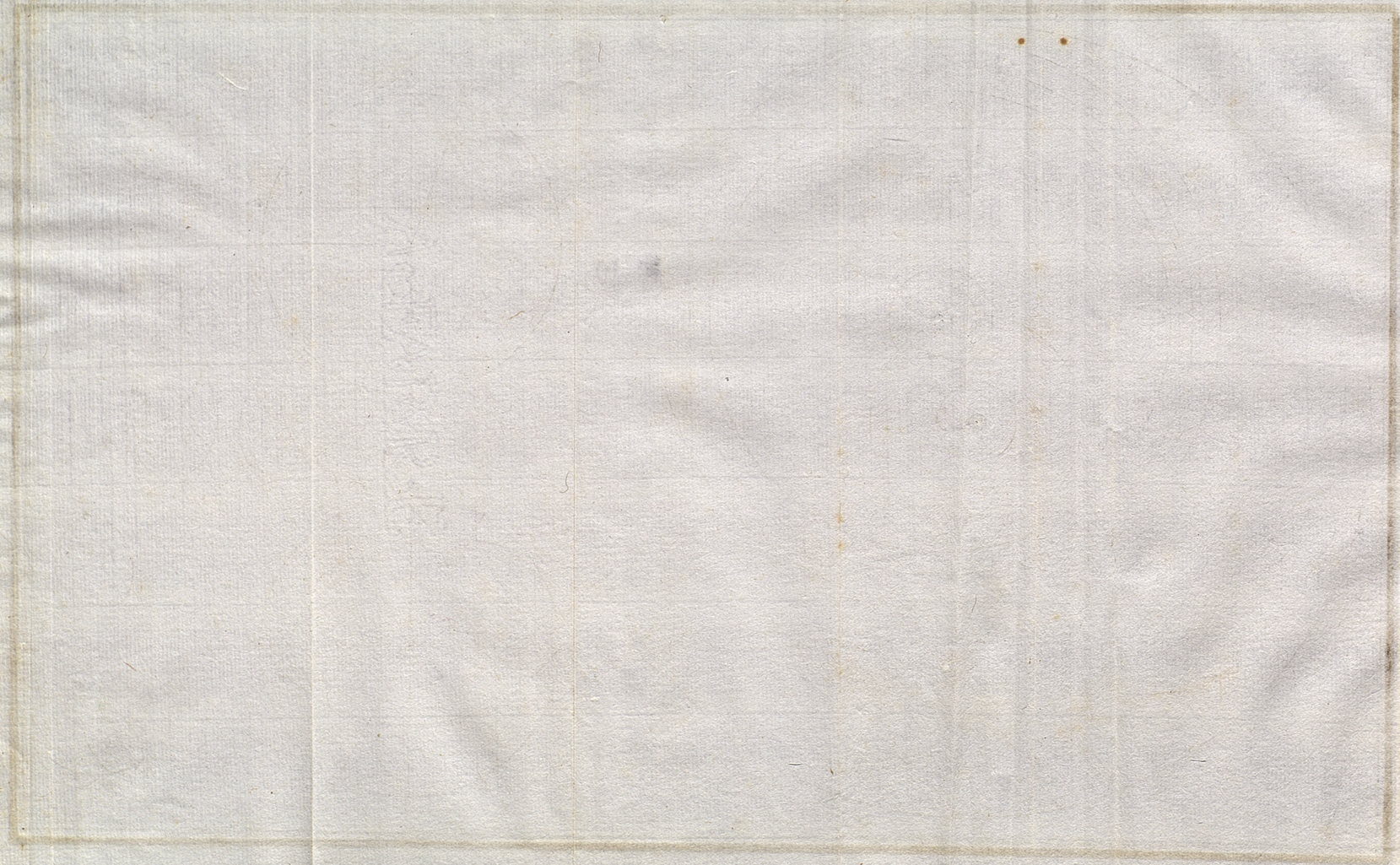


Fig.ª 10.ª

Fig.ª 10.ª

colon



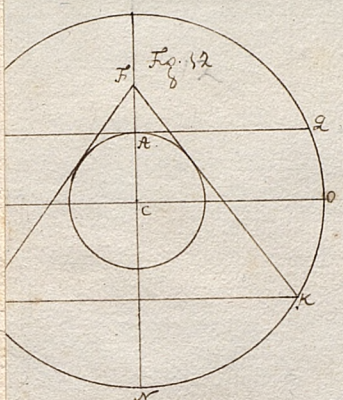


Fig. 12

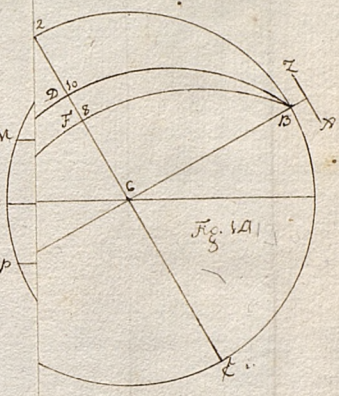


Fig. 14

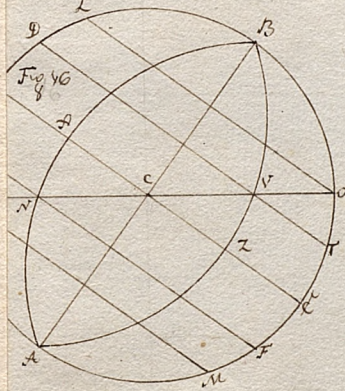


Fig. 16

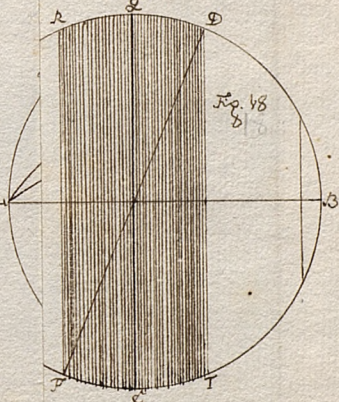


Fig. 18

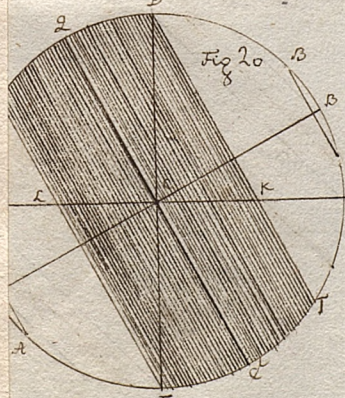


Fig. 20

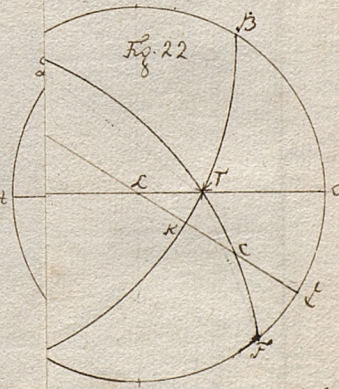


Fig. 22

Colon

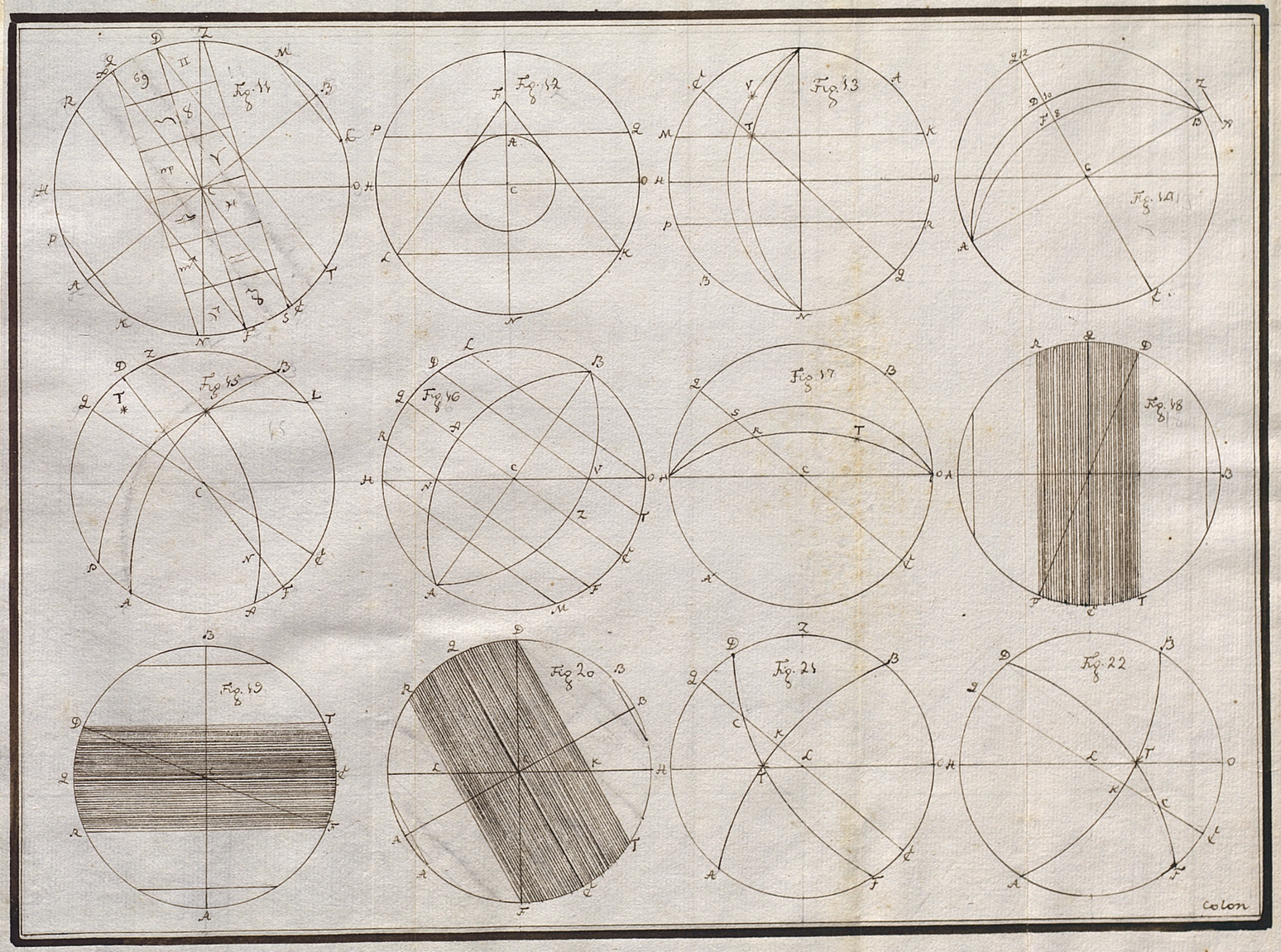


Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19
Fig. 20
Fig. 21
Fig. 22
colon

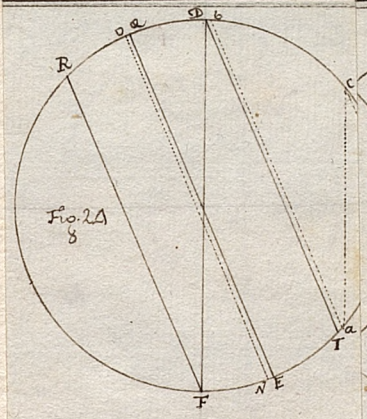
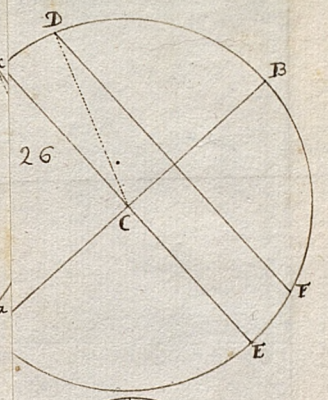


Fig. 27



26

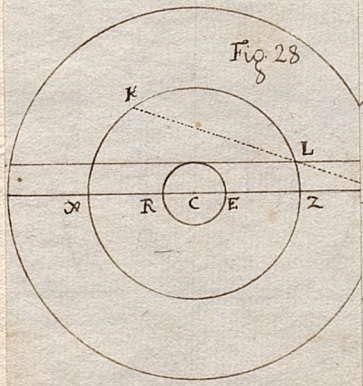


Fig. 28

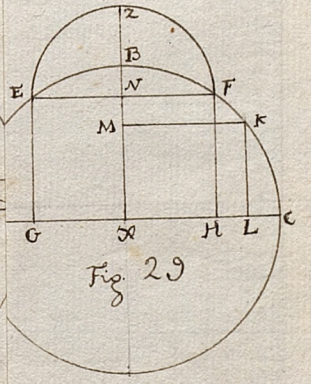
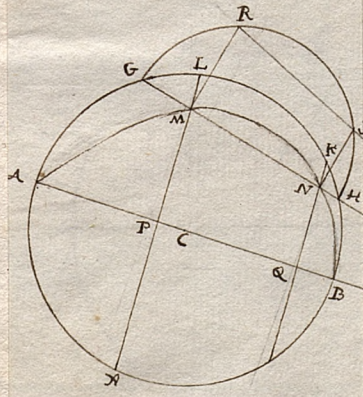


Fig. 29



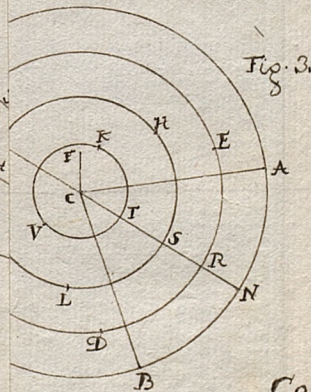


Fig. 33

COLON

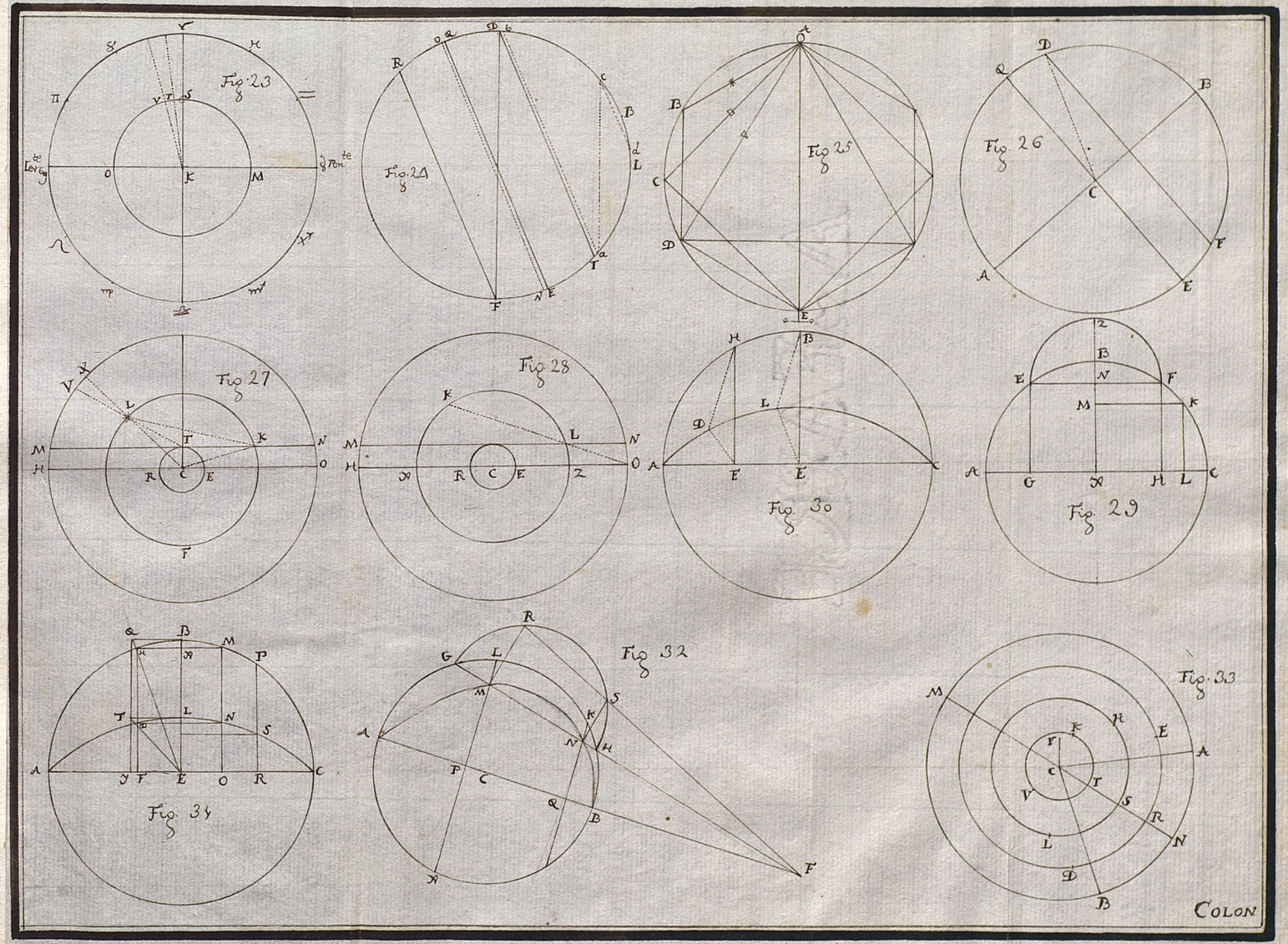


Fig. 23
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 26
Fig. 27
Fig. 28
Fig. 30
Fig. 29
Fig. 34
Fig. 32
Fig. 33
COLON

ARCHIVE

Fig. 35

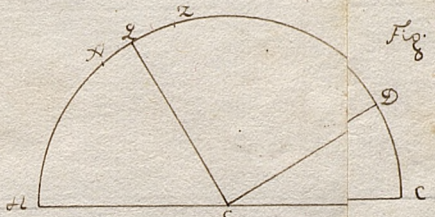


Fig. 36

Fig. 38

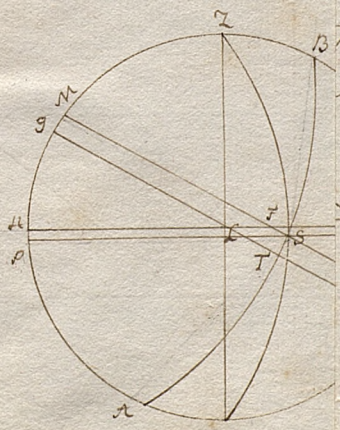
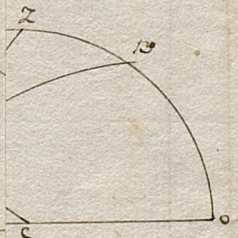


Fig. 39



colum.

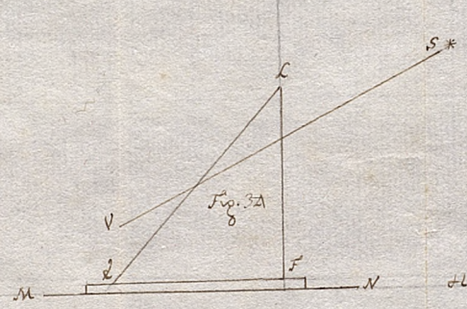


Fig. 35

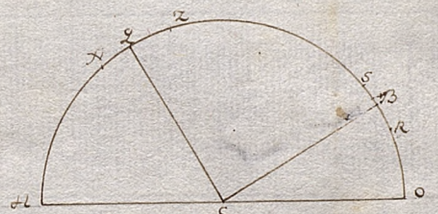


Fig. 36

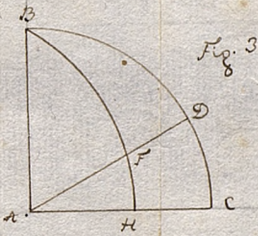


Fig. 37

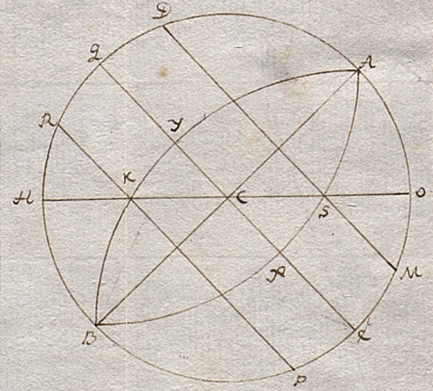


Fig. 38

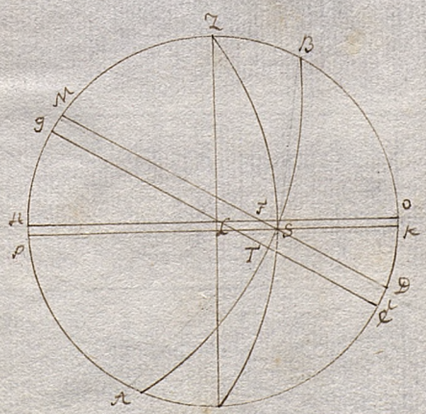
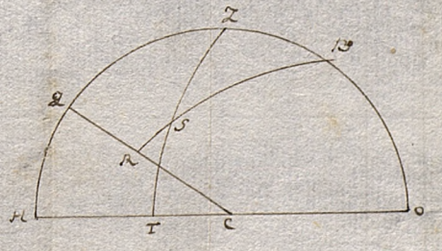


Fig. 39



colon.

BIBLIOTECA