FELIX COLON
TRATADO
DE LA
GEOMETRIA

TRATADO *DE LA* GEOMETRIA PRACTICA DE LA REAL ACADEMIA *DE* BARCELONA.

Felix  Colon:

Año de M.DCCLXXII.

TRATADO
DE LA
GEOMETRIA PRACTICA
DE LA REAL ACADEMIA
DE
BARCELONA.

Felix:  Colon:

Año de M.DCC.LXXII.

Tabla De las Materias contenidas en este Tratado

Tratado 3.º De la Geometria Practica.

Entre todas las partes de la Mathematica, la q.e mas conduce á la instruccion del Arte Militar es la Geometria Practica, p.r lo q.e merece especial atencion; y aunq.e es un ameno y delicioso Campo, se ceñirá esta mat.a al tpo determinado, en q.e se darán los Problem.s conven.tes p.a facilitar las practicas assi sobre el Papel, como sobre el terreno, dividiendola en

De la Geometria

5 Libros, q.e son los sig.tes

En el 1.ro se explicara la Fabrica y uso del Canon trigonometrico, y Logarithmos, con la resolucion de los triang.s rectilineos.

En el 2.do la Construccion de las Fig.s Planas.

En el 3.ro la inscripcion y circunscripcion de las Fig.s rectilineas al circulo.

En el 4.o su Proporcion, Aumento, diminucion, y transformacion.

En el 5.o el uso de los instrum.tos mas comunes en la Longimetria, y Altimetria.

En el 6.º La Planimetria, ó dimension de las Superficies.

En el 7.º La Stereometria, ó Calculo de los Solidos.

Finalmte. en el 8.º el Nivelamto.

Libro Primero De la Trigonometria Plana.

La trigonometria es Ciencia qe. averigua los lados, y angs. de qualqr. Triangulo; y es en dos manrs. Plana, y Esferica: La trigonometria Plana resuelve los triangs. rectilineos, y la Esferica los qe. se forman en la Superficie

ficie de la Esfera con 3 Arcos de circulos Maximos, y conduce á la inteligª de la Astronomia.

Capitulo Primero Del Fundamento del Canon Trigonometrico.

Difinicion 1ª Seno recto de un Arco es la perpendicular, qᵉ de una extremidad de dho Arco cae sobre el Diametro, qᵉ pasa por la otra extremidad; y assi la perpendicular AF sobre el Diametro BE es seno recto del Arco AB; y tambien lo es del arco AKE, suplemᵗᵒ del Arco AB al Semicirculo.

El Radio KC seno recto del Quadrante BK se llama Seno total.

Corolario. De aqui se sigue q.e el Seno recto de un Arco es la mitad de la Cuerda del Arco duplo; porque si-endo CB perpendicular sobre la cuerda AH la dividirà por medio, y tam-bien al Arco (Prop. 3.a Lib. 3.o de Euclides) esto es el Seno recto AF del Arco AB es la mitad de la Cuerda AH del Arco duplo ABH.

Defin. 2.a Seno verso, Sagitta, ò Abs-cisa, es la p.te del Diametro comprehendida entre el Seno recto, y el Arco; y assi BF es Seno verso del Arco BA, y FC seno verso del Arco ARC.

Difin. 3.ª Tang.te particular de un Arco es la perpendicular q.e se levanta sobre el Diametro en la extremidad de dho Arco, y se termina en otra recta q.e saliendo del Centro passa p.r la otra extremidad del mismo Arco; y assi BD es tang.te del Arco AB, porq.e es perpendicular sobre el Diametro BC, y se termina en la recta CD, q.e sale del Centro, y passa por el punto A de dho Arco AB.

Tambien BP es tangte del Arco AKE.

Difin. 4.a La recta CP comprehendida entre el centro, y la tangte se llama Secante del Arco AB, y tambien lo es del Arco AKE.

Corolario. El Arco de 90 grados tiene la tangte infinita como tambien la Secante.

Escolio. Lo qe se dice del Arco AB, se entiende del angº ACB, à qn mide; y assi AF es seno recto del angº agdo ACB, y del angº ACE suplemto á dos rectos; la recta BP es tangente de ambos angs y la CP secante.

Difin. 5.a Seno segundo de un Arco, ó coseno, es el seno recto del complem.to al Quadrante; y assi siendo el Arco BAK Quadrante, ó Arco de 90 grados, y la recta AL seno recto del complem.to AK, por ser perpendicular sobre CK, ó bien seno 2.do del Arco AB, y assi mismo la perpendicular AF es seno 2.do del Arco AK.

Tangente seg.da es la tang.te 1.a

del complem.^to y assi Kt es la tan-
g.^te 2.^a del Arco AB, y por la misma
razon Ct es secante 2.^a del Arco
AB.

Escolio 1.^ro Quando se dice Seno,
tang.^te, ó Seante sin distinguir si
es 1.^ro, ó 2.^do, se ha de entender el
Seno 1.^o tang.^te 1.^a Secante 1.^a

Escolio 2.^o Como el Seno, tangen-
te, ó Secante de qualq.^ra angulo agu-
do es el mismo, que el del ang.^o ob-
tuso, suplem.^to á 2 rectos, basta te-
ner los Senos tang.^tes y Secantes de
los ang.^s agudos, los quales se hallan

en las tablas suponiendo dividido el radio en qualq.^a num.^o de p.^tes q.^s como la unidad, y siete ceros esto es 10000000; y à este respeto se halla el valor de los Senos, tan-g.^tes y Secantes por las Proporcio-nes siguientes.

Proposicion 12.^a Problema.

Dado el radio hallar el Seno de 15 grados, de 30, y de 18.

Resolucion Sup.^ngo q.^e el radio es = 10000000 quadrese y se tendrà... 100000000000000 tomese el duplo quad.^o = 200000000000000 saquese la raiz quad.^a q.^e es........ 14142135 y su mitad 7071067

es el seno de 45 grad.^s

Demostracion Sea el Arco AxB de 90.^o tirense los radios CA, CB, y la cuerda AB, sobre la qual caiga la perpendicular Cx, q.^e la dividirà por medio, y tambien al Arco (Prop 3.^a Lib. 3.^o de Euclides). siendo Ax seno de 45 grados; En el triang.^o Isosceles rectang.^o ACB se tiene .... $\overline{AB}^2 = 2\overline{AC}^2$

luego la cuerda .... $AB = \sqrt{2\overline{AC}^2}$

y sacando su mitad se tendrà el valor de Ax.

Lo 2.^do conocido el radio = 10000000

se tiene FG cuerda de 60, y su mitad

FH = - - - - - - - - - - - 5000000

q.e es el seno de 30.°

Lo 3.ro Sea MN la cuerda de 36.° ó bien lado del Decagono regular inscrito en el Circulo, sobre la qual caiga la perpendicular CK, q.e la dividirá p.r medio, como tambien al arco, y será MS el seno de 18.°

Preparacion. Alarguese MN, y tirados los radios CM, CN, cortese NT = CN, y tirese CT. En el triangulo Ysosceles MCN, se supone el ang.

c de 36.° luego cada uno de los ang.s sobre la Base es de 72, y por consig.te el ang.° cNt será de 108; y siendo por la construccion $Nt=Nc$, en el triangulo cNt, cada uno de los ang.s sobre la Base, será de 36°: luego el ang.° total Mct es de 72°; y los triang.s cMN, cMt, semej.s, y por consiguiente pps - - - - - - - $tM:Mc::Mc:MN$

Sea - - - - - - - - - - - - - $Mc=Nt=a$

y - - - - - - - - - - - - - - $MN=x$

será - - - - - - - - - - - - - $tM=a+x$

y substituy.do pps - - - - - $x+a : a :: a : x$

luego (Lem. 4° Lib. 5°) - - - - $xx+ax=aa$

y añadiendo á entrambas p.^{tes} $\frac{aa}{4}$

se tendrá ax.^{a} 2.^{do} $xx+ax+\frac{aa}{4}=\frac{5aa}{4}$

y sacando la raiz q.^{a} $x+\frac{a}{2}=\sqrt[2]{\frac{5aa}{4}}$

quitese de amb.^{s} p.^{s} $\frac{a}{2}$ y será $x=\sqrt[2]{\frac{5aa}{4}}-\frac{a}{2}$

quiere decir esta espression que se quadre el radio, y su quad.^{o} se multiplique p.^{r} 5, q.^{e} el producto se parta por 4, y del quociente se saque la raiz quadrad.^{a}, y q.^{e} de esta se reste la mitad del radio, y la dif.^{a} el valor de MN, cuia mitad MS es el seno de 18.^{o} como parece en el calculo sig.^{te}

Sea a - - - - - - - - - - - - - - 10000000

Será aa - - - - 100000000000000

y $5aa$ - - - - - - - 500000000000000

$\frac{5aa}{4}$ - - - - - - - 125000000000000

$\sqrt[2]{\frac{5aa}{4}}$ - - - - - - - . 11180339

y quitando $\frac{a}{2}$ - - - - - - - 5000000

Será $\sqrt[2]{\frac{5aa}{4}} - \frac{a}{2} =$ - - - - - 6180339

y su Mitad MS = - - - - - 3090169 $\frac{1}{2}$

dará el Seno de 18°.

Proposicion 2.ª Problema

Dado el Seno de un Arco hallar el Seno del Complemento.

Explicacion. En el Quadrante BL

sea conocido AE seno del Arco AB, pidese el valor de AF seno del complem.to

Resolucion. Del Quadrado del Radio AC restese el Quadrado AE, y sacando la raiz Quad.a del residuo se tendrá el valor de CE, ó de su ig.l AF. La Demostracion consta de la Proposicion 47 del Libro Primero de Euclides.

Corolario 1.º El Quadrado del radio es ig.l á los quadrad.s del Seno recto, y del Seno del complem.to de qualq.r Arco.

Corol. 2.do Conocido el radio BC, y el seno 2.do EC, se tendrà el seno verso EB.

Corol. 3.o Conocido el seno recto AE, y el seno verso BE, se tiene la cuerda AB; porq.e $\overline{AB}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{BE}^2$.

Proposicion 3.a Problema

Dado el seno LH del Arco LAB, hallar LE, seno del Arco LA mitad de LAB, ò bien del Arco subduplo.

Resolucion. Por la Proposicion antecedte conocido el seno recto LH, se tendrà el seno 2.do CH, y p.r el Corol.

el Seno verso BH, y p.r el 3.o la Cuerda BL, y p.r consig.te su mitad Ll

Proposicion 1.a Problema

Dado el Seno Ll del Arco LA, hallar el Seno LH del Arco LAB duplo de AL.

Resolucion. Lo 1.ro conocido el Seno recto Ll, se tendrá el Seno 2.do lC, y conocido Ll, se tendrá tambien su duplo LB.

Lo 2.do A las 3 rectas dadas CB, CE, BL hallese la 4.ta proporcional LH.

Demostracion Los triang.s CBl,

BLH, son rectang.^s en C, y H, y tienen el ang.^o B comun: luego son semej.^s y pp.^s . . . . . . CB:EC::LB:LH

Proposicion 5.^a Problema

Dados los Senos LD, AE, de los Arcos LA, AB, hallar LH seno del Arco LAB suma de dhos Arcos.

Resolucion. Tirada DF paralela á AE, y DG paralela á FH, lo 1.^ro se hallarán los Senos seg.^tes CE, CD, y á las 3 rectas dadas CA. AE, CD, se hallará la 4.^ta proporcional DF = GH.

Lo 2.^do A las 3 rectas CA, CE, LD.

Hallese la 4.ª ppral LG, á la qual añadiendo GH, se tendrá LH.

Demostracion. Por ser Paralelas Ad, DF, los triang.s CAd, CFD son semejantes, y p.r tanto seran CA : Ad :: CD : DF = GH; tambien si de los ang.s rectos, CDL, GDF, se quita el ang.º comun GDC, quedará el ang.º $x = z = A$: luego los triang.s ACd, LGD rectang.s en d y G son semejant.s y seran AC : Cd :: DL : LG

Proposicion 6.ª Problema

Dado el Seno Ad del Arco AB, y el Seno LH del Arco LB, Hallar

LD seno del Arco LA dif.ª entre dos Arcos.

Resolucion. Lo 1.ro conocidos los senos LH, Ad, se hallaràn los senos seg.dos AC, cd.

Lo 2.do à las 3 rectas, cd, dA, cA, hallese la 4.ª ppnal HK, q.e restada de LH, se tendrà LK, y à las 3 rectas AC, cd, KL, se buscarà la 4.ª ppnal LD.

Demostracion. Por ser Ad, KH paralelas, los triang.s Adc, KHc son semesant.s y ppns cd: dA:: cA: HK, tambien son semejant.s los triang.s LDK KHC, por tener los ang.s en K ig.s y los en D, y H rectos: luego los triangu-los ACd, LDK son assimismo semejan-tes, y pp.s AC : Cd :: LK : LD.

Proposicion 7 Problema

Dados los senos Ad, DF de los Arcos AB, DB, cuia dif.a AD no es mayor de 45 minutos, hallar LH seno del Arco intermedio LAB.

Resolucion. Restese el seno me-nor Ad del mayor DF, y se ten-drá la Dif.a 9 D, y reducido á minupor el Arco AD, como tambien el Arco AL, se harà la proporcion, como los minutos del Arco AD, à los minutos del Arco AL; assi la dif.ª qD à un 4.º ppl LR, q.e añadido al seno RA = RH, darà conocido LH.

Demostracion. Sup.to q.e el Arco AD, es tan pequeño q.e no excede de 45 min.s se puede tomar por linea recta, y en los triang.s semej.s ARL, AqD seran pp.s AD : AL :: Dq : LR.

Escolio Por medio de las Prop.s antecedentes se hallan todos los Senos

con el de 30° se hallan 16 senos,
con el de 15 se hallan 8; con el 18
se hallan 96, q.e juntos hacen 120
senos, los quales puestos en orn.
se exceden el uno al otro en 15', y
por la Prop 7 se hallan los demas
hasta 5400, q.e son los senos de los
Arcos de todo el Quadrante, y se
exceden el uno al otro en 1 minuto

Proposicion 8 Problema

Dado el seno AE del Arco AB, y
el seno 2.do CE, hallar la tang.te BT,
y la secante CT.

Resolucion. Lo 1.ro A las 3 rectas $C\mathcal{A}$, $\mathcal{A}A$, CB hallese una 4.a proporcional, y se tendrá la tang.te Bt

Lo 2.do A las 2 rectas $C\mathcal{A}$, CB hallese una 3.a proporcional, y se tendrá la secante Ct.

Demostracion. En los triang.s semejantes $C\mathcal{A}A$, CBt son yguales.

$C\mathcal{A} : \mathcal{A}A :: CB : Bt$, y tambien $C\mathcal{A} : CB :: CA = CB : Ct$.

Corol. 1.ro La tang.te del arco de 45° es ig.l al radio, porq.e si el triang.o

CBt rectang.º en B tuviera el ang.º en C de 45.º tambien el ang.º t seria de 45.º, y por la Prop. 6 del Lib. 1. de Eucl. resultaria BC = Bt.

Corolario 2.do La tang.te de qualq.a Arco mayor de 45.º es mayor q.e el radio; y si el Arco es menor de 45.º la tang.te será menor q.e el radio.

Corol. 3.º El Radio es medio proporcional entre el Seno 2.do de un Arco, y la secante 1.a, pues se ha demostrado que CE : CB :: CA = CB : Ct.

Capitulo 2.do De la Naturaleza, y uso de los Logarithmos

Difin. 6.a Logarithmos son unos numeros artificiales en progression Arithmetica, q.e corresponden á otros naturales ó absolutos en progression Geometrica.

La voz Logarithmos se compone de la diccion Logos, q.e significa razon, ó relacion, y de Arithmos, q.e significa num.o; de suerte, q.e son unos num.s q.e hacen relación à otros.

Escolio 1.ro Fueron introducidos los Logarithmos en el Canon trigonome-trico el año 1614 por D.n Juan Ne-pero Caballero Escoses p.a facilitar los Calculos, pues como consta de la Naturaleza de las Progressio-nes Geometrica y Arithmetica, las operaciones tienen la sig.te correspond.a

En La Gomet.a		En la Arithm.a
el multiplic.r	corresponde	al Sumar
el partir	corresponde	al Restar.
el Quadrar	corresponde	al doblar,
el cubicar	al	triplicar
el sac.r laraiz Quad.a	al	sacar la mitad

el sacar la r^z cubica.... al.... sac^r el tercio	
el sac^r la r^z del N^o q^o ... al sacar el quarto	

De suerte q^e haviendo de buscar un N^o p^{nal} ā 3 num^s dados en Prog^n Geometrica, se buscarà el N^o Arithmeti-co, q^e corresponderà al N^o Geometrica.

Prog^n Geomet^a	Prog^n Arith^a
1	3
2	5
4	7
8	9
16	11
32	13
64	15
128	17
256	19

Exemplo 1ro A los 3 num^s, 4, 8, 32 de la Prog^n Geometrica se ha de buscar un N^o proporcional: Su-mense los Logarit-hmos correspondientes ā 8, y 32, q^e son 9 y 13, y de la suma 22, restese 7, q^e es el Logarithmo correspondiente al 1; y el residuo 15 es el Logarithmo de 64, y se dirá q.e son ppes 1:8:: 32:64.

Exemplo 2.do Pidese la raiz quad.a de 64. A su Logarithmo 15 añadase el Logarithmo del 1 q.e es 3 y se tendrá 18, cuia mitad 9 es el logarithmo q.e corresponde á 8, raiz quad.a de 64. La razon es porq.e la unidad, la raiz, y el quadrado son 3 num.s continuas ppes en la razon Geomemetrica, esto es 1:8:: 8:64, y los Logarithmos 3, 9, 15 correspond.tes á d.hos num.s, son tambien

Arithmeticamente continuos &c.

Escolio 2do. Qualquiera Progression Arithmetica puede servir de Logarithmos á otra Geometrica; pero no tienen todas las utilidades que la siguiente

Progression Geometrica	.... Logarithmos
1	......0.0000000
10	......1.0000000
100	......2.0000000
1000	......3.0000000
10000	......4.0000000
100000	......5.0000000
1000000	......6.0000000
10000000	......7.0000000
100000000	......8.0000000
1000000000	......9.0000000
10000000000	......10.0000000

Lo 1ro porque la unidad en la Progression Geometrica, ni multiplicando aumenta, ni partiendo disminuye, y lo 2do porque siendo 0 el Logarithmo

de la unidad, tampoco sumando au-
menta, ni restando disminuye; y assi
pª hallar el producto de 2 numˢ, basta su-
mar sus Logarithmos, pˢ siendo ppˢ
la unidad al multiplicador, como el mul-
tiplicando al producto, pª hallar el
4º termino, se han de sumar los Lo-
garithmˢ del 2ᵈᵒ y 3º y restar de la
suma el Logarithmo del 1ʳᵒ qᵉ es la uni-
dad; luego siendo dho Logarithmo 0,
bastarà sumar los Logarithmˢ del Mul-
tiplicador, y del Multiplicando.

Assi mismo para sacar la raiz
quadrada, basta tomar el la mitad
del Logarithmo, pˢ qᵉ siendo continuos

porcionales, la unidad, la raiz y el quadrado, de la suma de los Logarithmos del 1.ro y 3.o se ha de sacar la mitad que será el Logarithmo de la raiz: luego siendo el Logarithmo del 1.ro igual cero, bastará sacar la mitad del Logarithmo del Quadrado.

Escolio 3.o Las tablas ordinarias contienen los Log.mos de los num.s naturales, ó absolutos desde 1 hasta 10000; pues entre ellos solam.te los Logarithmos de 1, 10, 100, 1000, 10000. &a son terminos de la Progression antecedente, y p.a hallar los Logaritthmos, q.e corresponden á los num.s intermedios entre 1. y 10, entre 10, y 100, entre 100 y 1000 &, se buscaron prim.to los Logarithmos de los num.s primos 2, 3, 5, 7, lo q.e se hizo de este modo. Para hallar el Logarithmo del num.o 2 q.e esta entre 1 y 10, se añadieron á la dcha de uno y otro num.o ig.l cantidad de ceros, y se buscaron muchos medios geometricos entre el proximo mayor, y menor, hasta ha-llar sensiblem.te el 2, con ig.l num.o de ceros añadidos. Al mismo tpo se buscaron otros tantos medios Arithmeticos entre el Logarithmo de la unidad, y el 10, y se hallò q. proximam.te es 0.30103 00 el Logarithmo de 2. A este modo se hallaron los Logarithmos de los demas num.s primos: sumando el Logarithmo de 2 con el de 3, se tiene el de 6; sumando el Logarithmo de 2 con el de 4 se tiene el de 8.

Corolario. El Logarithmo de qualq.ra fraccion es negativo; porq.e siendo el Logarithmo de la unidad = 0, serà el Logarithmo de la fraccion menor q.e 0.

Difin. 7.ª La 1.ra nota de la Yzquierda en qualq.r Logarithmo separada p.r un punto, se llama Caractheristica; porq.e indica la cantidad de notas de q.e se compone el num.o á q.n corresponde mas uno, de suerte q.e si la Caractherística es 3 serán 4 las notas, si es 5, serán 6, y si es 10 seran 11: Exemplo: En el Logarithmo 3.7542749, la Caractheristica 3 indica, q.e el num.o 5679 á q.e corresponde, tiene 4 notas; y assi el Logarithmo del radio 10.0000000 corresponde al radio natural 1000000000.

Escolio. Despues de las tablas de los senos, se hallan los Logarithmos con los num.^os naturales, á quienes corresponden desde 1 hasta 1000, en las Tablas ordinarias, q.^e son suficientes p.^a el uso, aunq.^e otros las estienden hasta 10000, y estan disp.^tas de suerte q.^e en la 1.^a se halla el num.^o natural, y en la otra su Logarithmo.

El Uso de las tablas Logarithmicas, se comprende en los Problemas sig.^tes

Proposicion 9 Problema

Dado el Quebrado $\frac{3}{50}$ hallar su Logarithmo natural.

Logarithm.
3... 0.4771212
50... 1.0000000
$\frac{3}{50}$... −0.5228788

Resolucion. Busquese en la tabla el Logarithmo de 3, que es 0.4771212; busquese tambien el de 50, qe es 1.0000000; restese este del 1.ro y la difa −0.5228788.

Demostracion. Siendo el Numerador al Denonominador, como el Quebrado à la unidad, ò invirtiendo $50 : 3 :: 1 : \frac{3}{50}$ si de la suma de los Logarithm. 3, y 1, se resta el Logarithmo de 50, se tendrà el Logarithmo de $\frac{3}{10}$

Proposición 10 Problema

Dado un Logarithmo negativo -0.5228788, hallar el quebrado, q.e le corresponde.

Resolución. Elijase p.r Denominador qualq.a num.o como 10, cuio Logarithmo es 1.0000000; ~~junese este~~ vestese aquel ~~con el Logarithmo dado~~ del otro, y se tendrà caracteristica 0. 4771212, cuio Logarithmo buscado en la tabla corresponde á 3, y el quebrado $\frac{3}{10}$ es el q.e se pide. Esta Proposición es inversa de la anteced.te y se funda en que son pp.s la unidad á la fraccion, como el Denominador ál Numerador.

Proposicion 11 Problema.

Dado un entero y quebrado como $47\frac{12}{400}$, hallar su Logarithmo.

Resolucion. Reduzcase el entero á la especie de su quebrado, y se tendra $\frac{4712}{400}$: busquese en la Tabla el Logarithmo de 4712 . . . 3.6732053 y tambien el Logmo de 100 . . . 2.0000000 restese este del 1ro y la difa . . . . . 1.6732053 es el Logarithmo q. se busca. Consta de la Propos. 9

Proposicion 12 Problema

Dado un Logarithmo 4.6732053, q.e no esta en la tabla y no excede al mayor de ella, hallar el entero y quebrado, q.e le corresponde.

Resolucion. Busquese en las tablas el Log.mo proximo menor, que es 4.6720979, a quien corresponde 47; busquese tambien el proximo may.r q.e es 4.6812412, notese la dif.a entre el mayor y el menor, q.e es 91433, y assi mismo la dif.a entre el menor y el dado que es 11074; elijase por Denominador qualq.r num.o como 100

y á las 3 cantidades 94133, 44071,
y 400, hallese el 4.º proporcional 12, q.e será
Numerador, y se tendrá el quebra-
do $\frac{12}{400}$, q.e junto con 17 será $17\frac{12}{400}$ el
num.º q.e se pide.
De otro Modo. Busquese el Logarith.
mo dado en las tablas como si la
Caracteristica fuere 3, y se hallará
q.e corresponde á 1712, y porq.e la Ca-
racteristica tiene 2 unidades menos,
se quitarán las 2 ultimas notas de
la dra, y se pondrán como Numera-
dor de una fraccion, cuio denominad.r
es la unidad con tantos ceros como

notas se quitaron, y se tendra 47 y $\frac{12}{100}$.

Escolio. Si el Logarithmo dado fuere 2.6732053, sera el numero, á quien corresponde 47 $\frac{2}{10}$; si fuere 0.6732053, sera el numero 4 $\frac{712}{1000}$

Proposicion 13 Problema.

Dado un num.º 9664646 mayor q.e el ultimo de la tabla hallar su Logarithmo.

Resolucion. Partase el num.º dado p.r otro qualq.ra como 1000, de suerte q.e el Quociente 9664 $\frac{646}{1000}$ sea menor q.e el ultimo de la tabla; busquese el

Logmo de 9661, q.e es 3.9854569, busquese el proximo mayor 3.9852048, cuia dif.a es 129, formese una regla de 3 simple diciendo 1000:646::
::129. 277, cuio num.o añadido al Logarithmo menor 3.9854569 sera: 3.9854846, y añadiendo el Logarithmo de 1000 q.e es 3.0000000, la suma 6.9854846. sera el Logarithmo del num.o dado 9661646.

Escolio. Siendo el num.o dado el producto de 2 raices, como 9782, y 988 se buscarán sus Logarithmos que son - - - - - - - - 3.9901277
y - - - - - - - - - - - - 2.9947569

y la suma 6.9854816

dará el Logarithmo q.e se pide.

Proposicion 41 Problema

Dado un Logarithmo 6.9854816 mayor q.e el ultimo de la Tabla, hallar el num.o a que corresponde.

Resolucion. Del Logarithmo dado res-tese el Log.mo de 1000 q.e es 3.0000000, de suerte q.e la dif.a 3.9854816 sea menor q.e el ultimo de la Tabla, y elijase p.r Denominad.r 1000 num.o del Log.mo restado, y por el Problema 42 se hallará q.e corresponde a 9671 $\frac{646}{1000}$ q.e multiplicado por 1000 se tendrá

9661646, q.^e es el num.^o q.^e se busca.

Escolio. Quando en las tablas ordina-rias unicam.^te se contienen los Log.^mos se hallaràn por este Problema los Senos y tang.^tes Naturales. Los Log.^mos de las Secantes se omiten communm.^te porq.^e sin ellas se resuelven todos los casos en qualq.^r triang.^o

Difinicion 8.^a Complemento Logarithmico es la dif.^a de qualq.^r L.^mo al radio: como si el Logarithmo 3.1708560 se resta del radio 10.000-0000 serà la dif.^a 6.8291440 el complem.^to Logarithmico.

Quando el Logarithmo es mayor q.e el radio como sucede en las tangentes desde 45° hasta 90, se tomará la dif.a al duplo radio; y assi p.a hallar el complem.to Logarithmico de 10.1228856, se restará del duplo radio 20.0000000, y la dif.a 9.8771144 es el complem.to Logarithmico.

Escolio. El complem.to Logarithmico se halla con mucha facilidad sin escrivir el Logarithmo, ni el radio, tomando la dif.a q.e hai de cada nota del Logarithmo hasta 9, empezando por la caracteristica, y en la ultima nota significativa se tomará la difª hasta 10.

Exemplo: se pide el Complemento Logarithmico de 2.9965447. digase: de 2 á 9 van 7; de 9 á 9, va cero; de 9 á 9 va 0, de 6 á 9 van 3, de 5 á 9 van 4, de 5 á 9 van 8, de 4 á 9 van 8, y de 7 á 10 van 3, cuia practica es la misma q.e la antecedte. porq.e la suma del Logarithmo y de su complemto. compone el radio esto es 10.0000000.

Proposicion 15 Problema.

A 3 numˢ dados 992, 196, 722, hallar un 4.º proporcional

Resolucion. Sumense los Log.^{mos} del 2.° y 3.^{r} termi.° restese de la suma el Logarithmo del 1.° y se tendrá el Log.^{mo} del 4.° term.° q.^{e} se pide.

Busquense en la Tabla los Log.^{mos} de los 3 num.^{s} dados sumense los Log.^{mos} de los num.^{s} 496, 744;

	Logarithmos
992	2.9965117
496	2.6954817
744	2.8715729
	5.5670546
	2.9965117
372	2.5705429

de la suma 5.5670546, restese el Logarithmo del 1.^{r} termino 992, y la dif.^{a} 2.5705429 es el Log.^{mo} del 4.° proporcional q.^{e} buscado en las tabla, se hallará q.^{e}

corresponde al num.º 372.

	Logarithmos
992. C.L.	7.0034883
496......	2.6954817
744......	2.8715729
372....	2.5705429

Escolio. Si en lugar del Log.mo del 1.r term.º se escrive su complem.to Logarithmico, se sumaràn los 3 Logarithmos y de la Caracteristica de la Suma se quitaràn 10, y se tendrà el Logarithmo del mismo num.º q.e se pide.

Exemplo: Sean dados los mismos 3 num.s, y en lug.r del Log.mo del term.º 1.º pongase su complem.to Log.mico que es 7.0034883, y alli mismo los Log.mos correspᵗᵉˢ á los otros 2 numˢ, y la suma de los 3 42.5705429, es el mismo qᵉ salio en el Exemplo antecedᵗᵉ quitando 40 de la caracteristica como se ha prevenido; y assi siempre qᵉ se haga regla de proporcion se usará del complemᵗᵒ Logarithmico notandole con las letras iniciales C. L. como se ve en el exemplo propᵗᵒ

Proposicion 46 Problema.

A dos numˢ dados 992, 496. hallar un 3.ʳᵒ proporcional

	Logarithmos.
992......	2. 9965117
496. Duplo.	5. 3909634
248......	2. 3944517

Resolucion. Del Duplo Logᵐᵒ del 2.ᵈᵒ termino 496 restese el Logᵐᵒ de 992. y se

r. 3911517, q.e corresponde á 218 p.a el num.o q.e se pide. La razon es p.r q.e lo mismo es quadrar 196 q.e doblar su Logarithmo, y lo mismo es partir el quadrado por 912 q.e restar su Logarithmo.

Proposicion 47 Problema.

Entre 2 num.s dados hallar los medios Geometricos, q.e se quisieren.

Resolucion. Restese el Log.mo del num.o menor del may.r y partase la dif.a por 2 si se pide un medio, p.r 3 si se piden 2 medios, p.r 4, si se piden 3 &; añadase el quociente al Log.mo menor, y se tendrá el Logarithmo del 1.er medio, y añadiendo el mismo quociente al Log.mo del 1.er medio, se tendrá el Log.mo del 2.º medio

Logarithmos
992 .... 2.9965117
124 ... 2.0934217
Dif.a ... 0.9030900
Tercio ... 0.3010300
2.0934217
248. 1.er m.o ... 2.3944517
0.3010300
496. m.o 2.º ... 2.6954817

Exemplo: Se piden 2 medios entre 124, y 992. Restense sus Logarithmos, y porq.e se piden 2 medios, partase la difer.a 0.9030900 por 3; añadase el quociente 0.3010300 al Logarithmo de 124, y se tendrá 2.3944517 q.e corresponde á 248 por el medio 1.ro; añadase á este Logarithmo el mismo Quoc.te y se tendrá 2.6954817, q.e corresponde á 496 por el nº. 2º. y seràn continuos ppˢ 124, 248, 496, 992; y assi de otros Logᵐᵒˢ.

Capitulo 3.ro De la Resolucion de los Triangulos rectilinᵒˢ.

Para resolver qualqᵉʳ triangulo se han de dar 3 cosas, qᵉ son 2 lados, y un Angulo; dos Angulos y un lado; ó bien los 3 lados, con lo qᵉ se hallaràn los angulos ó lados, qᵉ se ignoren, formando una regla de proporcion, como se verà en las Propˢ. sigᵗᵉˢ.

Proposicion 18 Theorema

En qualqᵉʳ triangᵒ. ABC rectangᵒ. (figᵃ. 1ª)

Lo 1.ro Si la Hipotenusa CA se toma como Radio serà el lado AB Seno del Ang.o op.to C, y el lado BC su Seno seg.do ó bien seno del Ang.o A.

Lo 2.do Si qualq.r lado como CB (fig 2a) se toma como radio, serà el otro lado AB tang.te del Ang.o op.to C, y la Hipotenusa CA secante.

Lo 3.ro Si el lado AB (fig 3a) se toma como radio, serà el otro lado BC tang.te del Ang.o A y la Hipotenusa AC secante. consta de las Difin.s de los Senos, tang.tes y Secantes.

Escolio. En esta Proposicion se funda

la resolucion del triang.° rectangulo, como se verá en los sig.tes Casos, en los quales siempre q.e la Hipotenusa entra en la Proporcion, ó como dada, ó buscada, la analogia se hace de Seno á Seno; pero si la Hipotenusa no entra en la proporcion, se hara esta de Seno á tang.te, ó al cont.° de tang.te á Seno

Caso Primero

En el triang.° rectang.° ABC, dada la Hypotenusa AC = 3250, y el lado AB = 4950, hallar el Ang.° C.

Proporcion	Logarithm.
Como la Hipot.sa AC = 3250 ...	C.L.G. 2.8881866

Al Radio - - - - - - - - - - 10.0000000

Assi el lado AB = 1950 . . . . . 3.2900346

Al Seno del ang.º C = 36º 52' . . . 9.7782212

Sumados los 3 Log.s y restando lo de la Caracteristica, por el complem.to Logarithmico el 1.º term.º se hallarà 9.7782212, cuio log.mo buscado en las tablas corresponde proxim.te á 36.º 52', valor del Angulo C.

Demostracion. Considerese que CR es el Radio de las tablas, y RS el Seno del Ang.º C en las mismas: En los triang.s semes.s CBA, CSR son proporcion.l CA : CR :: AB : RS

Caso Seg.do

En el mismo triang.o dada la Hipotenusa CA = 3250, y el lado AB = 1950 hallar el lado CB

Modo Primero

Hallese por la Prop.n antecedte. el Ang.o C = 36, 52', q.e restados de 90° se tendrà el Ang.o A de 53.8', con lo q.e se hallarà el lado CB, diciendo.

Proporcion	Logarithm.
Como el Radio	C.L. 0.0000000
A la Hipotenusa AC = 3250	3.5118834
Assi el Seno del Ang.o A = 53°8'	9.9031084
Al lado CB = 2600	3.4149918

La suma de los Log.^{mos} es 3.4149918 cuio log.^{mo} buscado en las tablas corresponde proximam.^{te} á 2600 por el valor del lado CB

Modo Segundo

Si del Quad.^o de la Hipotenusa CA q.^e es 10562500 se resta el Quad.^o de AB q.^e es 3802500 se tendrá 6760000, y sacando la Raiz quad.^a se hallará 2600 p.^r el valor de CB, fundase en la Prop. 47 del Lib 1.^o de Euclides.

Modo Tercero

Sumese la Hipotenusa CA con el lado AB, y se tendrá 5200, restese AB de CA, y será la dif.ª CA = 1300; escrivase el Logarithmo de la suma y el de la dif.; sumense los 2 Logarithmos, y sacando la mitad se tendrá 3.4149733, q.e buscado en la Tabla, corresponde á 2600

CA = 3250 AB = 1950	Logarithm.
CA + AB = 5200..	3.7160033
CA − AB = 1300..	3.1139433
Suma de los Log.mos.....	6.8299466
Mitad......	3.4149733

valor de CB. La Demostracion consta de la Proposicion 36 del Libro 3.º de Euclides.

Caso Tercero

Dada la Hipotenusa AC = 3250, y el Ang.º C = 36° 52', hallar el lado AB

Proporcion	Logarithm.
Como el radio..	C.L. 0.0000000

A La Hipotenusa AC= 3250 ... 3.5118834

Assi el Seno del Ang.^o C=36° 52' 9.7781186

Al lado AB = 1950 .... 3.2900020.

Echa la Regla sale el Logarithmo 3.2900020, q.^e buscado en la Tabla corresponde proximam.^te á 1950 por el valor de AB.

Caso Quarto

Dado el lado BC = 2600, y el Angulo A= 53° 8' hallar la Hipotenusa AC.

Proporcion - - - - - - - -	Logarithm.
Como el Seno del Ang.^o A= 53°. 8' ...	C.L. 0.0968916
Al lado BC = 2600	3.4149733
Assi el Radio - - - - - - - -	10.0000000
A La Hipotenusa AC= 3250 ...	3.5118649

q.e corresponde proximam.te 3250 por el valor de AC

Caso Quinto

Dado el lado AB = 1950, y el lado CB = 2600 hallar el Ang.o C.

Proporcion	Logarithm.
Como CB = 2600	C.L. 6. 5850267
Al Radio	10. 0000000
Assi AB = 1950	3. 2900346
A la tang.te del Ang.o C = 36° 52'	9. 8750613

La Suma de los Log.mos es 9. 8750613.

q.e corresponde proximam.te a la tang.te de 36° 52' valor del Ang.o C

Caso Sexto

Dado el lado CB = 2600, y el Angulo C = 36° 52' hallar el lado AB.

Proporcion	Logarithm
Como el Radio	C.L 0.0000000
Al lado CB = 2600	3.4149733
Assi la tang.^{te} del Ang.^{o} C = 36,52'	9.8750102
Al lado AB = 1950	3.2899835

La Suma de los Log.^{mos} es 3.2899835, q.^{e} corresponde proxim.^{te} a 1950 valor del lado AB.

Caso Septimo

Dado el lado AB = 1950, y el lado BC = 2600, hallar la Hipotenusa AC.

Modo Primero.

Quadrense los 2 lados, saquese de la suma de ellos la raiz quadrada, y se tendria el valor de AC, porq.e $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$.

Modo Segundo

Conocidos los lados AB, CB, busquese el Ang.lo C por el caso 5.o y se hallará de 36.°52' y por consig.te el Angulo A de 53.°8', y por el Caso 4.o se hallará la Hipotenusa AC = 3250.

Proposicion 49 Theorema

En qualq.r triang.o los lados son pp.s con los senos de los Ang.s opuestos.

Explicacion. Sea el triang.o ABC inscrito en el circulo AFBCA, sobre cuios lados caigan perpendiculares los radios

DE, DF, q.e dividiràn por medio à la Cuerda en los puntos L, H, como tambien à los Arcos en los puntos E, F, y serà AH seno del Arco AF medida del Angulo C, como tambien AL seno del arco AE, medida del Ang.o B: digo pues, q.e el lado AB al seno del Ang.o C, tiene la misma razon, q.e el lado AC al seno del Ang.o B, porq.e AB: AH :: AC: AL

Escolio. Esta proposicion es universal à qualq.r triang.o ya sea Rectang.o, ya obliquangulo, ya rectilineo, ó ya Esferico, y por ella se resuelven los Casos sig.tes

Caso Primero

En el triang.º obliquangulo ABC, dado el angulo B = 105°. 7', el ang.º A = 32° 20', y el lado CB = 1548, hallar el lado AC.

Proporcion	Logarithm.
Como el Seno del Ang.º A = 32°. 20'.. C.L.	0.2717729
Al lado BC = 1548	3.1897709
Assi el Seno del Ang.º B = 105°. 7'..	9.9917737
Al lado AC = 2840 - - - - - -	3.4533175

Caso 2.do

Dado el lado BC = 1548, el lado AC = 2840 y el Ang.º A = 32°. 20', hallar el Ang.º B

Proporcion - - - - - - - - -	Logarithmos
Como el lado BC = 1548 . . C.L.	6.8102291

Al Seno del Ang.° A = 32°.20'.... 9.7282271

Assi el lado AC = 2840.... 3.4533183

Al Seno del Ang.° B = 101°.7'.. 9.9917745

Escolio. En este Caso se ha de saber si el Ang.° q.e se busca es obtuso, ò agu-do p.r q.e el Seno 9.9917745 puede de ser del ang.° de 78°.53', ò del suplem.to al semicirculo q.e es 101°.7'.

Caso 3.°

Dado el lado BC = 1548, el lado AC = 2840 y el Ang.° A = 32°.20', hallar el lado AB. Por el Caso anteced.te se hallarà el Ang.° B de 101°7', y por consig.te si la suma de los Ang.s A y B se resta de 180° se tendrà el Ang.° C de 46°.33', y por el

Caso 5.^to se hallará el lado AB de 2105

Proposicion 20 Theorema

En el triangulo Escaleno son pps
Como la suma de los lados
A la dif.^a de los mismos
Assi la Tang.^te de la semi suma de los ang.^s op.^tos
A la Tang.^te de la semidif.^a de los mism.^s Ang.^s

Explicacion. Sea el triangulo ABC, digo q.^e la suma de los lados AB, CB, es á la dif.^a de los mismos, como la tan-g.^te de la semisuma de los ang.^s op.^tos A, C, á la tang.^te de la semidif.^a de los mis-mos Ang.^s

Preparacion. Alarguese el lado CB,

y con el intervalo BA describase el semicirculo EAL, tirese la recta LA larga á discrecion, y tirando AE, hagase CH paralela á EA, y formese el Angulo MCH = al Ang.º S.

Demostracion. En el triangulo CAB el angulo externo x es ig.l á los 2 intern. opuest.s A, C (Prop 32 Lib 1º de Eucl.s); pero el Ang.º E form.do en la circunf.ª es mitad del Ang.º x formado en el centro (Prop 20 Lib. 3º d Euclides): luego el angulo E, ó su ig.l LCH es la semisuma de los ang.s op.s A y C, y tambien lo es el ang.º z p.r ser ig.l á E (Prop. 5, Lib 1º de Euclides). assimismo por razon de las Paralelas

CH, AG, los ang.^s alternos s, x son ig.^s (Prop. 29, Lib 1.º de Eucl.^s) pero el angulo s es ig.^l al ang.^o MCH p.^r construccion: luego ax.^a 1.^ro el ang.^o x = MCH, y si a estos ig.^s se añade los ig.^s z = ACL, se tendrà el ang.^l CAB = MCL: luego el ang.^l MCA es la dif.^a de los ang.^s op.^s A y C, y por consig.^te su mitad el ang.^o s la semidif.^a. Esto supuesto si CH se considera como radio, serà LH tang.^te de la semisuma de dhos ang.^s op.^s y AH tang.^te de la semidif.^a de los mismos; tambien siendo BA = BL, sera LC la suma de los lados BC, CA, y CC', dif.ª de los mismos; y en los triang.s semej.s LAC, LHC son pp.s componiendo como LC suma de los lados BC, BA, a CC' dif.ª de los mismos, a. si LH tang.te de la semisuma de los ang.s op.tos A y C, a la recta AH tang.te de la semidif.ª de los mismos ang.s

Corolario. De aqui se sigue que si à la semisuma de los ang.s A y C = z se añade la semidif.ª = x, se tendrá el ang.º mayor A; y q.e si de la semis.ª HCB = z se resta la semidif.ª s = x, se tendra el ang.º menor C.

Escolio: En esta Proposicion se funda la resolucion del triang.º quando se dan 2 lados, y el Ang.º comprehendido

Caso 1.º

Dado en el triangulo obliquangulo ABC el lado AB = 2545. y el lado BC = 3254, y el ang.º B = 76.º 32', hallar los angs. A y C.

Resolucion: La Suma de los lados AB, BC es 5799, y la dif.ª de los mismos, 709; restando de 180.º los 76.º y 32', q.e vale el Ang.º B. se tendran 103.º; 28' por el valor de los

ang.^s A y C y su mitad 54° 11'
será la semisuma, con lo qual se
hallará la semidif.^a diciendo

Proporcion - - - - - - - Logarithm.^s

Como la sum.^a de los lad.^s CB+BA=5799.	C.L. 6.2366168
A la dif.^a de los mism.^s CB-BA=709.	... 2.8506162
Assi la tang.^te de la sem.^a de los Ang.^s A+C=54,11.	10.1030286
A la tang.^te de la semid.^a de los m.^s = 8,19.	... 9.1903257

echa la regla se hallo 9.1903257, q.^e es
proxim.^te la tang.^te de 8° 19' = á la semid.^a
de los ang.^s incognitos, q.^e añadida á la
semisuma dara 60° 33', p.^a el ang.^o may.^r A.
y restada de la
semisuma dara el ang.^o menor C = 42°,
55'

Caso 5.°

Dado el lado AB = 2515 y el lado BC

= 3254, y el ang.º B de 76.º 32': hallar el lado AC.

Resolucion. Hallense p.r el caso antecedt.e los ang.s A y C, y desp.s p.r el caso 1.ro de la Prop. 19 se hallará el lado AC = 3234.

Escolio. Este caso puede resolverse baxando una perpendicul.r de qualq.a de los ang.s incognitos sobre el lado op.to y resultaran 2 triang.s rectang.s p.r cuio medio, se hallará el valor del lado AC.

Proposicion 21 Theorema

En qualq.r Triang.º Escaleno, si desde el may.r ang.º cae una perpendicular sobre la base son proporcion.^{s}

Como la Base, ó lado mayor

A la suma de los otros dos lados.

Assi la dif.^{a} de estos

A la dif.^{a} de los segm.^{tos} de la Base hechos p.^{r} la perpendicular.

Explicacion. Sea el triang.^{o} ABC, y con el intervalo del menor lado AB, descri.^{se} un Circulo, q.^{e} cortarà al lado CB en H, y al lado AC en L, baxese sobre CB la perpendicular AE, q.^{e} cortarà por medio à la cuerda en E, y alarguese CA hasta M, luego CH serà la dif.^{a} de los segm.^{tos} CE, EB, y CM, suma de los lados CA, AB, y

CL difª de los mismos; digo pues q.
CB : CM :: CL : CH

Demostracion. Por los Corol.s de la Prop. 36 Lib. 3º de Euclid.s se tiene CBxCH = CMx CL, por ser cada uno de los rectang.s igl al quad.º de la tang.te luego son reciprocam.te prop.s CB : CM :: CL : CH.

Corolario. De aqui se sigue, q. conocidos los 3 lados se hallaria el valor de CH, q. restado de CB, el residuo será el valor de HB, y p.r consig.te su mitad será el valor de EB.

Escolio. En esta Proposicion se funda la resolucion del triang.º obliquangulo, dados los 3 lados; pues, por medio de la Perpendicular AC, se reducirà à 2 triang.s rectang.s como se verà en el Caso sig.te

Caso 6.o

Dada la Base CB = 200, AB = 128, y CA = 180 hallar el Ang.o B

Resolucion. Sumense los 2 lados CA y AB, y se tendrà 308, restese el menor del mayor, y serà la dif.a 52, con lo q.l se hallarà CH por la analogia sig.te

Proporcion	Logarithm.s
Como la Base CB = 200	C.L. 7.6989700
A la Suma de los lad.s CA+AB = 308	2.4885507
Assi la dif.a de los mis.s CA-AB = 52	1.7160033

A la dif.ª de los seg.^tos CB - eB = eA = 80 ... 1.9035210

y restando 80 de 200, será BA = 120,

y su mitad 60 valor de eB.

En el triang.º rectang.º AeB

conocida la Hipotenusa AB = 128, y eB

= 60, se hallará el ang.º eAB = 27°,57'

el q.l restado de 90 dará el valor del

Ang.º B = 62°,3'.

Escolio. Este Problema se resuelve

facilm.te p.r la practica sig.te Sumen-

se los 3 lados, y se tendrá 508, cuia

mitad es 254; de esta semisuma reste-

se cada uno de los lados, q.e compre-

henden el Ang.º B, q.e se busca; y assi

restando AB será la dif.ª 126, y

restando CB, serà la difª 54, escrivase el complemtº Logarithmico de cada difª y el complemtº Logarithmico de los lados AB, BC y sumando los 4 Logarithmos se tendria 19.4245243, cuia mitad 9.7122624 corresponde mitad del ala Seno del Angº B.

Proporcion - - - - - - -	Logarithmos
Lado AB = 128 - - - C.L. - -	7.8927900
Lado BC = 200 - - - C.L. - -	7.6989700
difª entre la semisª y AB = 126 - -	2.1003705
difª entre la semisª y CB = 54 - -	1.7323938
Suma	19.4245243
Semisuma	9.7122624

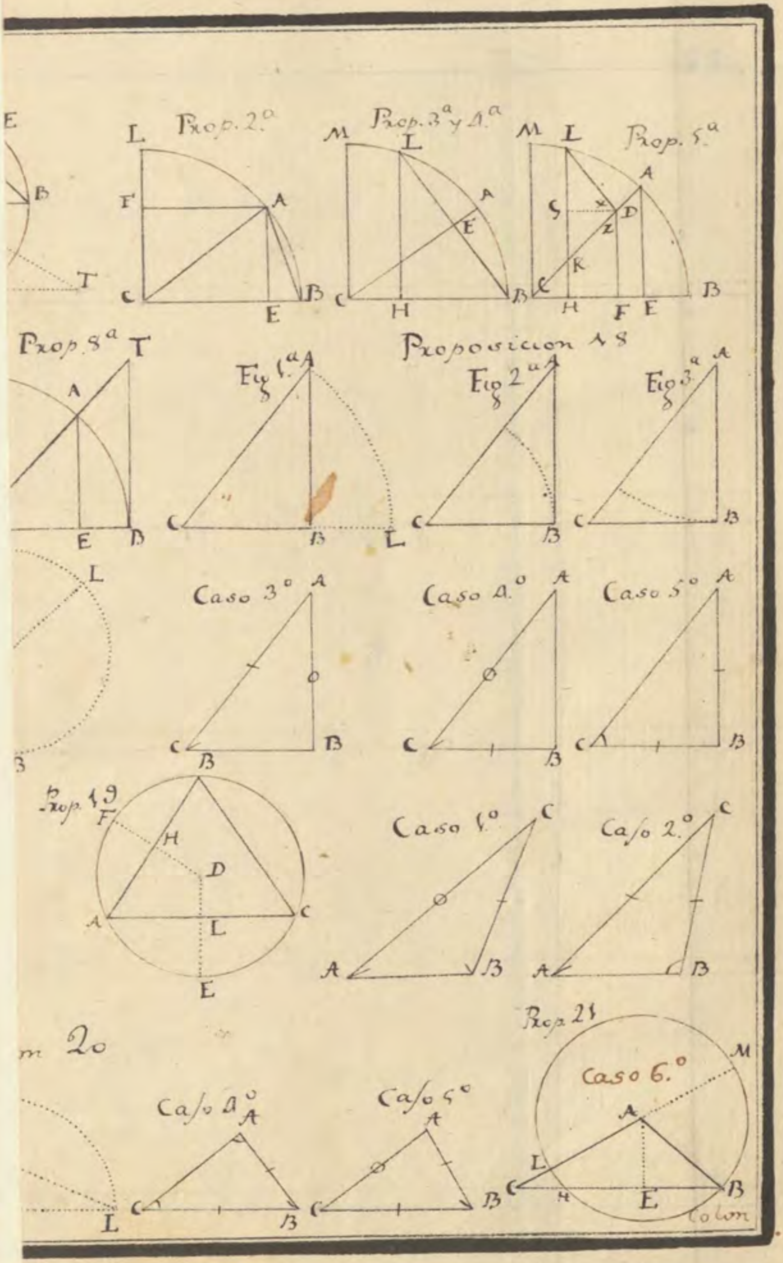
El Logarithmo de la semisuma

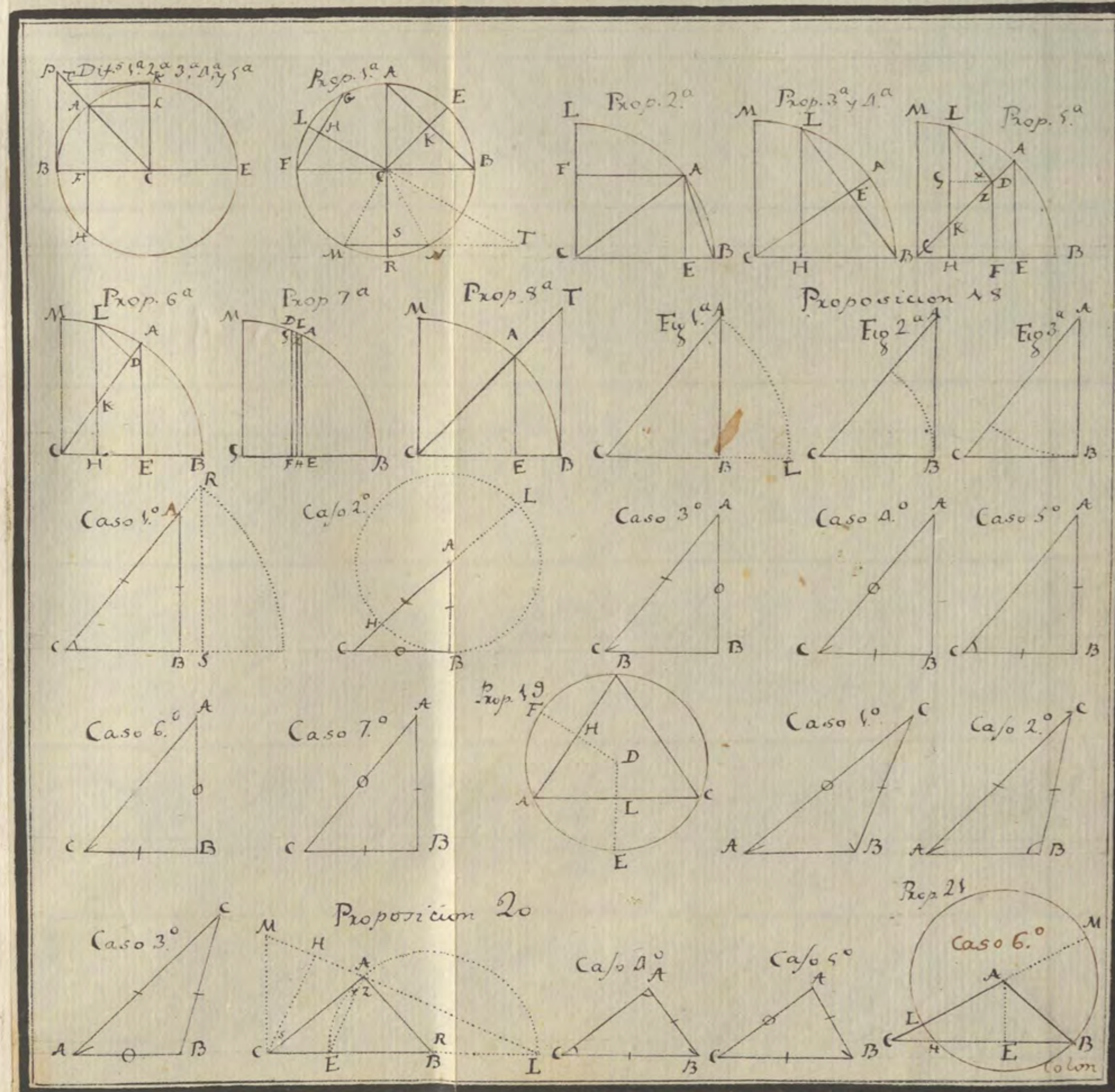
corresponde al Seno de 31°.0', y su duplo 62°,1' es el valor del ang.° B.

Esta Practica se funda en la proporcion sig.te

Como el rectang.° hecho de los 2 lad.s
al rectang.° echo de las 2 dif.s
assi el quad.° del Radio
al quad.° del Seno de la mitad del Ang.°
comprehendido.

La Demostracion se omite por ser prolissa


Prop. 2.ª
Prop. 3.ª y 4.ª
Prop. 5.ª
Prop. 8.ª
Proposicion 18
Fig 1.ª
Fig 2.ª
Fig 3.ª
Caso 3.º
Caso 4.º
Caso 5.º
Prop. 19
Caso 1.º
Caso 2.º
m 20
Prop. 21
Caso 6.º
Caso 4.º
Caso 5.º
Colon


Difs. 1.a 2.a 3.a 4.a y 5.a
Prop. 1.a
Prop. 2.a
Prop. 3.a y 4.a
Prop. 5.a
Prop. 6.a
Prop. 7.a
Prop. 8.a
Proposicion 18
Fig. 1.a
Fig. 2.a
Fig. 3.a
Caso 1.o
Caso 2.o
Caso 3.o
Caso 4.o
Caso 5.o
Caso 6.o
Caso 7.o
Prop. 19
Caso 1.o
Caso 2.o
Caso 3.o
Proposicion 20
Caso 4.o
Caso 5.o
Prop. 21
Caso 6.o
Colon

Libro Segundo De la Construccion de las Figuras Planas

Proposicion 1.a Problema

Dada la Hipotenusa AC, y un lado MN hacer un triang.o rectang.o

Resolucion. Describase sobre AC un semicirculo, y con la distancia MN desde A determinese en la circunf.a el punto B, tirense las rectas AB, CB, y se tendrà el triang.o como se pide, p.s q.e AB=MN, y el angulo B en el semicirculo es recto.

Proposicion 2ª Problema

Dada la Hipotenusa AC, y el angº agudo N hacer un triangulo rectangulo.

Resolucion. Formese el Angulo ZAC = = al dado N, y descriviendo sobre AC un semicirculo, se determinarà el punto B, y tirando la recta BC, se tendrà el triangº como se pide.

Proposicion 3ª Problema

Dadas las rectas AC, MN, y el Angº N hacer un Paralelogramo.

Resolucion. Formese el Angº ZAC = al dado X, cortese AB = MN, desde B con el intervalo AC, y desde C con el intervalo AB, hagase la interseccion O, y tirando las rectas BO, CO, se tendrà el Paralelog.º como se pide.

Demostracion. tirada la Diagonal BC los triang.s ABC, BCO son totalm.te ig.s (Prop. 8 Lib. 1º Euclid.s) luego el ang.º t=s, y por ser alternos, seran AB, CO paralelas, y assimismo lo seran BO, AC; luego AO es un Paralelog.º echo como se pide.

Proposicion 1ª Problema

Sobre una recta AC formar un quadrado.

Resolucion. Desde A con el intervalo AC describase un Arco, y con el mismo desde C determinese el punto E, y desde E el punto F; con el mismo intervalo desde hagase la intersección H, por los p.tos H, A tirese la recta BA; y con el mismo intervalo desde B y C, hagase la intersección L, y tirando las rectas BL, CL se tendrà el quadrado

Demostracion. tiradas rectas à todos los puntos se tendrán 3 triang.s equilat.s y cada uno de los ang.s vale 60°, y dividiendo la recta HA por medio el ang.° FAC. será el ang.° BAC de 30°, á quien añadiendo el ang.° CAC de 60, se tendrá en ang.° BAC de 90° ó recto, y siendo los 4 lados ig.s será, p.r lo demostrado en la Prop.n antecedte. AL un Paralelog.° y siendo el Ang.° A recto, lo serán tambien los demas: luego es quadrado.

Corolario. De aqui se sigue el modo de levantar una perpendicular en la extremidad de una linea.

Proposicion 5.a Problema

Dada la recta AC la altura MN, y

un angulo á la base = X formar un triangulo.

Resolucion. Formese el angº ZAC = al dado X: en qualqª punto de la Base AC levantese la perpendicular AB = MN, tirese por el punto B la recta BO, paralela á la Base qᵉ determinará el punto O, tirese OC y se tendrá el triangulo como se pide.

Proposicion 6ª Problema

Dada la Base AB, y el angº vertical X, y la altura MN formar un triang.º

Resolucion. Formese sobre AB un segmento de Circulo capaz de recivir un angulo = X (Prop 33 Lib 3. Euclid.) en qualquier punto de la Base AB levantese la perpendicular AC = MN, y por el punto C tirese una paralela á la base AB q.e cortará á la circunf.a en los puntos L, Q, á qualq.ra de ellos tiren.se las rectas AL, BQ y se tendrá el triang.o ALB como se pide.

Escolio. Si la Paralela LQ tirada p.r el punto C, no cortase, ó tocare la circunfer.a el Problema sera imposible.

Proposicion 7 Problema

Sobre una recta dada MN hacer un triang.o seme.te al triang.o ABC.

Resolucion. Formese el angº MZ=A.
N=C, y se tendrá el triangº MHN
semejte al triangº ABC.

Escolio. Si sobre la recta AE se hu-
viesse de hacer un triangº semejte al da-
do se tirará Ex Paralela á BC, y
el triangulo AEx será semejte al
Propuesto.

Proposicion 8 Problema

Sobre una recta dada como MN
hacer un rectilineo semejante á la
Figura A.

Resolucion. De qualqr angº como B
tirense á los otros las rectas BE, BD,

y se tendrà el rectilineo dividido en triang.^s y supuesto que MV es lado homologo à AB, formese por el Problema anteced.^te el triang.^o MVR semejante al triang.^o ABC, y haciendo del mismo modo el triang.^o RQV semej.^te à BCD, y el triangulo VPQ semej.^te á BCD, se tendrà el rectilineo Z semej.^te à N, porq.^e se compone de ig.^l num.^o de triang.^s semej.^s

De otro Modo

Formese el Ang.^o M = A, y à las 3 rectas dadas BA, AC, MV hallese la

4.ª proporal MR; formese el ang.º MRQ = ACD, y á las 3 rectas AC, CD, MR, hallese la 4.ª proporal RQ; formese el Ang.º Q = D, y á las 3 rectas CD, DC, RQ, hallese la 4.ª proporal QP, y tirando la recta PN se tendrá el rectilineo Z semejante á X.

Escolio 1.ro Si un plano ABCDE cuia escala es RS se quiere reducir á la escala menor PQ, formese de las 2 escalas un triangulo Isosceles FAG de suerte q.e la Base sea ig.l á PQ, y HF, ó HG = RS, y alar-

gados los lados ig.s HF, HG á discre-
cion, tomese en el Plano qualq.r pun-
to M, y con qualq.r intervalo descrito
un Circulo, tirense radios por todos los
angulos, con el mismo intervalo desde
qualq.r p.to m descrivase otro Circulo, y en
el, cortense Arcos yguales á los primeros
cada uno á su correspond.te y tirense los
radios m1, m2, m3, m4, m5, tomese con el
compas la distancia MA, y con este in-
tervalo haciendo centro en H, notense
los puntos o, o, y la distancia transversal
oo, se pasará sobre el radio M1, tomese
tambien M3, y con este intervalo des-

de el punto A señalense los puntos L, L, y la distancia transversal LL se pasarà sobre el radio m2. De este modo se determinaràn los demas puntos, y tirando las rectas ab, bc, cd, de, ea, se tendrà el Plano reducido sobre la Escala PQ.

Demostracion. Por la construcn. MA:ma::RS:PQ.
y tambien - - - - - - - - - MB:mb::RS:PQ
Luego (Prop 14 L. 5º Eucl.) . . . MA:ma::MB:mb
y alternando - - - - - MA:MB:: ma:mb
tambien el ango. AMB = amb: luego (Prop 6.a L. 6.º Euclid) los triangs. AMB, amb son semejantes. lo mismo se verifica de los

los demas triangulos. luego los Planos son semejantes, y tienen sus lados homologos en la razon de sus Escalas esto es RS : PQ.

Escolio 2.do Si el Plano ABCDE se ha de reducir de la menor escala PQ á la mayor RS, en lugar del triang.o Ysosceles, se hará de las dos escalas un Paralelogramo GF en qualquier ang.o de suerte que HG sea = PQ, y GL = RS. tirese la Diagonal HL larga á discrecion; y describiendo circulos yg.s como en el Escolio anteced.te sobre los lados HG, FL alargados, si fuere necessario, cortese desde H, y F en cada lado HO, y FK = MA y tirando la recta OK tomese la distancia OL hasta la Diagonal, q.^e se passará sobre el radio mr, y hallando de este modo los demas puntos se tendrá el Plano en la escala q.^e se pide.

Proposicion 9 Problema

Sobre una recta AB formar un exagono regular.

Resolucion. Con el intervalo AB hagase la interseccion C, y con el mismo intervalo desde C descrivase un Circulo, y en su circunferencia se ajustará 6 veces la recta AB, porq.e el radio es la cuerda de 60.°

Proposicion 40 Problema

Sobre una recta AB formar el Octagono regular.

Resolucion. En el punto C mitad de la recta AB levantese una perpendicular, tomese ℭC=ℭA, y CO=CA, y con el intervalo OA, ó su ig.l OB descrivase un Circulo, en cuia circunf.a se ajustarà 8 veces la recta AB

Demostracion. En el triang.º Ysosceles OCA, el Ang.º esterno x es ig.l á los 2 internos op.tos luego es duplo del ang.º Z; tambien el Angulo AOB es duplo del ang.º Z: luego el ang.º x = AOB, y siendo el triang.º AEC Ysosceles, y el ang.º E recto será el ang.º D semirecto ó de 45,º luego el ang.º AOB es de 45,º y la cuerda AB de 45,º luego se ajustará 8 veces en la circunf.a porq.e 8 X 45 = 360.

Proposicion 44 Problema

Sobre una recta AB formar un Dodecagono regular.

Resolucion. En el punto de mitad de la recta dada AB levantese una, perpendicular, hagase AC=AB, CO=CA, y con el intervalo OA, ó bien OB su ig.l describase un circulo, en cuia circunferencia se ajustará 12 veces la recta AB.

Demostracion. tiradas las rectas OA, OB, CA, CB, En el triang.o Isosceles ACO el ang.o externo x es duplo del Ang.o Z, tambien el ang.o AOB es duplo del ang.o Z: luego x=AOB, y siendo el triang.o ACB equilatero, será el ang.o ACB de 60° y su mitad el ang.o x de 30, luego el ang.o AOB es de 30, y por consig.te la recta AB será la cuerda de 30, y se ajustará 12 veces en la circunf.a porq.e 12 × 30 = 360.

Lema

En qualq.r triangulo Isosceles, cuios ang.s sobre la Base son cada uno duplo del vertical C, si la recta Ad divide p.r medio al ang.o A, cortará al lado CB en media y extrema razon en d esto es BC : cd :: cd : dB.

Demostracion. Por lo sup.to el ang.o x es la mitad del Ang.o A, y tambien lo es el ang.o C; luego x, ó bien su ig.l

2=C, y el triang.° ADC Ysosceles. luego
CD=AD; tambien los triang.s BAD, ACB
son equiang.s p.r ser el ang.° D=C y el
ang.° B comun, luego son semejantes, y las
3 rectas CD, DA, AB son ig.s y son p.p.s
BC: BA :: BA : BD, y substituiendo CD en
lug.r de BA será BC : CD :: CD : BD.

Corolario 1.ro El triang.° BAD es Ysosce-
les, y cada uno de los ang.s B, y D es
duplo del vertical A.

Corolario 2.do En qualq.ra de los 2 triang.s
cada ang.° sobre la base es de 72,° y el
vertical de 36.

Corol. 3.º Si el radio CB de un circulo se divide en media y extrema razon en d, y en su circunf.ª se acomoda el segm.to mayor Cd, ó su ig.l AB, y se tira la recta CA se tendrá un Triang.º Isosceles ACB, q.e cada ang.º sobre la Base es duplo del Vertical, y el segm.to mayor AB será la cuerda de 36, q.e se ajustará 10 veces en toda la circunf.ª porque 36×10=360

Corol. 4.º Si el segmento mayor Cd, ó su ig.l AB se toma como Radio, será

el Segm.^to menor C.B la cuerda de 36,
q.^e se alu_stará 10 veces en la circunf.^a

Proposicion 12 Problema

Sobre una recta A.B formar el
Pentagono regular.

Resolucion. Levantese sobre la dada
A.B la perpendicular B.X=.BA, di-
vidase A.B. por medio en el punto C.
tirese C.X, y hagase C.O=C.X, con la dis-
tancia AO, desde los p.^tos A y B, hagase
la intersección C, tirense las rectas AC,
C.B, AM, hagase el ang.^o C.A.M=A, y con el
intervalo MC, ó su ig.^l MA descrivien-

do un circulo, pasarà por los puntos A y B, y en la circunfer.a se ajustarà 5 veces la recta AB.

Demostracion. Siendo (Prop. 6.a Lib 2.o de Euclides) $AO \times OB + \overline{BC}^2 = \overline{CO}^2 = \overline{CX}^2$; pero $\overline{CX}^2 = \overline{XB}^2 + \overline{BC}^2$: luego substitu.do se tendrà $AO \times OB + \overline{BC}^2 = \overline{BX}^2 + \overline{BC}^2$, y quitando de ambas p.tes $\overline{BC}^2$ serà $AO \times OB = \overline{BX}^2$: luego (P.n 17. L.o 6.o Eucli) $AO : AB :: AB : OB$, y por consig.te la recta AO esta dividida en media y extrema razon en el punto B, y siendo $AC = AO$ serà en el triang.o Ysosceles ACB, cada ang.o sobre la

Base es duplo del Vertical: luego el ang.° C es de 36.°, y siendo su medida la mitad del Arco AB, será este Arco de 72: luego la recta AB se ajustará 5 veces en la circunf.ª porq.e 5X72 = 360

Proposicion 13 Problema

Sobre una recta AB formar el Decagono regular.

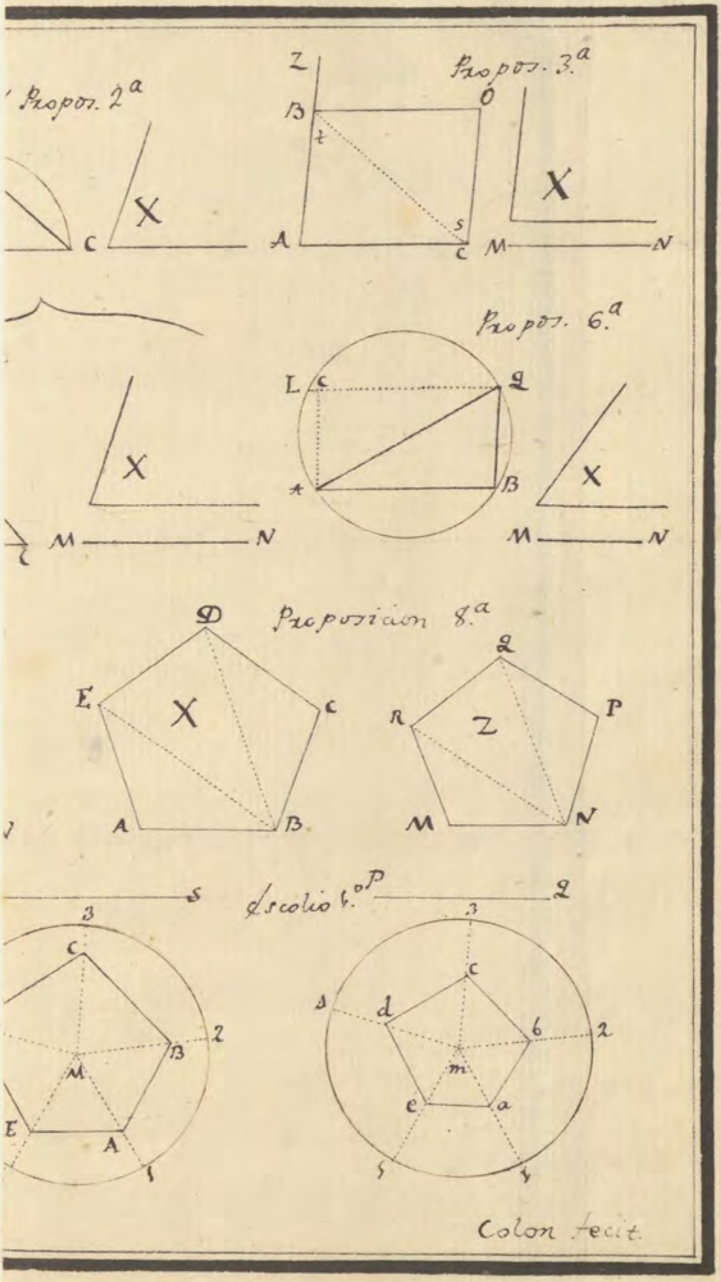
Resolucion. Sup.ta la construccion antecedente, hagase centro en C, y con la distancia CA descrivase un circulo, que en el entrará diez veces la cuerda AB; porque 10X36 = 360.

No hai Medio Geometrico p.ª formar sobre una recta dada el Poligono regular de 7, 9, 11 lados; p.º la siguiente practica es facil, y esta admitida.

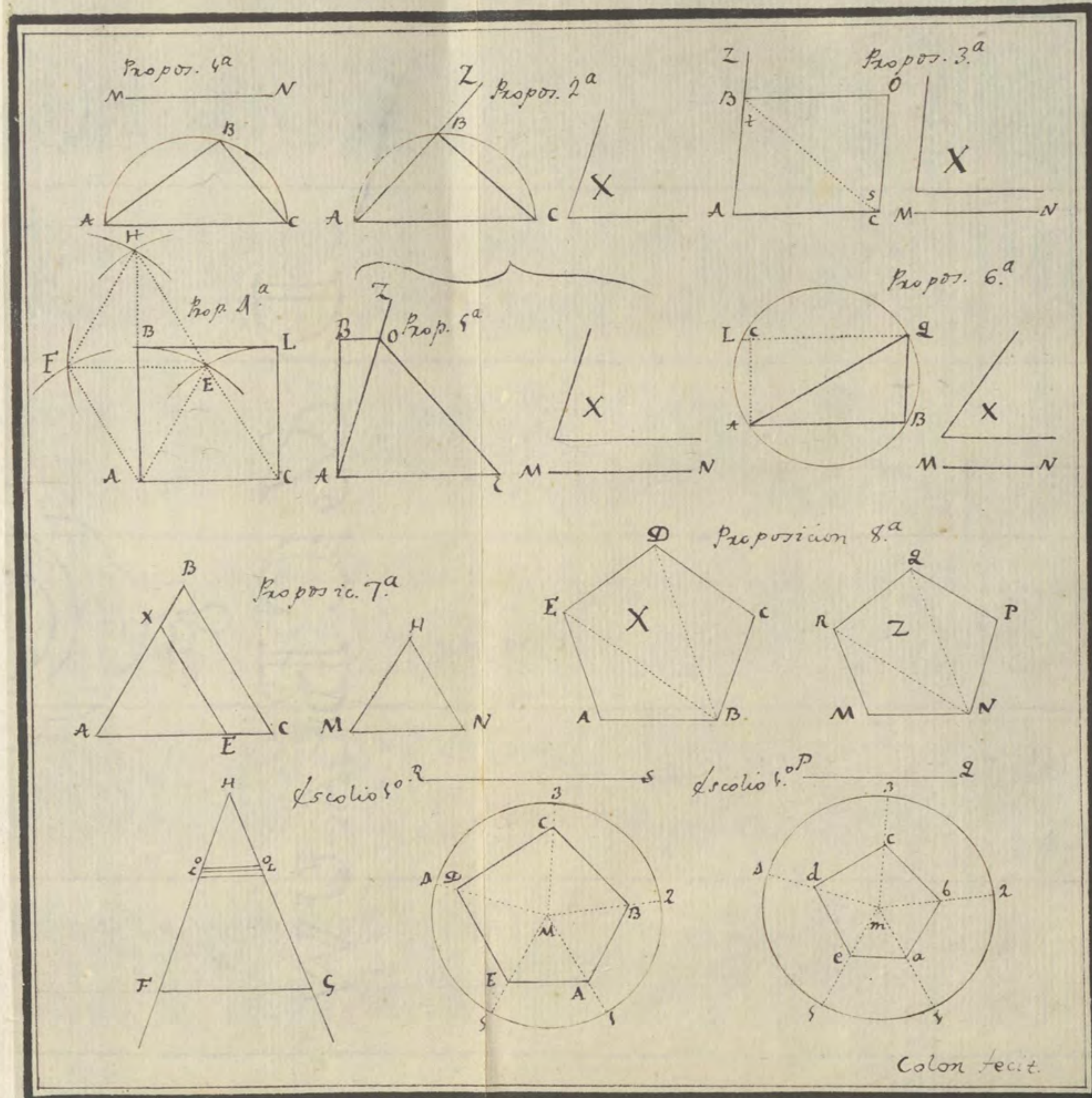
Proposicion 14 Problema

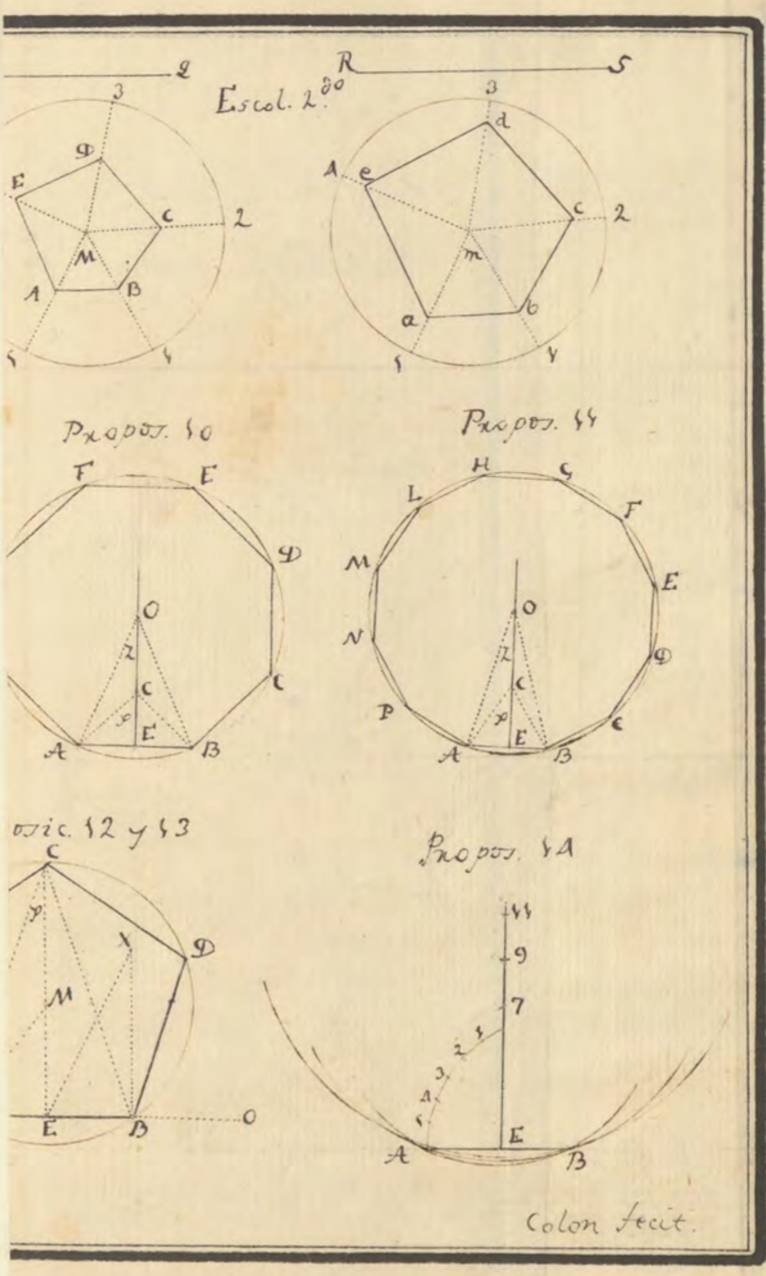
Sobre una recta dada AB formar el Poligono regular de 7, 9, 11 lados.

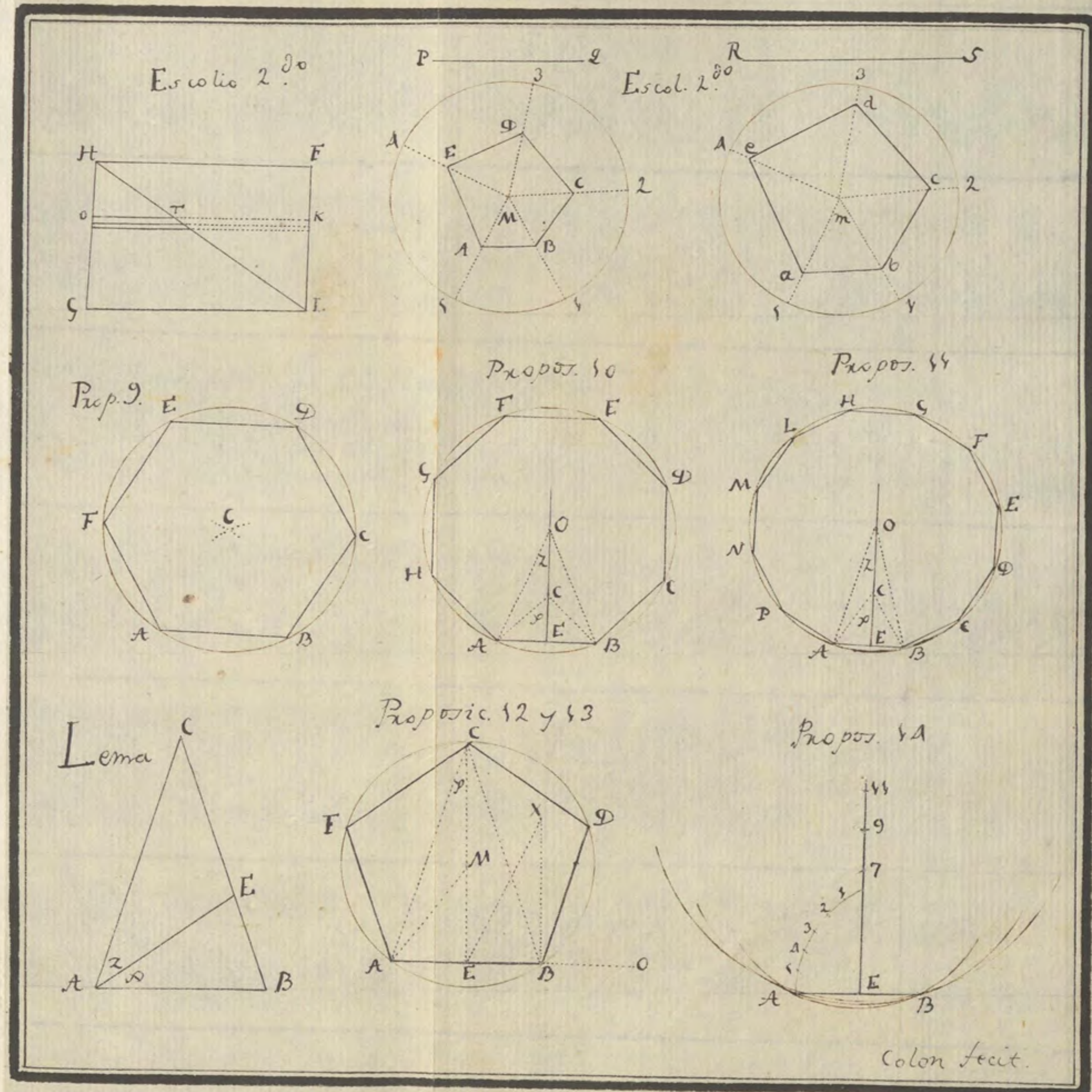
Resolucion. En el punto C mitad de la dada AB levantese una perpendicular, y haciendo centro en B con el intervalo AB describase el Arco AC, dividase este arco en seis p.tes ig.s en los p.tos 1, 2, 3, 4, 5, 6, hagase C7 igual à la distancia C1; C9 = C3; C11 = C5, y desde el Punto



Propos. 2.a
Propos. 3.a
Propos. 6.a
Proposicion 8.a
Escolio 1.o P
Colon fecit.


Propos. 1.a
Propos. 2.a
Propos. 3.a
Prop. 4.a
Prop. 5.a
Propos. 6.a
Proposic. 7.a
Proposicion 8.a
Escolio 1.o
Escolio 2.o
Colon fecit.


Escol. 2do
Propos. 10
Propos. 11
osic. 12 y 13
Propos. 14
Colon fecit.


Escolio 2.do
Escol. 2.do
Prop. 9
Propos. 10
Propos. 11
Lema
Proposic. 12 y 13
Propos. 14
Colon fecit.

7 con el intervalo 7B descrivase un circulo, y la recta AB se acomodarà 7 veces en su circunf.ª

Si desde el punto 9 con el intervalo 9B se describe el circulo, se acomodarà 9 veces la recta AB; si del punto 11 con el intervalo 11B se describe el circulo, se ajustarà 11 veces la recta AB.

Libro Tercero De la Incripcion, y Circunscripcion de las Figuras Planas à el Circulo

Difinicion 1.ra Figura inscripta en un Circulo es la q.e tiene todos sus Angulos en la Circunferencia, y en este caso el Circulo se llama circunscripto al rectilineo.

Difin. 2.a Figura circunscripta à un circulo es aquella cuios lados son tangentes

á la circunfer.a, y en este caso el circu-
lo se dice inscripto al rectilineo.

Proposicion 1.a Problema

Dado un Circulo inscrivir el Exagono regular.

Resolucion. Con la distancia del Radio señalense los puntos A, B, C, D, E, F, y tirando las rectas AB, BC, CD &, se tendrà el Exagono regular, q.e se pide. La Razon es porq.e el radio es la cuerda de 60.°, y assi se ajustarà 6 veces en la circunf.a

Proposicion 2.a Problema

Dado un circulo inscrivir el Dodecagono regular

Resolución. Con la distancia del radio dividase la Circunf.^a en 6 p.^tes ig.^s en los puntos A, B, C, D &c. y dividiendo cada una de estas por medio en los puntos 1, 2, 3, 4 &c. y tirando rectas à todas las divisiones se tendrà el Dodecagono regular.

Escolio. Si se quiere inscrivir un Poligono de 24 lados, se dividirà por medio la circunf.^a en 6 p.^tes luego en 12, y luego en 24.

Proposicion 3.^a Problema

Dado un circulo inscrivir el triangulo Equilatero.

Resolucion. Dividase la circunf.a en 6 p.tes ig.s en los p.tos A, B, C, & y tirando las rectas AC, C&, A&, se tendrà el triangulo equilatero, porq.e cada lado es la cuerda de 120.

Proposicion 2.a Problema

Dado un circulo inscrivir un triangulo semejante al triang.o VXZ.

Resolucion. tirese qualq.a recta AB tangente al circulo (P. 17. Li. 3.o Eucl.) y en el contacto C. hagase el ang.o BCH = X, y el ang.o AC& = Z, y tirando la recta &H se tendrà el triang.o inscripto &CH semej.te al dado VXZ.

Demostracion. El Ang.° BCH echo de la Tang.^te y la Secante es ig.^l al ang.° E^o formado en el Segm.^to alterno (Prop 32 L. 3° Eucl.^s) y siendo por la Construccion BCH = X, será E = X; por la misma razon H = Z, y por consig.^te el ang.° ECH = V: luego los 2 triang.^s son semejant.^s

Proposicion 5.ª Problema

Dado un Circulo inscrivir un Quadrado.

Resolucion. Tirense los Diametros AB, EC, q.^e se corten en ang.^s rectos, y se tendrá la circunf.^a dividida en quatro p.^tes ig.^s y tirando las rectas AC, CB, BE, EA se tendrà el Quadrado inscripto.

Demostracion. Por ser los ang.s en O rectos cada uno de los Arcos serà de 90.º luego las cuerdas seran ig.s tambien el Angulo C formado en el Semicirculo es recto, y assi de los demas: luego es Quadrado.

Proposicion 6.ª Problema

Dado un Circulo inscrivir el Octagono regular.

Resolucion. tirense los Diametros CD, BA perpendiculares entre si, y se tendrà la circunf.a dividida en Quatro p.tes ig.s y dividiendo cada una de estas por medio se tendran los arcos igˡ. y tirando las rectas AP, CP &c se tendrá el Octagono regular.

Lema

El Quadrado de la cuerda de 72° es igˡ. al quadrado del radio, mas al quadrado de la cuerda de 36.

Explicacion. Sea en el circulo C la recta AB cuerda del arco de 72, y la recta AF de 36, digo que $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AF}^2$

Preparacion. Divida el radio CE por medio el arco AF, qᵉ cortará á la cuerda AB en el punto L, y tirense FL, FB, CB.

Demostracion. Los triang.s ALF, AFB son Isosceles, y tienen sobre la Base el Ang.o A comun: luego son equiang.s y semej.tes y por tanto proporcionales AB:AF::AF:AL: luego $AB \times AL = \overline{AF}^2$ tambien los triangulos ACB, CLB son equiang.s porq.e en el prim.ro siendo el Ang.o ACB de 72 g.s lo sup.to serà cada uno de los ang.s A, B de 54; y en el 2.do el ang.o LCB es de 54 porq.e si del total c=72 se quita el ang.o ACL de 18, quedarà el ang.o LCB de 54, y el ang.o L serà de 72 luego son semej.tes y prop.s AB:BC::BC:BL:

luego $AB \times BL = \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$; y siendo, (Prop. 2ª. Lib. 2º Eucl.s) $\overline{AB}^2 = AB \times AL + AB \times BL$, substituiendo en lugar de estos rectang.s los 2 Quadrados serà $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AF}^2$.

Corolario Si una recta Mt esta dividida en media y extrema razon en el punto N, y de los Segm.tos se forma el Ang.º recto MNR, y el Segm.to mayor se toma como Radio, serà el menor Nt ò su ig.l NR la Cuerda de 36 (Cor. 1 Lem. 4 Lib. 2º de este tratado) y la Hipotenusa MR serà ig.l à la Cuerda de 72, porq.e $\overline{MR}^2 = \overline{MN}^2 + \overline{NR}^2$.

Proposicion 7.ª Problema

Dado un Circulo inscrivir un Pentagono regular.

Resolucion. Sobre el Diametro AB levantese la Perpendicular CH, dividase CB por medio en el punto O, hagase $Od = OH$, y la distancia Hd, se ajustará 5 veces en la circunf.ª y por consiguiente setendrá el Pentagono.

Demostracion. Se tiene (Prop. 6.ª Lib. 2.º Euclid.) $Bd \times dC + \overline{CO}^2 = \overline{dO}^2 = \overline{OH}^2$, pero $\overline{OH}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{CO}^2$: luego $Bd \times dC = \overline{HC}^2$, luego la recta Bd esta dividida en media y extrema razon en el punto C, y siendo BC, ó su igl. CA el radio será Cd la cuerda de 36, y pr. el Corolario del Lema de este libro, será dA la cuerda de 72: luego se ajustará 5 veces en la circunferencia.

Proposicion 8a. Problema

Dado un circulo inscrivir el Decagono regular.

Resolucion. Echa la construccion como en el Problema antecedente, la recta Cd se ajustara 10 veces en la circunferencia por ser como se ha demostrado la cuerda de 36; tambien se hace dividiendo la circunferencia en 5 p.tes ig.s y luego en 10.

Proposicion 9 Problema

Dado un Circulo inscrivir el Poligono regular de 7, 9, 11 lados.

Resolucion. Tirese el Diametro AB, y haciendo centro en los Extremos A, B hagase con la dist.a AB la interseccion X; Dividase el Diam.tro AB en 7 p.tes ig.s si se pide el Eptagono reg.r y del p.to X tirese p.r la 2.a Division 2 la recta XC, y el Arco AC sera proximam.te la 7.a p.te de la circunf.a Para el Polig.no de 9 lad.s echa la interseccion X, se dividira el Diam.tro AB en

9 pᵗᵉˢ iᵍˢ. y se tirará p.ʳ el p.ᵗᵒ 2 la rec-
ta x C. Para el de 11 se dividirá el
diam.ᵗʳᵒ en 11 pᵗᵉˢ =ˢ. y la recta xC se tira-
rá p.ʳ el p.ᵗᵒ 2.

Escolio. Aunq.ᵉ esta practica carece del ri-
g.ʳ Geometrico, esta bien admitida, p.ʳ no haverse
hallado modo de dividir un circulo en 7, 9. 11 pᵗᵉˢ =ˢ

Proposicion 10 Problema.

Circunscrivir un circulo á un trian-
gulo ABC.

Resolucion dividanse iguales q.ᵗᵃ 2 la-
dos por medio en los p.ᵗᵒˢ E, F. levan-
tense en estos las perpendiculares
EO, FO, y haciendo centro en O, des-
crivase con el intervalo OA un circu-
lo, q.ᵉ pasará p.ʳ los puntos B y C

Demostracion. tiradas las rectas OA, OB, OC, los triang.s OBF, OFA son rectang.s luego (Prop 1 Lib. 1.º Eucl.) OB = OA; del mismo se demuertra que OA = OC: luego las 3 rectas OB, OA, OC son ig.s y por consig.te el circulo descrito con qual-q.ra de ellas pasara por los 3 p.tos

Proposicion 11 Problema

Circunscrivir un circulo á qualq.r Poligono regular.

Resolucion. Dividanse qualesq.ra 2 Ang.s A y B por medio, con las rectas AO, OB, q.e se cortaran en O, y con la distancia OA, descriviendo un circulo pasara p.r todos los lados del Poligono.

Demostracion. Siendo por lo supuesto los lados y Angulos del Poligono iguales resultaran triangulos totalmente iguales (Prop. 2ª Lib. 5º de Euclides): luego todas las rectas OA, OB, OC &c seràn iguales, y por consiguiente la circunferencia del circulo descrito con el intervalo OA pasarà por todos los Angulos

Proposicion 12 Problema.

Inscrivir un circulo en qualquiera triangulo ABC

Resolucion. Dividanse por medio qualesquiera 2 Angulos A y B, con las rectas AO, BO, que se cortaràn en el punto O; bajense las perpendiculares OC, OL, OX, sobre los lados del triang.o y con el intervalo OC describiendo un Circulo, este pasarà por los puntos L, X, y estarà inscripto en el triang.o

Demostracion. Los triang.s ACO, OAL tienen los ang.s en A ig.s p.r construccion, los Ang.s en C y L rectos, y el lado AO comun: luego (Prop 26 Lib 1.o Euclid.s) son totalm.te ig.s y por consig.te $CO=OL$: del mismo modo se demuestra, que $CO=OX$: luego las 3 rectas CO, OL, OX son ig.s y p.r consig.te el circulo pasarà por los 3 p.tos y los lados del triang.o seran tan-q.^{tes} (Prop 16 Lib 3.º de Euclides) por ser perpendiculares à los radios.

Proposicion 13 Problema.

Inscrivir un circulo en qualq.^a Poligono regular.

Resolucion. Dividanse p.^r medio quales-q.^{ra} 2 Ang.^s A y B, con las rectas AO, BO, q.^e se cortaràn en O; baxese sobre AB la perpendicular OX, y el circulo descrito con este intervalo, estarà inscripto en el Poligono.

Preparacion. Baxense las perpendiculares OZ, OL &. sobre los lados, y tirense las rectas OC, OD &.

Demostracion. Los triang.s OXB, OZB, tienen los Ang.s en B ig.s y los en X, y Z rectos, y el lado BO comun: luego (Prop. 26 Lib 1.ro de Euclides) OX = OZ: Del mismo modo se demuestra q.e las demas rectas OZ, OL X, son ig.s luego el circulo pasará por los p.tos X, Z, L.

Proposicion 12 Problema

Dado un circulo inscrivir un triang.o semej.te a triang.o VXZ.

Resolucion. Inscrivase por el Problema 1.a el triang.o ABC semej.te al dado VXZ, tirense desde el centro O los radios OL

OX, OH, perpendiculares à los lados AB, AC, CB, y por los puntos L, X, H tirense las tang.tes ZL, ZM, ML, q.e seràn paralelas à los lados del triang.o ABC, y se tendrà el triang.o circunscripto ZLM, semej.te al prop.to y por

Preparacion. Alarguense los lados BA, BC, hasta cortar al lado ZM, en los puntos RQ.

Demostracion. Por razon de las Paralelas AC, ZM, los triang.s ABC, RBQ son semejant.s tambien el Ang.o R = Z, y Q = M (Prop 29 Lib 1.o Euclid.): luego los triang.s ABC, ZLM, son semej.tes y por consig.te (ax 9.o) el triang.o Zxu es semej.te al Propt.o Vxz.

Proposicion 15 Problema

Dado un circulo circunscrivir un Quadrado.

Resolucion tirense los Diametros AB, CD, q.e se corten en ang.s rectos, y tirando p.r los p.tos A, D, B, C, paralelas á los Diametros sera PX un Quadrado, por tener todos sus ang.s rectos y los Quatro lados ig.s

Corolario. El lado del Quadrado circunscripto al circulo es ig.l al Diametro, p.r q.e FX = AB

Proposicion 16 Problema.

Circunscrivir á un circulo qualq.r

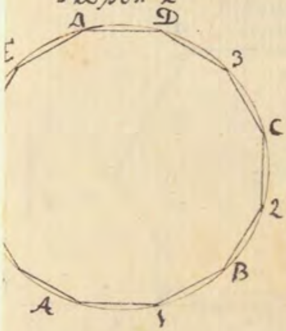
Poligono regular.

Resolucion. Inscrivase el Poligono ABCA semej.te al q.e se ha de circunscrivir; tirense p.r los ang.s radios prolongados, sobre qualq.r lado CD caiga perpendicular el radio AH; tirese p.r el p.to H la recta LM paralela á CD, y con la dist.a AL descrivase un circulo, q.e determinará las rectas AM, &c. iq.s y tirando rectas p.r los extrem. se tendrà el Poligono circunscripto.

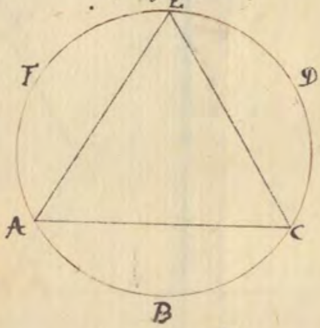
Preparacion. tirese la recta AR perpendicular sobre MN.

Demostracion. Los triang.s LXM, MXN, tienen los lados XL, XM, XN ig.s (Dif. 15 Lib 1.o Eucl.) como tambien los angulos en X, por suponerse el Poligono inscripto regular: luego (Proposicion Quarta Libro Primero de Euclides) dichos triangulos son totalmente iguales, como assimismo las Perpendiculares XR, XR: luego el Punto R está en la Circunferencia: Por la misma razon los demas Angulos, y lados son iguales, y las rectas LM, MN, NO & tangentes al circulo: luego el Poligono LMNO esta circunscripto al circulo ABCDEF.

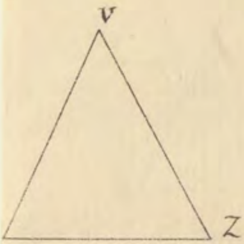
Propos. 2ª



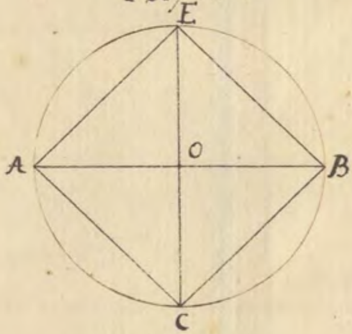
Propos. 3ª



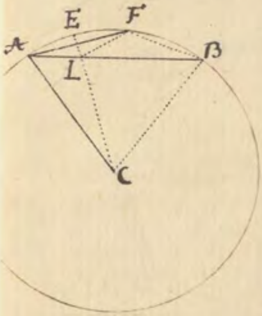
os. 4ª



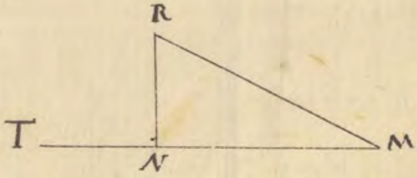
Propos. 5ª



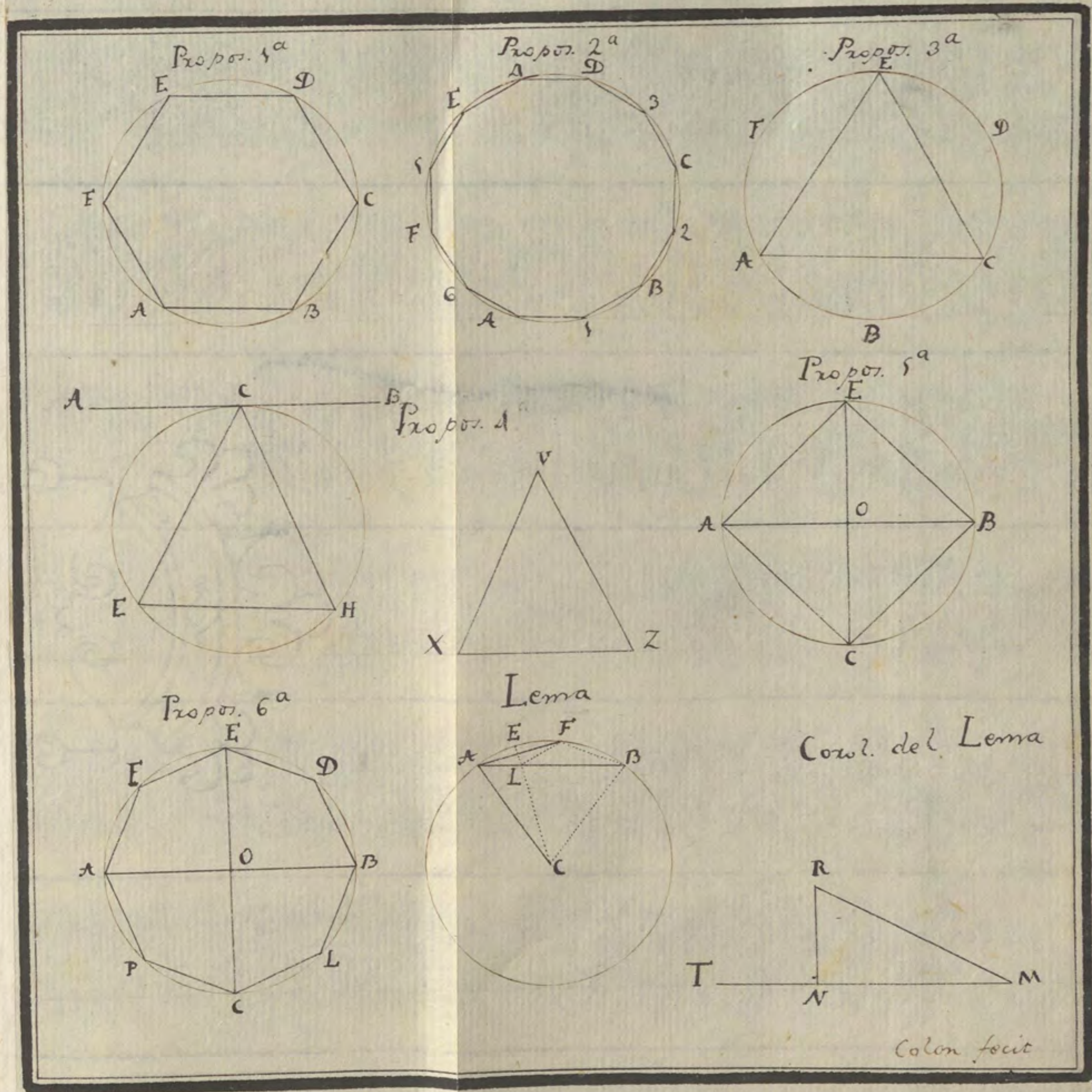
Lema



Corol. del Lema

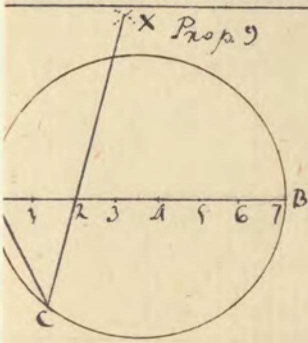


Colon fecit

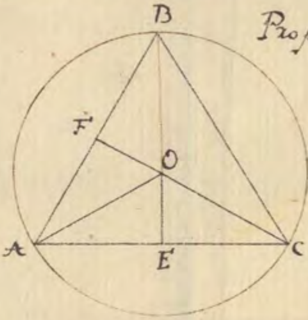


Propos. 1a
E D F C A B
Propos. 2a
A D E 3 C F 2 G B A
Propos. 3a
E T D A C B
A C B
Propos. 4a
V E H X Z
Propos. 5a
E A O B C
Propos. 6a
E E D A O B P L C
Lema
E F A B L C
Corol. del Lema
R T N M
Colon fecit

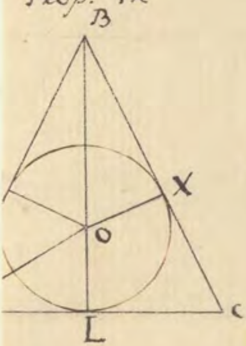
Prop. 9



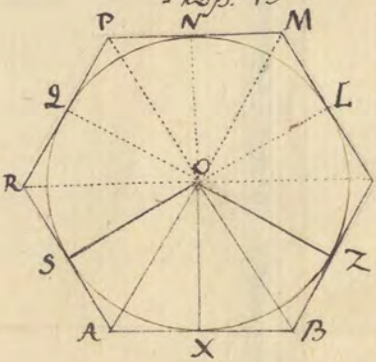
Prop. 10



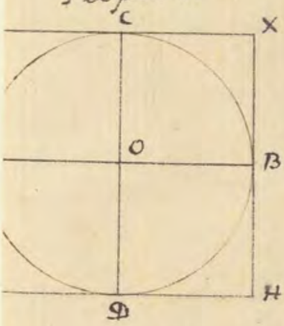
Prop. 12



Prop. 13

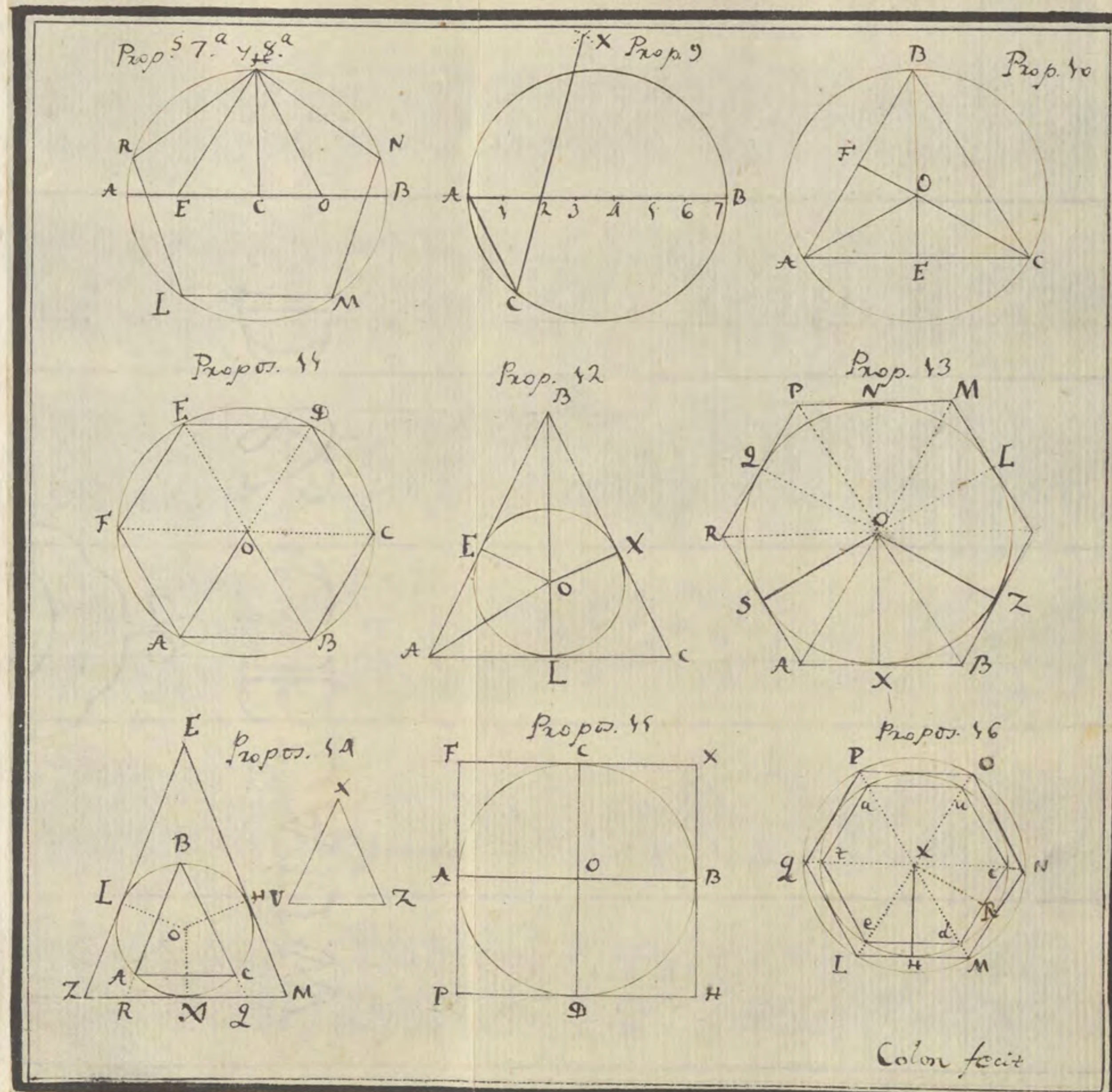


Propos. 15



Propos. 16

Colon fecit


Props 7.a y 8.a
Prop. 9
Prop. 10
Propos. 11
Prop. 12
Prop. 13
Propos. 14
Propos. 15
Propos. 16
Colon fecit

Libro Quarto De la Proporcion, Aumento, Diminucion, y transformacion de las Fig.^s Planas.

Capitulo Primero. Del modo de aumentar y disminuir las Fig.^s Planas en qualq.^ra razon dada

Proposicion 1.^a Problema

Hallar la razon q.^e tiene una fig.^a seme.^te à otra.

Explicacion. Pidese la razon q.^e tiere el triang.º X à su semejte Z.

Resolucion. A los 2 lados homologos AB, CD hallese una 3.ª ppnal MN: digo q.e el triang.º X à su semejte Z, tiene la misma razon q.e la recta AB à la recta MN.

Demostracion. Por ser contin.s pp.s AB, CD, MN, sera - - - - - - - $\overline{AB}^2 : \overline{CD}^2 :: AB : MN$.

p.º (Prop 19 Lib 6º Euc) - - - $X : Z :: \overline{AB}^2 : \overline{CD}^2$

luego (11 del 5º) - - - - $X : Z :: AB : MN$

Lo mismo se entiende de quales q.ra recti-lineos semejtes porq.e por la 20 del 6º, son tambn como los quad.s de sus lados homologos.

Escolio. Si las rectas AB, CD fuessen diametros de circulos, buscada la 3.a proporcional MN, seria el circulo de AB al circulo de CD, como AB : MN, porq.e los circulos son como los quad.s de sus diametros.

Proposicion 2.a Problema

Dado el rectilineo X hallar otro con q.n tenga el rectilineo dado la razon de AB : BC.

Resolucion. Entre AB y BC, hallese la media proporcional MN, y el rectilineo semej.te Z echo sobre MN es el q.e se pide.

Demostracion p.r ser contin.s pp.s - - AB, Mv, BC,

sera - - - - - - - - - $\overline{AB}^2 : \overline{Mv}^2 :: AB : BC$

p.o (Prop 19 Lib 6.o Euc) - - - X : Z : : $\overline{AB}^2 : \overline{Mv}^2$

luego 11 del 5.o - - - - - X : Z : : AB : BC

Escolio. Si la recta AB fuera Diam.tro de un Circulo, la recta Mv seria diametro del circulo q.e se buscaria. Y todo q.to se demuestra de las Fig.s rectilineas en su transformacion, Prop.n y tamb.n se entiende de los Circulos; p.r lo q.l se omitirá en adelante este Escolio en las demas Proposiciones.

Proposicion 3.a Problema.

Dados 2 rectilineos X, Z semej.tes hallar uno ig.l y semej.te à entrambos.

Resolucion Dispongause los 2 lados homologos AB, y BC en el ang.o recto ABC, y el rectilineo hecho sobre AC sera ig.l à entrambos. Consta de la Prop. 31 del Lib. 6.o

Escolio. Si los rectilineos ò Circulos fuessen muchos, se irian hallando subcessivam.te del modo dho.

Proposicion 4.a Problema

Hallar la dif.a entre dos rectilin.s X, Z

Resolucion. Sobre el lado ma-
ior AB descrivase un semicirculo,
y acomodando en d, el lado menor
BC, tirese AC, y el rectilineo seme-
jante formado sobre AC sera la difa.
entre los rectilineos dados X, y Z.

Demostración. siendo el angulo ACB en
el semicirculo recto será (Prop 31 Lib 6o
de Euclides) - - - - - - $x = z + s$
y quitdo. de ambs partes la figa. z . . $x - z = s$.
esto es el rectilineo X menos el rectilno.
Z igl. al rectilo semejte. S.

Proposicion 5a. Problema

Aumentar ó disminuir una figa.
plana la parte qe. se quiera.

Explicacion. Pidese aumentar el rectilineo X una 3.a p.te ó bien pidese otra fig.a semej.te un tercio mayor q.e X.

Resolucion. Alarguese AB, hasta C de suerte q.e BC sea el tercio de AB: hallese la media pp.n1 AF, digo q.e el rectilineo semej.te echo sobre AF, sera un tercio mayor q.e el rectilineo dado X.

Demostracion. Siendo continuas pp.s AB, AF, AC, será el rectilineo X echo sobre AB al rectilineo sobre AF :: AB : AC; pero AC es $\frac{1}{3}$ mayor q.e

AB: luego el Rectilineo seme-
j.te echo sobre AF sera $\frac{1}{3}$ mayor q.e
el dado X

Escolio 1.o Si la recta AB fuesse
Escala de un Plano q.e se quisiera
aumentar un tercio, seria AF la
Escala reducida al Plano q.e se bus-
ca; y assi, dividiendola en ig.l num.o
de p.tes à las q.e tuviera la Escala AB
se haria desp.s la reduccion del Plano
conforme se dixo en el Escolio 1.o y 2.do
de la Prop. 8.a del Lib 2.do de este Trata-
do,

Escolio 2.do Si el rectilineo X se quiere disminuir un tercio se quitarà del lado AB la p.te BM de $\frac{1}{3}$; entre AB, y AM se buscarà la med.a ppl AL, y el rectilineo semejante echo sobre AL serà $\frac{1}{3}$ menor q.e el dado X. Si la recta AB fuesse Diametro de un circulo seria AL diamet.ro de otro circulo $\frac{1}{3}$ menor. Y si la recta AB fuese escala de un plano seria AL escala de otro plano $\frac{1}{3}$ menor.

Proposicion 6.a Problema

Dividir un triang.o ABC en 2 p.tes q.e tengan la razon de MN : NO.

Este Problema tiene 4 casos.

haviendo de hacer la division p.r una recta tirada de un p.to dado, porq.e puede darse el punto en un Ang.o en un lado, y dentro ó fuera del triang.o

Lo 1.ro pidese dividir el triang.o desde qualq.r ang.o como B.

Resolucion. Dividase el lado op.to AC en H de suerte q.e sea AH:HC::m:n y tirando BH estarà dividido el triang.o como se pide.

Consta dela Propos. 1.a del Lib 6.o de Euclides.

Lo 2.do si la division se ha de hacer desde el punto E dado en el lado AB, se dividirà el lado AC en el p.^{to} H en la razon dada de MN:NO, y à las 3 rectas AC, AB, AH se buscarà la 4.^a pp.^l AL y tirando CL, se tendrà lo q.^e se pide.

<u>Demostracion</u> Los triang.^s ABH, ACL tienen el ang.^o A comun, y los lados q.^e le comprehenden reciprocam.^{te} pp.^{ales} p.^r la construccion esto es AC:AB::AH:AL: luego (Prop 15 Lib 6.^o) son ig.^s p.^o el triang.^o ABH al triang.^o HBC tiene la razon de MN:NO p.^r el caso anteced.^{te} luego el triang.^o ACL

al rectilin.º EBCL tiene tambien la razon de M:N:O. Si la 4.ª ppl AL cae fuera del triang.º se dividirá el lado BC en la razon dada de M:N:O y del Ang.º A se tirará AH &.

El 3.º y 4.º Caso se omiten p.r no ser de alguna utilidad.

Capitulo 2.do De la Transformacion de las Figuras Planas

Propos. 7.ª Problema.

Dada la recta AB y el ang.º A hacer un triang.º ig.l al triang.º MOP.

Resolucion. En el punto A de la recta AB hagase el Ang.o BAC ig.l al dado N; baxese la Perpendicular OH, y à las 3 rectas AB, MN, OH, hallese la 4.a pp.l AL, q.e se levantarà perpendicular en qualq.r punto de la recta AB, tirese LC paralela à la Base AB, q.e cortarà à la AC en el punto C, tirese CB, y el triang.o ABC serà ig.l al dado MON. por q.e tienen bases y alturas reciprocas.

Escolio. Si se quisiera sobre AB un triang.o Isosceles ig.l al triang.o MON, se dividirá la recta AB p.r medio en el punto C, y á las 3 rectas AB, MV, HO, se buscará la 4.a ppõl CL, q.e se levantará perpendicular sobre AB, y tiradas las rectas AL, LB, se tendrá el triang.o Ysosceles ALB ig.l al dado MOV p.r tener bases y alturas reciprocas.

Proposicion 8.a Problema

Hacer un triangulo Equilatero igual al Escaleno VAZ.

Resolucion. tirese p.r el punto V una paralela á la Base, y con la distancia AZ, haciendo centro en los puntos XY, Z, hagase la intersección O, y tirese la recta XLO; hagase $XH=XL$; entre las 2 rectas XZ, XH, hallese la media prop.l XR cortese $XS=XR$, y tirando SR el triang.o equilat.o XSR sera ig.l al Escaleno VXZ.

Demostracion Por ser continuas pp.s

las rectas - - - - - XH, XR, XZ.
sera el triang.o - - - - - $XLH : XSR :: XH : XZ$
tamb.n (Prop 1.a L. 6.o Eucli) .. $XLH : XVZ :: XH : XZ$.
luego (Prop. 11 Lib 5.o) - - - $XLH : XSR :: XLH : XVZ$
y por la 9 del mismo .... $XSR = XVZ$.

Proposicion 9 Problema

Hacer un triangulo ig.l a un Quadrilatero. Lo 1.ro sea dado el para-

lelog.mo BQ.

Resolucion. Alargada la Base BC, ha-

gase CL = BC, y tirando AL, el trian-

gulo BAL sera ig.l al Paralelogramo

BQ.

Demostracion. Por razon de las para-

lelas AQ, BL, los triang.s AQO, COL son

equiang.s y tienē CL = AQ p.r construccion:

luego (Prop 26 Lib 1.o Eucli) son totalm.te

ig.s y p.r consig.te añadiendo à uno y

otro el Quadrilatero BAOC, se ten-

drà (ax 2.o) el Paralelog.o BQ = al trian-

gulo BAL.

Lo 2.^{do} si se da el trapecio BQ (fig. 2^{a}) alarguese BC desuerte q.^{e} sea CL=AQ, y tirando AL será el triang.^{o} ABL ig.^{l} al trapecio BQ.

La Demostración es la misma, q.^{e} en el caso anteced.^{te}

Lo 3.^{ro} si se da el trapezoi-de BQ (fig 3^{a}) tirese la recta AC, y sea paralela QL q.^{e} cortará á la BC pro-longada en el p.^{to} L; y tirando AL, el triang.^{o} ABL será ig.^{l} al trapezoi-de ABCQ.

Demostración. Los triang.^{s} QAC, LAC tienen una misma base AC, y estan entre unas propias paralelas AC, QL: luego son ig.s y p.r consig.te si a uno y otro se añade el triangulo BAC, se tendrà (ax 2º) el trapezoide ABCQ ig.l al triang.º ABL.

Proposicion 6º Problema

Hacer un triang.º ig.l al Pentagono ABCQE.

Resolucion. Alarguese a una y otra p.te el lado AB; tirense las rectas AQ, QB, y p.r los puntos E y C las EH, CF paralelas à las dhas; tirense tambien las rectas QH, QF, y el triang.º HQF serà ig.l al Pentagono ABCQE

Demostracion. Por razon de las Para-
lelas DB, CF, los triang.ˢ CDB, DBF,
son ig.ˢ (Prop. 37 Lib 1º Euclides); y p.ʳ ra-
zon tambien de las Paralelas DA, EA
lo son los triang.ˢ DEA, DAH; luego
si en lug.ʳ del triang.º CDB, se substitu-
ye su ig.ˡ DBF, y en lug.ʳ del triang.º
DEA, se substitue su ig.ˡ DAH, se
tendrà el triangulo HDF ig.ˡ al pen-
tagono ABCDE.

Escolio 1.ʳᵒ Del mismo modo se ha-
rà un triangulo ig.ˡ à un Exagono
reduciendolo primer.º à Pentagono, lu-
ego à Quadrilatero, y finalm.ᵗᵉ à tri-

angulo.

Escolio 2.do Si la Fig.ra tuviesse un Ang.o entrante como DCB, se quitarà tirando DB, y su Paralela CL, y despues la LD, y se tendrà la fig.ra ALDEF, igual à la dada ABCDEF. Quitado el Ang.o entrante se reducirà la fig.ra à triang.o como se hallo.

Proposicion 11 Problema.

Sobre una recta MN hacer un Paralelogramo ig.l al Paralelog.o AC

Resolucion

Modo Primero. A las 3 rectas MN

AB, AZ, hallese la 4.ᵗᵃ Proporcion.ˡ MO, q.ᵉ se levantarà sobre MN, haciendo el Ang.ᵒ M=A, y concluiendo el Paralelog.ᵒ ML, serà ig.ˡ al dado AC; por q.ᵉ tienen los ang.ˢ A, y M ig.ˢ y reciprocos los lados q.ᵉ le comprehenden.

Modo 2.ᵈᵒ Baxese la Perpendicular ZF, y à las 3 rectas MN, AB, ZF, hallese la Quarta Proporcional OH, q.ᵉ se levantarà perpendicular sobre MN en qualq.ʳ punto H, y tirando OL ig.ˡ y paralela à MN, como tambien las rectas

OM, LN, se tendrá el paralelogº ML= igl. al Paralelogº AC; porqe tienen bases y alturas reciprocas.

Escolio 1.ro Si se quiere un Quadrado igl. al Paralelogº AC, entre la Base AB, y la Altura QF, hallese una media proporl. XZ, y el Quadrado echo sobre XZ, sera igl. al Paralelogramo AC; porqe siendo contins proporcions. AB, XZ, QF, sera $\overline{XZ}^2 = AB \times QF$, esto es el Paralelog. AC = igl. al quadrado

Escolio 2.do Si se pide un Quadrado igl. al triangº ABC entre AD mitad de la base AC, y BL altura del triang.o

hallese la m.a prop.l XZ, q.e será lado

de un Quadrado ig.l al triang.o dado ABC;

porq.e el triang.o es ig.l á un rectang.o

echo de la mitad de la Base y de to-

da la Altura; o bien de la mitad de

la Altura, y de toda la Base.

Escolio 3.o Si se quiere un Quad.o

ig.l á un rectilineo, se reducirá 1.ro

á triang.o y este á Quadrado

Proposicion 12 Theorema.

El circulo es ig.l a un triang.o q.e tiene

p.r base una recta ig.l á la circunf.a y p.r

altura el radio.

Explicacion. Sea BF = à la circunfª. y la altura igl. al radio: digo q!. el triangº. cBF es igl. al circulo.

Demostracion. Concivase la circunfª. dividida en ptes. infinitamte. pequeñas como BL, y qe. del centro C, salen radios à todas las divisiones, y resultarà una infinidad de triangs. qe. cada uno tendrà por baso el pequeño Arco, y pr. altura el radio: luego si BF es igl. à todas las basas juntas, esto es à toda la circunfª. y el radio BC es la altura, serà el triangº. BCF igl. al circulo.

Corolario 1ro. El circulo es igl. à un rectang.o CH echo del Radio CB, y de BA ig.l à la mitad de la circunf.a

Corol. 2.do El Sector es ig.l à un Rectang.o echo del Radio y de la mitad del Arco.

Coro. 3.o Si entre el Radio y la mitad de la circunf.a se halla una media ppl se tendrà el lado de un Quadrado ig.l à un circulo.

Escolio. toda la dificultad de transformar el circulo en fig.a rectilinea esta en hallar una linea recta ig.l à la circunf.a y consiste en averiguar la razon q.e tiene el Diametro à la circunf.a sobre lo q. han trabajado mucho los mui excelentes Geometras, sin q. haian podido descubrir hasta aora, lo q. tan diligentissimamte. se ha procurado; se tie-ne sin embargo una razon tan pro-xima à la verdad, q. no puede causar en la Practica error sencillo.

Luis Ceulen entre todos los Autores es celebrado pr. haver encontrado la razon siguiente.

Diametro 100.000.000.000.000.000.000,000 000 000 000

Circunfa. Mayr. ... 314.159 265 358 979 323 846 264 338 327 950

Circunfa. Menor. 314.159 265 358 979 323 846.264.338.327.949.

Para evitar molestia en las Operaciones, basta tener las 3 prim.s notas de la Izq.a assi en el Diametro como en la circunf.a

Otros Autores dan otras Razon.s las 3 mas recividas son las sig.tes

Diametro	Diam.tro	circunf.a
Segun Luis Ceulen	100	a. 314
Segun Adriano Mecio	71	: 223
Segun Archimedes	7	: 22

Proposicion 13 Problema

Dado el Diametro de un Circulo hallar la circunf.a y al cont.o dada la circunf.a hallar el Diametro.

Explicacion. Sea el Diametro de un

circulo de 56 p.s y se pide su circunf.a

Segun Archimedes hagase la pporcion 7:22::56:x, y se hallará la circunf.a de 176 pies.

Si se da la circunf.a de 110 pies y se pide el diametro, hagase la pporcion 22:7::110:x, y se tendrá el Diametro de 35 p.s

Corolario 1.ro Si el radio CB del circulo se divide en 7 p.tes ig.s y se levanta la perpendicular BF de 22 de dhas p.tes será el triang.o CBF ig.l al Circulo.

Corolario 2.do El Rectang.o echo del Radio CB = 7 p.tes ig.s y de BH = 22 p.tes del

Radio, será ig.ˡ al circulo.

Proposicion 14 Problema

Hacer un Quadrado ig.ˡ á un circulo dado.

Resolucion. tirese una recta larga á discrecion, contese CB ig.ˡ al radio del circulo dado D, q.ᵉ se dividirá en 7 p.ᵗᵉˢ ig.ˢ; tomense de estas 22 desde B hasta E; hallese la med.ᵃ pp.ˡ BL, y esta será lado de un Quadrado ig.ˡ á un circulo; porq.ᵉ p.ʳ el Corol 2.ᵈᵒ de la Prop. 13 el circulo $D = CB \times BE$; tambien $\overline{BL}^2 = CB \times BE$. luego así 1.ᵒ el circulo $D = \overline{BL}^2$.

Escolio 1.ro Si se quiere un circulo ig.l al Quad.o Z se tomarà qualq.ra recta C.B de 7 p.tes ig.s y BC de 22, entre C.B y BC, se hallarà la media proporal BL; à las 3 rectas BL, CB, MN se hallarà la 4.a proporl RS, q.e serà radio de un circulo ig.l al Quad.o Z, porq.e siendo el quadrado de BL ig.l à un circulo, cuio radio es CB, serà el quadrado de MN ig.l à un circulo cuio radio es RS, por ser proporales las 4 rectas BL, CB, MN, RS

Escolio 2.do Varios modos han discurrido los Autor.s p.a quadrar el circulo, valiendose de curbas de dif.s especies. Nico.

trato, y Archimedes inventaron p.a
este efecto la linea quadratriz, cuia
construccion es como sigue: descrivase
el Quadrante BAC; dividase el Arco
AC en muchas p.tes ig.s en los puntos
M, N &. dividase tambien el lado
AB en ig.l num.o de p.tes ig.s en
los p.tos E, F &, tirense los radios BM,
BN &, tirese assimismo p.r la 1.a di-
vision E, la recta ER, paralela à BC
hasta encontrar el prim.r Radio en
el punto R; tirense igualm.te parale-
las p.r los dem.s puntos, hasta q.e encu-
entre cada una à su correspond.te Ra-
dio; y pasando una curba ARZO p.r

todas las intersecciones, se tendrá for-
mada la Quadratriz; la recta AB, se lla-
ma lado, y BX base la Quadratura.

Esta linea tiene 2 defectos: el
1.ro consiste en no haver modo Ge-
ometrico p.a tirar la Curba del p.to A al
punto X, y assi de las demas p.tes inter-
medias entre estos p.tos y el 2.do en q.e
no se puede terminar el punto ulti-
mo X; tiene no obstante esta li-
nea muchas utilidades fundadas en
2 propiedades singulares la 1.a de las
quales es q.e qualq.ra Arco AN al qua-
drante total AC tiene la misma razon,

q.e la p.te AF al lado AB, y la 2.da q.e la Base BX, el lado AB, y el Arco AC son 3 cantidades continuas prop.s; y en estas propiedades se funda la resolucion de los Problemas sig.tes

Proposicion 15 Problema

Dividir el Ang.o ABL en 3 p.tes ig.s

Resolucion. Con el intervalo BA lado de la Quadratriz, descrivase el Arco AL, y del p.to O en q.e se corta la quadratriz, baxese la perpendicular OH sobre el lado AB; dividase AH en 3 p.tes ig.s en los p.tos E, F; tirense las

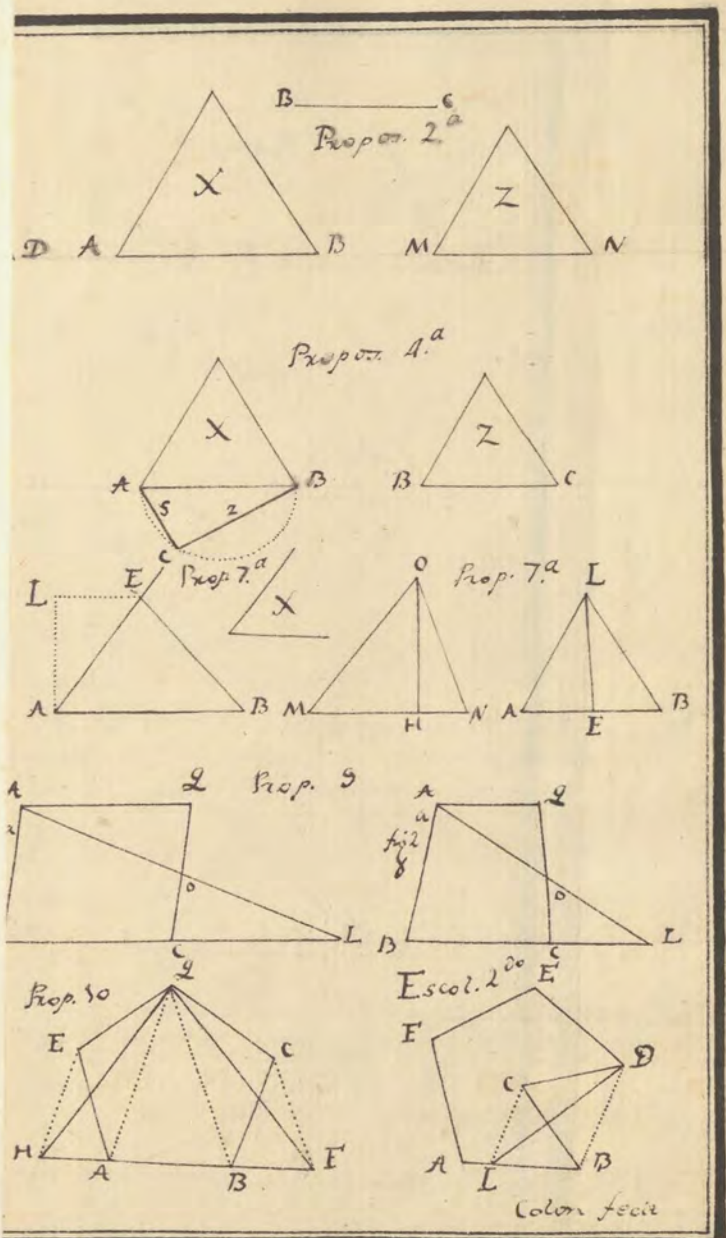
CK, Ft, paralelas â HO, y tambi-
en los radios BKu, Btr, q^e. divi-
dirán al Arco AL, ó bien al Ang^o. ABL
en 3 p^tes. ig^s.

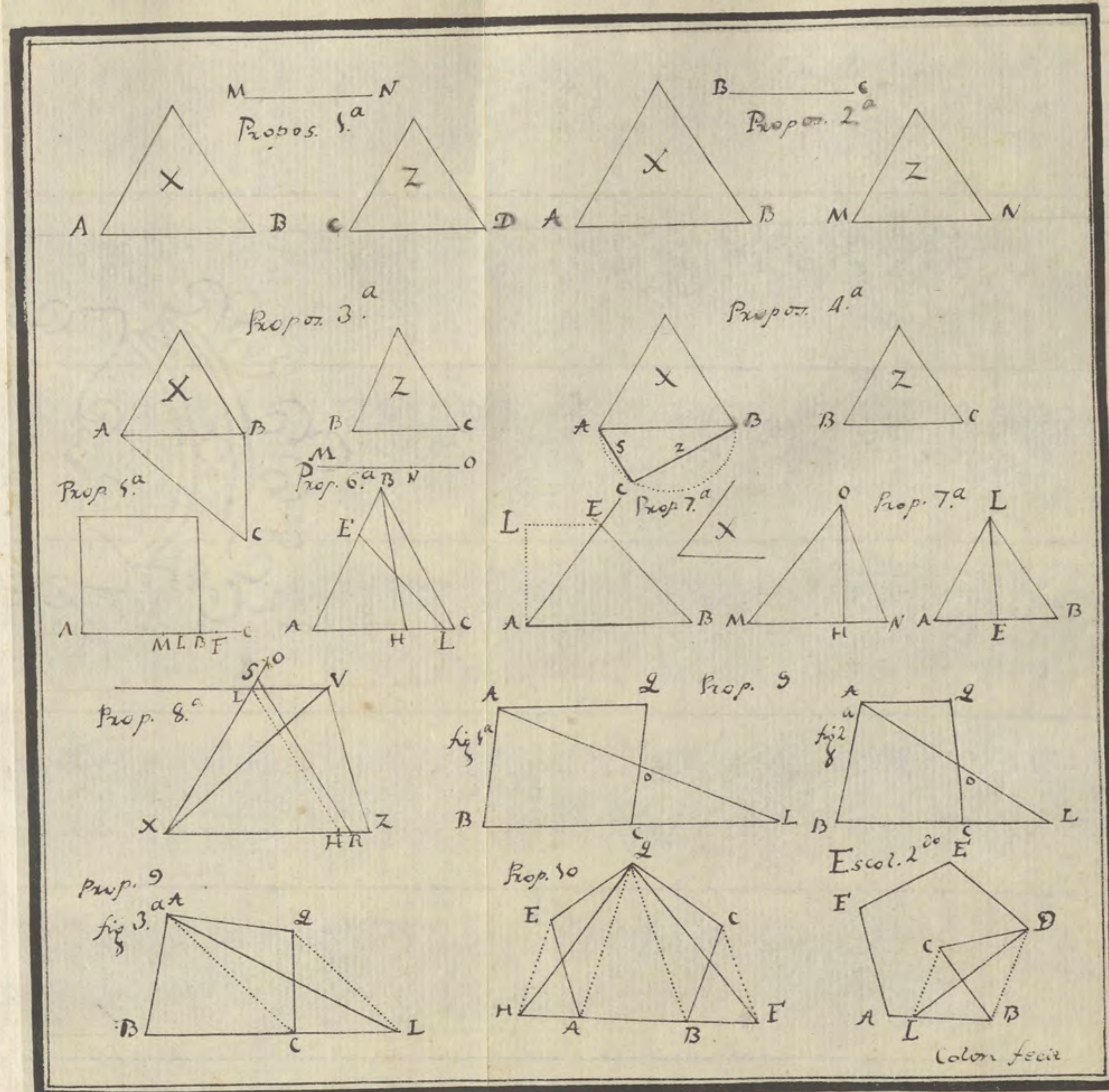
Si el Ang^o. fuesse obtuso se di-
vidirá por medio y desp^s. la mitad en
3 p^tes ig^s. y los 2 tercios de la mitad se-
rá el tercio del todo.

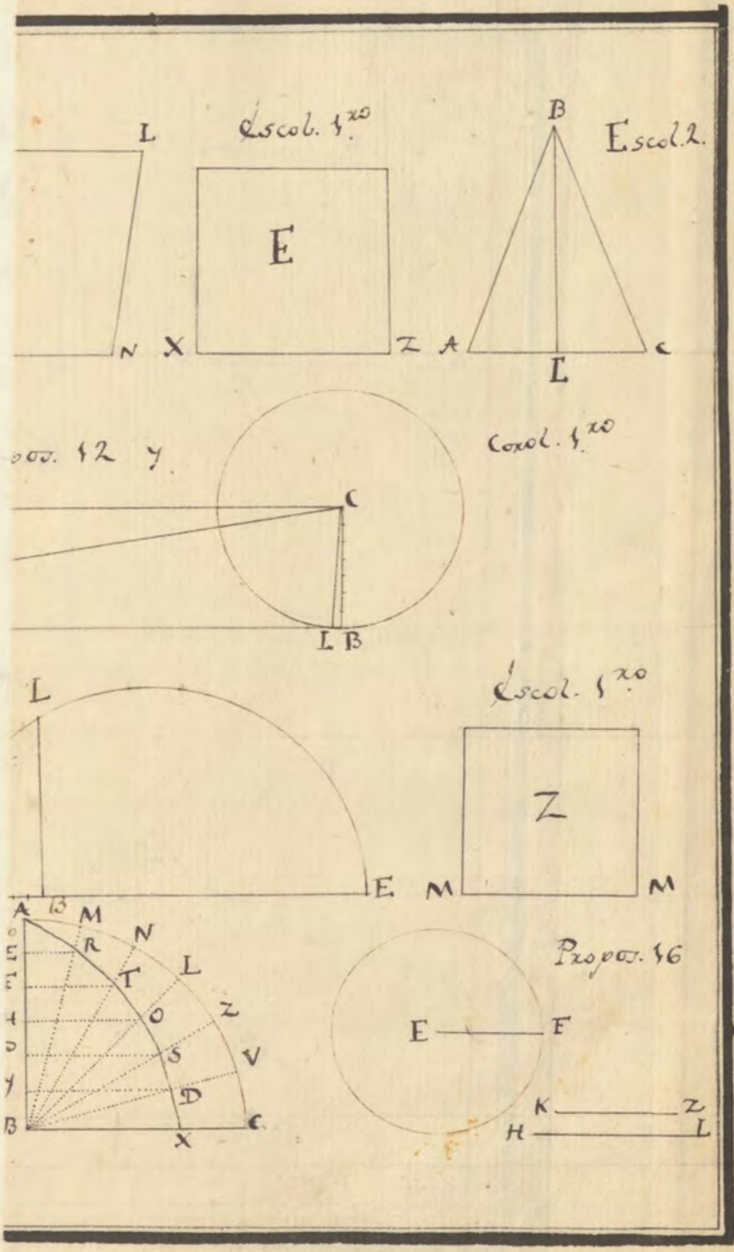
Proposicion 16. Problema

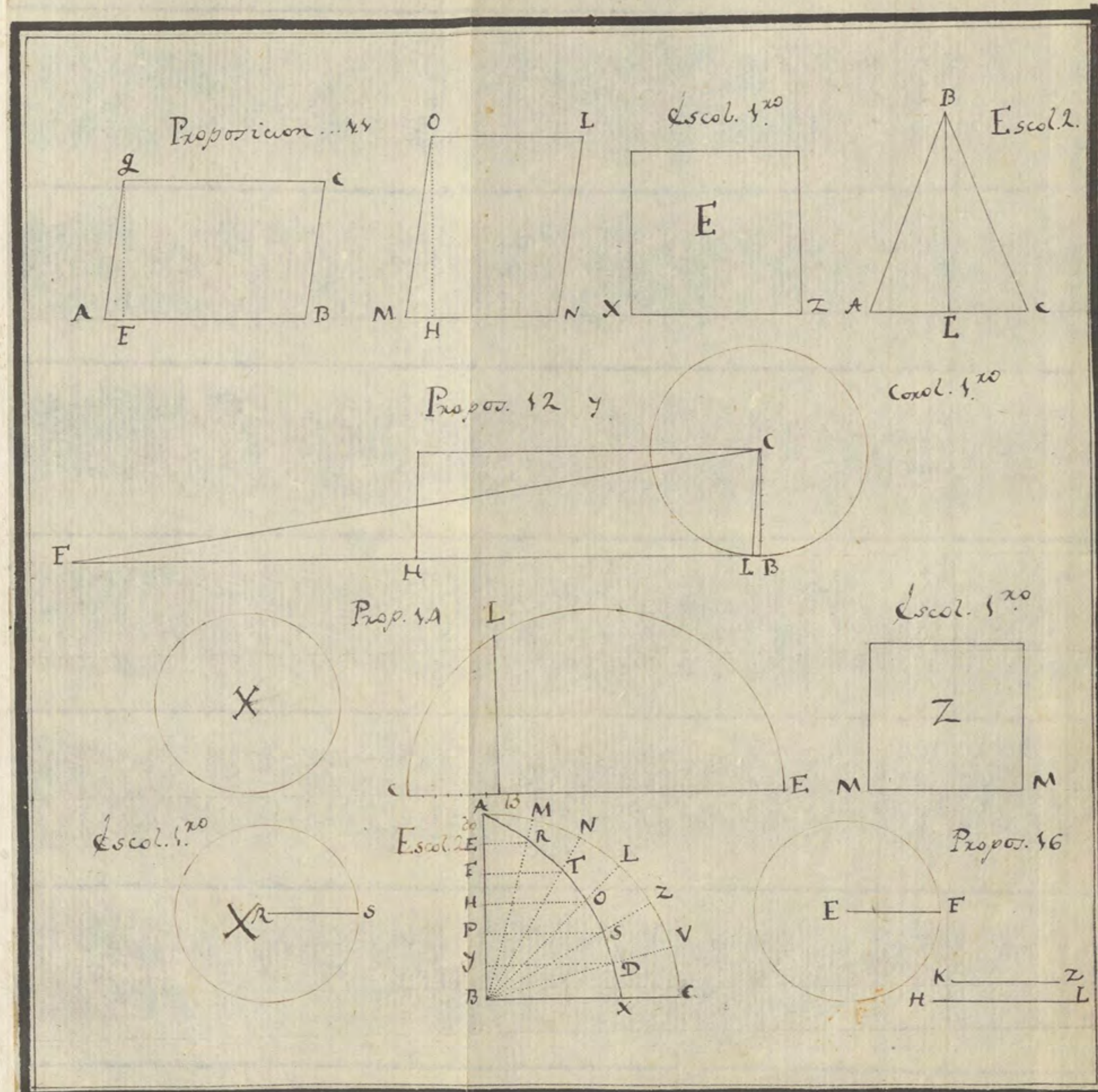
Dado el Radio CF de un circulo, hallar
la circunf^a.

Resolucion. A las 2 rectas BX, AB,
hallese la 3^a. pp^nal AC. q^e. será la
4^a. p^te de la circunf^a. de un circu-


Propos. 2.a
Propos. 4.a
Prop. 7.a
Prop. 7.a
Prop. 9
Prop. 10
Escol. 2.do
Colon fecit


Propos. 1.a
Propos. 2.a
Propos. 3.a
Propos. 4.a
Prop 5.a
Prop. 6.a
Prop. 7.a
Prop. 8.a
Prop. 9
fig 1.a
fig 2
fig 3.a
Prop. 10
Escol. 2do
Colon fecit


Escol. 1ro
Escol. 2.
E
Z
L N X Z A B C L
Corol. 1ro
pos. 12 y
C
L B
Escol. 1ro
L
E M M
A B M N R T L O Z S V D B X C
Propos. 16
E F
K Z
H L



Proposicion... 11
Escol. 1.ro
Escol. 2.
Propos. 12 y
Corol. 1.ro
Prop. 14
Escol. 1.ro
Escol. 1.ro
Escol. 2
Propos. 16

lo, cuio radio es AB, ā las 3 rectas AB, AC, &c, hallese la 4.^a ppl KZ q.^e sera la 4.^a p.^te de la circunf.^a q.^e se busca.

Escolio. Hallada la circun.^a es facil hacer un quadrado ig.^l al circulo como se ha dicho.

Libro Quinto del Uso de algunos Intrumentos

Sirven los Instrumentos para facilitar las practicas sobre el Papel, y en el terreno, y son casi infinitos los que se han inventado para el uso de la Geometria, Astronomia, Nautica &c segun el fin para que se aplican: los que mas conducen á la Geometria Practica son La Pantometra; el Semicirculo; el Quadrado Geometrico, y la Plancheta ó Mesilla como se verá en los Capitulos siguientes en quienes

De la Pantometra

Se declara el principal uso de cada uno, como tambien algs. Practicas sobre el terreno con cuerdas y piquetes

Capitulo Primero De la Pantometra.

Esta voz Pantometra quiere decir Medida universal; llamase tambien Compas de Proporcion, porqe todos los Problems se resuelven hallando una med.a 3.a o 4.a ppl, con solo abrir mas o menos en el Instrumto, pues en qualqra abertura se hallaran triangulos Isosceles semeimtes, cuias bases son proporcionales con los lados. En la Pantometria se ponen varias lineas divididas, siendo las mas comunes la de Partes Yguales, la de los Poligonos, la de las cuerdas, la de los Planos, la de los Solidos, y la de los Metales

De la Linea de Partes Yg.s

Esta Linea llamada tambien Arithmetica esta en 200 p.tes iguales dividida regularmente q.e se numeran desde el centro donde concurren, y por ella se resuelven los Problemas siguientes.

Proposicion 1.ª Problema

Dividir una recta en las p.tes iguales q.e se quiera.

Explicación. Propongase dividir la recta AB en 100, p.tes iguales.

Resolucion. Abrase la Pantometra de suerte que la distancia AB se ajuste en los p.tos 100, 100, y sin abrir y cerrar el Instrumento, se tomarà la distancia de los p.tos 90, 90, q.e se pasarà desde A hasta L, y la dist.a AL, serà de 90 p.tes de la Linea AB, y de este modo se pasaràn todas las distancias transversales, y se tendrà dividida la recta AB en 100 ptes iguales. Consta de la Prop 1ª del Libro Sexto de Euclides.

Escolio. Si la recta MN se quiere dividir en 2 p. q.e tengan la razon de 5:3, se tomaràn 2 num.s en la razon 50, y 30, y porq.e sumados hacen 80, se abrirà la Pantometra de suerte q.e la recta MN se ajuste entre los puntos 80 y 80, y tomando la distancia entre 30 y 30, se passarà desde M hasta O, y se tendrà dividida la linea como se pide.

Proposicion 2.da Problema

A las 2 rectas dadas AB, EF hallar una 3.a ppnal.

Resolucion. tomese con el compas la distancia AB, q.e se passara sobre la linea de p.tes ig.s desde el centro C hasta M; abrase la Pantometra de suerte, q.e la recta EF se ajuste transversalm.te entre los p.tos M, M, y sin mover el Instrum.to la misma recta EF desde el centro C hasta N, y las distancia N, N sera la 3.a ppl q.e se busca, p.r q.e en los triang.s semejantes CMM, CNN, son pps CM:MM::CN:NN, esto es AB :: CF :: CF : NN

Proposicion 3.ª Problema

A las 3 rectas, A, C, F, hallar una 4.ª ppl.

Resolucion. tomese la 1.ª A, q.e se pasará desde C hasta M, hazase la pantometra de suerte q.e la 2.ª C se ajuste entre los p.tos M, M, tranfierase la 3.ª F, desde C hasta N, y la dist.ª N, N será la 4.ª ppl q.e se pide.

De la Linea de los Poligonos.

Sirve esta Linea p.ª los Poligonos regulares desde 3 hasta 12 lados, y se

usa de ella segun los Problem.
sig.tes

Proposicion 1.a Problema

Sobre la recta AB formar un Poligono regul.r y sea el de 9 lados.
Abrase la Pantometra de suerte q.e la recta AB se ajuste entre los p.tos 9, 9, y tomando la dist.a entre los p.tos 6, y 6, se tendra el radio de un circulo, en cuia circunf.a se ajustara 9 veces la recta AB. Fundase esta Practica, en q.e el lado del exagono regul.r es igual al radio, y por esto se toma la distanc.a entre los p.tos 6 y 6

Proposicion 5.ª Problema

Dado un circulo inscrivir qualq.ª Poli-
gono regul.ª y sea el de 5 lados.

Resolucion. Abrase la Pentometra
de suerte q.e el radio CA se ajuste
entre los p.tos 6 y 6, y p.ª q.e se requiere
el Pentagono regular tomese la dis-
t.ª entre los p.tos 5, y 5, y esta divi-
dirá la circunf.ª en 5 p.tes y q.e y se ten-
drá el Pentagono.

De la Linea de las Cuerdas

En esta Linea llamada tambien
Cordometrica se contienen las Cuer-
das de todos los grados del Semicir-

culo, y â ella pertenecen los Problemas sig.tes

Proposicion 6.a Problema

De un Circulo dado cortar qualq.r Arco y sea el de 70

Resolucion. Abraso la Pantometra de suerte q.e el Radio ZX, se ajuste entre los puntos 60, 60, y tomando la dist.a entre los p.tos 70, 70, se pasará en la circunf.a desde Z hasta t, y el Arco tZ será de 70.°

Esta Practica y las siguientes se fundan, en q.e el Radio es la cuerda de 60.°

Proposicion 7.a Problema

Sobre la recta dada XZ form.r

171

un ang.º de qualq.ª numero de gra-

dos.

Resolucion Con el intervalo x z

descrivase un circulo, y abrase

la pantometria de suerte, q.e la rec-

ta x z se ajuste entre los p.tos 60,

60, tomese la dist.a entre 70, 70 (sirve

pide el ang.º de 70 %), q.e se pasarà des-

de z hasta t, y tirese t x, y serà

el ang.º x de 70.º

Proposicion 8.ª Problema.

Dado un ang.º x, hallar el valor

de sus grados

Resolucion con qualq.ª intervalo x z

describase el Arco Zt, abrase la Pantometra de suerte q.e el radio xZ se ajuste entre los p.tos 60, y 60, y tomando la dist.a Zt, veasse a que punto se ajusta transversalm.te y su p.to q.e se acomode entre los puntos 70 y 70 se dirá q.e el Ang.o x es de 70.

Proposicion 9 Problema

Sobre una recta dada AB form.r qualq.a Poligono regular, y sea el Octagono.

Porq.e el lado del Octagono Regular es la cuerda de 45.o abrase la Pantometra de suerte q.e la rec.

ta AB se ajuste entre los p.tos 15, y 15, y tomando la dist.a entre los p.tos 60 y 60 se tendrá el Radio del circulo, en cuia circunf.a se ajustara 8 veces la recta dada AB.

Escolio. Si dado el circulo se ha de inscrivir el Octagono Regular, se abrirá la Pantometra de suerte, q.e el Radio se ajuste entre los p.tos 60 y 60, y tomando la dist.a entre 15 y 15, se tendrá el Octagono Regular.

De la Linea de los Planos.

Entre los muchos Problemas q.e se resuelven en la linea llamada Plano-

Metrica, ó Geometrica, los mas principales son los sig.^{tes}

Proposicion 1.a Problema

Hallar la razon q.^{e} tiene un rectilineo X á su semejante Z.

Resolucion. tomese el lado AB, y ajustese transversalm.^{te} á qualesquiera dos puntos de esta linea, y sea á los puntos 10, y 10; tomese el lado homologo EE, y vease á q. punto se ajusta transversalm.^{te} y supuesto q.^{e} se ajuste entre 20, y 20, se dirá q.^{e} el rectilineo X al rectilineo Z tiene la razon de 10. 20; ó bien q.e el Rectilineo A es duplo del Rectilineo Z. Fundase esta practica en q.e las Figuras semejantes son como los quadrados de sus lados homologos

Escolio. Si las rectas AB, CF fue-sen Diametros de circulos, seria el circulo 1.ro duplo del 2.do

Proposicion 11 Problema

Hacer una fig.a semej.te a otra en qualq.ra razon dada

Explicacion. Sea dado el Rectilineo A, y se pide otro semej.te q.e sea su mitad.

Resolucion. tomense dos num.s como

10 y 20 en la razon dada: abra-
se la Pantometra de suerte q.e la rec-
ta A.B. se ajuste entre los puntos
10 y 10, tomese la distancia entre 20,
y 20, q.e será el lado homologo del
Rectilineo q.e se pide.

De la Linea de los Solidos

Por medio de esta Linea llamada
Estereometrica, se halla la razon
entre 2 solidos semejantes; se hace un
solido semejante á otro en qualq.ra ra-
zon dada; se saca la raiz cubica de
qualq.r num.o; se hallan 2 medias pps
y el calibre de las Balas.

Libro Quinto

Los Problemas mas principales son los sig.^tes

Proposicion 12 Problema

Hallar la razon entre 2 solidos semej.^tes

Explicacion. Sean las lineas A, y B, lados homologos de 2 solidos semej.^tes y se pide la razon q.^e tienen entre si.

Resolucion. Tomese la recta A, y ajustese transversalm.^te a iguales q.^ra 2 p.^tos de esta linea, y sea entre 60, y 60, y sin mover el Instrum.^to veasse a q.^e p.^to se ajusta transversalm.^te la recta B; y sup.^to sea entre 8 y 8.

se dirá q.^e el Solido de la Recta A, al Solido de la recta B, tiene la razon de 64:8 ó bien la de 8:1.

Escolio. Las rectas A, y B, pueden ser lados Homologos de Paralelepipedos semej.^tes Prismas, y Piramides, como tambien Diametros de las Bases de Conos y Cilindros semejantes ó bien de 2 Esferas; pues siendo semej.^tes son como los Cubos de sus lados homologos.

Proposicion 13 Problema

Hallar un solido semej.^te á otro en qualq.^ra razon dada.

Explicacion Sea dado un Cubo, cu-

ço lado es la recta A, y se pide o-
tro q̃e sea los $\frac{2}{5}$ del 1.ro esto es q̃e
el 1.ro al seg.do sea :: 5 : 2

Resolucion. Tomense 2 num.s como
50 y 20 en la razon dada; abrase la
Pantometra de suerte, q̃e la recta A
se ajuste entre los p.tos 50 y 50; y to-
mando la dist.a entre 20 y 20, se ten-
drà el lado del Cubo q̃e se pide. Lo mis-
mo se harà, tomando los Diametros
de las Esferas, ò qualesq.ra lados homo-
logos de Solidos seme.tes

De la Linea de los Metales

Sirve esta linea llamada Metalica

pª hallar la razon de los Solidos se-
mejantes de diversas materias, y
las divisiones de dha linea se no
tan con los caractères de los Plane-
tas como sigue

El Sol.. ☉ . . . . . . significa . . . el Oro
Saturno ♄ . . . . El Plomo
La Luna.. ☾ . . . . La Plata
Venus.... ♀ . . . . El Cobre
Marte... ♂ . . . . el Hierro
Jupiter ♃ . . . . El Estaño
Mercurio. ☿ . . . . El Azogue

En los Metales se ha de conside-
rar el Peso, y la Magnitud, de suer-
te, q.e si los Solidos semejantes de

metales diversos fuessen de igual Peso, tendrian Magnitudes desiguales, y si fueren de ig.l Magnitud, ten- drán desigual Peso; pero entre las Magnitudes deven estar en razon reciproca de los Pesos; y al contrario.

La proporcion de los Diametros de Globos de ig.l Peso es como sigue

Diamet.s de ig.l peso	
Oro	500
Azogue	559
Plomo	592
Plata	645
Cobre	643
Laton	652
Hierro	668
Estaño	684.

Prop.n 14 Problema

Dado el Diametro A de un Globo de Pla- ta, hallar el Diame- tro de un Globo de Es- taño de ig.l peso

Resolucion. Abra'e la Pantometra de suerte, q.^l el Diametro A se ajuste entre los puntos de la Plata, y tomando la distancia entre los p.^tos del Estaño se tendrá el Diametro de un Globo de es-te metal, q.^l pesará tanto como el de plata.

Capitulo 2.^do Del Semicirculo ô Grafometro.

El Semicirculo, ô Grafometro es uno de los instrum.^tos mas usados en la Geometria Practica, assi sobre el Papel como en el terreno, por cuio medio se forma qualq.^a Ang.^o ô Trq.^ra; se tira una Paralela; se mide una dist.ª ó altura; y se levanta el plano de qualq.ª recinto: Para esta practica sobre el terreno suele tener se un Semicirculo de 15 á 18, pulgadas de Diametro, y sobre este hai 2 Pinulas, ó Dioptras, ó bien un Anteojo, p.ª dirigir las Visuales, y en el Centro una Regla movible con sus Pinulas, ó Anteojo, llamada comunm.te Alidada.

El Principal uso de este instrum.to se contiene en los Problemas siguientes

Proposicion 15 Problema

Formar qualq.r Ang.º sobre el terreno.

Explicacion: Pidese form.r un Ang.o de 20.o en el punto L de la recta LA.

Resolucion. Pongase el centro del Semicirculo en el punto L, de suerte q.e p.r el diametro Vt se vea el punto A y poniendo la Alidada á los 20.o tirese la visual ZB, y el Ang.o BLA sera de 20.o

Escolio 1.ro Si se huviera de levantar una perpendicular, se pondria la Alidada á los 90.o

Escolio 2.do Si se huviere de hacer la operacion sobre el Papel se pondria el centro del Semicirculo en el punto L ajustando el radio sobre la recta LA, y señalando el punto B en la visual que pasa p.r los 40.°, se tiraria la recta LB, y se tendria el ang.° BLA de 40.°

Para las Practicas sobre el papel se tiene un pequeño semicirculo de 3 á 4 pulgadas de diametro.

Proposicion 16 Problema

Dado el Punto B sobre el terreno tirar por el una paralela á la recta LA.

Resolucion. Pongase el Semicirculo en

el p.to L. de suerte q.e p.r el Diame-
tro se vea el p.to A, y p.r la Alidada
el p.to B, y notese el Ang.o BLA; pon-
gase despues el Semicirculo en el
p.to B, y formese el Ang.o LBK=BLA,
q.e p.r ser alternos, las rectas LA, KB,
seran Paralelas.

Proposicion 17 Problema

Medir la distancia AB accesible so-
lam.te en el p.to B.

Resolucion. Pongase el Semicirculo en
el p.to B de suerte q.e p.r el Diam.tro se vea
el punto A, y p.r la Alida qualq.r punto

en la camp.ª como L, y sup.to q.e el ang.º B se halló de 50.º se medirà la distancia BL, q.e se supone de 457, pies. Pongase el semicirculo en L, dirigiendo por el Diametro la visual LB, y por la Alidada la recta LA, y sea el Ang.º ALB, de 70.º, luego el Ang.º LAB serà de 60, y en el triang.º ABL, conocidos los Ang.s y el lado BL, se hallarà la dist.ª AB con la proporcion sig.te

Como el seno del Ang.º A = 60.º... C.L.0.0624694

Al Lado BL = 457.......... 2.6599162

Assi el seno del Ang.º L = 70.º.... 9.9729858

Al lado AB = 496 pies..... 2.6953714

y se hallarà q.^e la dist.^a AB es de 496 p.^s

Escolio. En semejantes Practicas se han de observar 2 cosas: la 1.^a que los Ang.^s no sean muy agudos, y la 2.^da q.^e la recta BL, q.^e se mide sobre el terreno llamada Base tenga proporcion con la dist.^a q.^e se busca, esto es q.^e si la dist.^a AB es de 1000 pies, no se tome la Base BL de 10, o 12 pies solam.^te p.^r q.^e puede ocasionar error considerable.

Propos. 18 Problema

Medir la distancia AB del todo

inaccesible.

Resolucion. Pongase el Semicirculo en qualq.r punto F de suerte q.e por el Diametro se vea el punto L; dirijanse p.r la Alidada las Bisuales FB, FA, y sea el ang.o BFA de 48.° y el ang.o AFL de 32; midase la Base FL, y sea de 888 pies; pongase el semicirculo en el punto L, de suerte q.e p.r el Diametro se vea el punto F; dirijanse p.r la Alidada las visuales LB, LA, y sea el Ang.o BLF de 30,° y el Ang.o ALF de 100.° con lo qual se resolverán los triang.s sig.tes

Lo 1.ro en el triang.o BFL, se tiene FL = 888 pies, y siendo el angulo total en F de 80, y el ang.o BLF de 30, serà el angulo LBF de 70, con lo qual se hallarà el lado BF haciendo la ppn

Como el Seno del Ang.o B = 70.o	C.L.0.0270142
Al Lado FL = 888 pies	2.9484130
Assi el Seno del Ang.o L = 30.o	9.6989700
Al Lado BF = 472 pies	2.6743972

Lo 2.do en el triang.o ALF el ang.o total L es de 100.o y el ang.o AFL de 32, luego el Ang.o LAF serà de 48; tambien FL = 888 pies, por lo qual se halla-

rà A.F, haciendo la Proporcion.

Como el Seno del Angº LAF=48º. . C.L.	0.1289265
Al Lado FL= 888 pies- - - - - -	2.9484130
Assi el Seno del Angº ALF=100º. . .	9.9933515
Al Lado AF= 1177 pies- - - - -	3.0706910

Lo 3.º En el triangº AFB se tienen los lados AF, FB conocidos, y el Angº comprehendido F de 48.º con lo q.l se hallarà el angº FAB haciendo la Proporcion

Como la Sumª de los lad.s FA+FB=1649. C.L.	6.7827791
A la difª de los mism.s FA-FB= 705.	2.8481891
Assi la tang.te de la semisª de l.s Ang.s A+B=66º. .	10.3514169
A la tang.te de la semidifª de los mism.s = 43º,50'- -	9.9823851

Y restando la semidifª hallada 43º50'

de la Semisuma 66°, se tendrà, se tendrà el ang.° FAB de 22°, 30' con lo qual se resolverà el triang.° mismo ABF haciendo la ppn sig.te

Como el Seno del Ang.° FAB = 22°. 30'. C.L. 0.4233408
Al lado BF = 472 pies - - - - - - - 2.6739420
Assi el seno del ang.° AFB = 48° - - - - - 9.8740735

Al lado AB = 930 pies - - - - - - 2.9683263

Proposicion 49 Problema

Medir la Altura AB accessible en el punto B.

Resolucion. Pongase el Semicirculo en el punto L à la extremidad de un piquete, perpendicular à la base LB, de suerte q.e el Diametro tY tenga la misma direccion q.e el piquete, dirijase la Alidada xZ, por la Visual CA, y notese el Angulo ACA, q.e se supone de 38°, y por consig.te su complem.to el Ang.o CAH será de 52°; midase la Base BL, =CH y sea de 222 pies y en el triangulo ACH, rectangulo en H se hallará AH haciendo la proporcion

Como el seno del Ang.o CAH = 52° ... c.L.o. 4034679

Al lado CH = 222 pies - - - - - 2.3463530

Assi el seno del Ang.o ACH 38° - - - - 8.7893420

2.2394629

Al lado AH = 473 - - - - -

Y añadiendo CL = HB altura del Instrum.to q.l se supone de 5 pies, se tendra la Altura AB q.l se pide 178 pies.

Proposicion 20 Problema

Medir la altura AB del todo inaccesible.

Resolucion. Puesto el Semicirculo en qualq.r punto L, observese el angulo ACH y sea de 75.o y retirandose a otro punto M, observese el Ang.o ADH, y sea de 42.o; midase la dist.a ML = CD, y sea de 80 pies; y en el triang.o obliquangulo ADC, se tendrá conocido el lado CD, y todos los ang.s p.r q.l siendo el Ang.o esterno ACH de 75.o e igual

á los 2 internos y opuestos A, y C
siendo el ang.º C de 42º, será el Ang.º
A de 33, con log.l se hallará el valor de
AC, haciendo la proporcion.

Como el Seno del Ang.º CAC = 33º. C.L. 0.2638912
Al lado CC = 80 pies - - - - - 1.9030900
Assi el Seno del Ang.º ACC = 42º. . . 9.8255109
Al lado AC = 98 p. 1.9924921

Y en el triang.º rectang.º ACH, conoci-
da la Hipotenusa y los Ang.s se halla-
rá AH = 95 p. y añadiendo 5 pies p.a
la altura del instrum.to se tendrá la
altura AB = 100 pies.

Escolio 1.ro si la torre AB esta

sobre un Monte, se hallarà Prim.ro la altura del Monte BQ, y desp.s la altura AQ, y restando la menor de la Mayor se tendrà la dif.a AB q.e se busca.

Escolio 2.do si desde el p.to C de la torre CH, se quiere medir la altura de la Torre AB, se medirà CH=LB, y observando el Ang.o BCH, se hallarà la dist.a HB q.e es ig.l CL, resolviendo el triang.o CHB, y teniendo conocido CL, y el Ang.o observado ACL se hallarà AL, resolviendo el triang.o rectang.o CLA. luego se tendrà AB=AL+LB.

Proposicion 28 Problema

Conocidas 3 distancias AB, BC, AC, y observados los ang.s x, z, hallar las distancias MA, MB, MC.

Resolucion. Concivase un circulo q.e pase p.r los puntos A, C, M, que cortará á la recta MB (alargada si es menester en el p.to F, y considerando las rectas AF, FC.

Lo 1.ro el ang.o s = x, y x = z. (Prop 21 Lib. 3o): luego en el triang.o AFC, se tienen conocidos los 3 ang.s y el lado AC, y se hallarán las distancias AF, FC.

Lo 2.do En el triang.o ABC

conocidos los 3 lados se hallarà el Ang.° A, del q.l quitando el ang.° x, se tendrà conocido el Ang.° BAF.

Lo 3.ro En el triang.° AFB, conocidos los lados AB, AF, y el Ang.° comprehendido BAF, se hallarà el ang.° ABM.

Lo 4.° En el triangulo MBA, conocidos los ang.s y el lado AB, se hallarān los lados MA, MB.

Lo 5.° En el triang.° BMC conocidos los lados MB, BC, y el ang.° z, se conocerà el lado MC.

Escolio 4.to Si resolviendo el triang.° ABC, se hallase q.e el ang.° A fuesse = z, en este caso el circulo pasarā p.r el p.to B, y el

Problema es indeterminado, p.^r en qual-
q.^a punto del Arco AMC, se formarán los
mismos Ang.^s x, z.

Escolio 2.^do Si resolviendo el triangulo
BAC, se hallase q.^e el Ang.^o A es menor
q.^e el Ang.^o z, el punto B caerá dentro
del circulo, y restando el menor del
Mayor, se tendrà sobre el ang.^o BAF

Escolio 3.^ro Si los 2 Ang.^s observados
x, z juntos fuessen ig.^s á 2 rectos la
estacion M se hallarà sobre la recta
AC; y resolviendo el triang.^lo ABC, se
hallarà el Ang.^o A, y en el triang.^lo
ABM, conocidos los Ang.^s y el la.

do AB, se hallaran AM, MB; y restando AM de AC, se tendrà CM.

Escolio 1.º Si los 2 Ang.s observados x, z fuessen mayores de 2 rectos, caerà el p.to M dentro del triang.º y conciriendo un circulo AMCF, y alargando BM hasta F, tirense las rectas AF, FC.

Lo 1.ro Conocido el Ang.º x, se tendrà su complem.to à 2 rectos AMF ig.l ACF, tambien conocido el ang.º z, se tendrà su complem.to CMF = = CAF, y en el triang.º ACF, conocidos los Ang.s y el lado AC, se hallarà el lado AF.

Lo 2.do En el triang.o ABC conocidos los lados, se hallarà el Angº BAC, y añadiendo à este el ang.o CAF se tendrà el total BAF.

Lo 3.ro En el triang.o BAF conocidos los lados FA, AB, y el Ang.o comprehendido, se hallarà el angulo ABF.

Lo 4.o En el triang.o AMB conocidos los Ang.s y el lado AB, se hallaràn las distancias MA, MB.

Lo 5.o En el triang.o BMC, conocidos los lados MB, BC, y el ang.o Z, se hallarà el lado MC.

Escolio 5.o Si los 3 p.tos A, B, C, estan en linea recta, conciviendo el circulo MAFC, y tiradas las rectas MBF, AM, MC, AF, FC,

Lo 1.ro siendo el ang.o z=x, y el ang.o x=s, en el triang.o AFC, conocidos los Ang.s y el lado AC, se conocerà el lado AF.

Lo 2.do En el triang.o BAF conocidos los 2 lados AB, AF, y el ang.o comprehendido z, se hallarà el ang.o FBA q.e es = ~~BAM~~ CBM, y p.r consig.te se tendrà el ang.o ABM, q.e es su complem.to à 2 rectos.

Lo 3.ro En el triang.o MBA conocidos los Ang.s y el lado AB, se hallaràn las dist.s MA, MB, Lo 1.º q.e en el triang.º MBC conocidos los ang.s y el lado MB, se hallarán las distancias MC.

Escolio 6.º Si las distancias AB, AC, se ven p.r un mismo áng.º xo, de suerte, q.e los 3 p.tos B, C, M, esten en linea recta,

Lo 1.ro resolviendo el triang.º ABC, se hallará el Ang.º B.

Lo 2.do q.e en el triang.º MBA, conocidos los Ang.s y el lado AB, se hallarán las distancias MA, MB, y restando CB de BM, se tendrá la dist.a CM. Puede servir este Problema en el sitio de una Plaza p.a determinar la dist.a de una bateria á qualq.t objeto, sin medir bases sobre el terreno, ó bien p.a saver q.to dista de tierra un Navio puesto dentro del Mar

Capitulo 3.ro De la Plancheta

Entre los Instrum.tos Geometricos el mas sencillo y acomodado á la Practica es la Plancheta, ó Mesilla: esta consiste en una tabla Quadrada, ó Quadrilonga, con su pie, y una regla en fig.a de Paralelepido rectangulo llamada Bloch, y en una de sus superficies, tiene p.ª dirigir las visuales 2 hilos, ó un triang.º pilar, ó un plano debe ser siempre perpendicular sobre la plancheta: sirve este instrum.to p.ª levantar el plano de qualq.r recinto, territorio, Plaza, ó Provincia, y p.ª medir qualq.r dist.ª ó Altura: todas las operaciones consisten y se fundan en formar sobre el Papel una figura semej.te á la q.e existe sobre el terreno, haciendo en la plancheta triang.s semej.tes á los q.e forman las visuales en la campaña, y proporcionando los lados á una escala, ó Pitipie, q.e representa un numº. de varas, como se explica en los sigtes. Problemas.

Proposicion 22 Problema

Levantar el plano de qualqª. Terreno; esto es, pidese señalar sobre el papel los objetos A,B,C,D, en semejte. situacion à la qe. tienen sobre la Campaña.

Resolucion. Lo 1.ro formese una escala de varas p.ª qe. las visuales tiradas en 2 estaciones se corten dentro de la Plancheta, y esta escala se pegarà sobre una regla, como assimismo el papel sobre la plancheta pq. hoq. el plano.

Lo 2.do Pongase la Plancheta en qualq.r punto p. lo m.s oxizontal, q.e se pueda, de suerte q.e se descubran todos los objetos. Elijase qualq.r p.to q. desde el q.l p.r medio del Bloch, se dirijan las visuales ÉA, ÉB, ÉC, ÉD señalandolas sobre la plancheta con lapiz, ó en blanco, y escriviendo sobre ÉA, Arbol, sobre ÉB, Cruz &. y sin mover la plancheta, dirijase á qualq.r p.to del terreno la visual ÉQ.

Lo 3.ro Midase sobre el terreno la Base EQ, y sup.to q.e se hallo de 200 var.

se tomarán 200 p.^{tes} de la escala, q.^{e} se pasarán desde C hasta F.

2.º 4.º Llevese la Plancheta al punto 2, y dispongase horizontal-m.^{te} de suerte q.^{e} puesto el Bloch sobre la recta CF, se vea el punto P, y sin moverla, poniendo el Bloch en F, di-rijase la Visual FA, q.^{e} cortará à la CR en el punto V. dirijase la visual FB, q.^{e} cortará à la CS en el p.^{to} 2, y el p.^{to} V será la situacion del Ar-bol, el punto 2 la situacion de la Cruz &.

Demostracion. Correspondiendo el p.^{to}

C de la plancheta al punto P de la campaña, y el punto F sobre el punto Q, los triang.^s A.P.Q, C.4.F son equiangulos p.^r construccion: luego son semej.^tes y el punto 4 tendrà sobre la Plancheta semej.^te situacion respecto à los p.^tos C, F, q.^e el punto A sobre la campaña respecto à los puntos P, Q, siendo lo mismo en los demas objetos, y transfiriendo las rectas C1, C2, C3, C4, sobre la Escala, se savrà el num.^o de varas q.^e contienen las distancias CA, CB, CC, CD; esto es, q.^e assi como CF expressa las 200 varas, q.^e contiene la dist.^a PQ, assi C4 denotarà las varas, q.^e contiene la dist.^a PA, p.^r q.^e son sem.^s CF.PQ :: C4.PA, y assi de los demas; cuio modo de averig.^r los lados de un triang.^o se llama Resolucion Organica.

Escolio 1.^ro Quando se levanta un plano se han de señalar sobre el papel todas las cosas, q.^e son dign.^s de atencion en la campaña; esto es los Caminos, Cabas, Molinos, Barrancos, Bosques, Alturas, Rios &, segun el fin p.^r q.^e se hace.

Escolio 2.^do Quando sobre el plano se ha de poner una curba muy irregular como la margen de un Rio, se tira sobre el terreno la recta A.B, y sobre ella se levantan muchas perpendiculares A1, c2, B38. y pasando la recta sobre el papel se divide en p.^tes semej.^tes y levantando perpendiculares de ig.^l num.^o de p.^tes á las q.^e se hallaron en el terreno, se describirá p.^r sus extremos una curba, y quedará figurada la margen del Rio, como esta en el terreno.

Escolio 3.^ro Si sobre el plano general se ha de poner el de una Casa situada en la Campaña, se han de determinar sobre la plancheta 2, ó 3 puntos expresos de ella; y haciendo el detall particular de la Casa se figurará sobre el plano, tomando las medidas de la Escala.

Escolio 4.^o Haviendo de levantar el

Plano de una gran Plaza muy irregular conviene tomar primero el recinto de toda la Fortificacion, y señalar esta con el mayor cuidado, tomando 1.ro los Ang.s flanqueados de todos los Baluartes, y desp.s con bases mas pequeñas, se determinarán los dem.s ang.s entrantes y salientes; porq.e si de un p.to se quieren llevar con la Plancheta todos los Ang.s del Recinto, hasta concluir la Plaza, es facil en las muchas operaciones q.e se necessitan cometer algun pequeño error, el qual se aumenta insensiblem.te tanto, q.e q.do se llega à cerrar la Plaza, no se encuentra el punto primero en donde se esperaba, y assi conviene tomar al principio 6, o, 8 puntos los mas principales, y luego los demas intermedios: levantado el plano de la Fortificacion, se levantarà el de las Calles y Plazas, como tambien el de la Campaña vecina.

Escolio 5º Si huviera dentro de la Plaza dos, o, 3 torres, bien distant. entre si, desde las quales se descubriessen todos los ang.s del Recinto se podran tomar con mas exactitud los puntos principales, tomandolos desde dhas torres, poniendo sobre la Plancheta Horizonzal.

Escolio 6.º Siendo accessibles los objetos, q.e se han de señalar en el plano, con-viene medir las distancias sobre el ter-reno, y tomando de la Escala ig.l num.o de p.tes se formarà el triangulo.

Escolio 7.º teniendo 3 puntos a, b, c, cono-cidos en la Plancheta, q.e corresponden à los 3 A, B, C, sobre el terreno, se halla-rà el punto M de la Estaciòn de este modo. Sobre el papel à parte obser-
fig.1.a vese la dist.a AB, p.r el Ang.o x, y la dis-tancia BC p.r el Ang.o z, y formese en la Plancheta sobre la recta ab el segm.to

de circulo aMB capaz de recivir el ang.º x, y sobre bc el segm.to bMc capaz de recivir el ang.º z, y el punto M en q.e se cortan las circunf.s será el p.to M de la estacion: la razon es porque el ang.º x solo puede estar en la circunf.a aMb, y el Ang.º z en la circunf.a bMc: lu-ego la estacion M será la intersección de ethos Arcos.

Si los Arcos no se cortasen pasando un mismo Arco por los 3 puntos a, b, c, no se puede señalar el punto M. Lo mismo se practicará en la situacion de la Fig.ra 2.da

Si las rectas BC, BA (fig. 3.a)

se ven por un mismo Ang.º y se forma-
mará sobre ab el Segm.to de Circulo bMc
capaz de recivirlo, y alargando ca hasta
la circunf.a se tendrá el punto M.

Esta Practica es la misma
q.e se resolvió p.r trigonometría, y muy
conven.te en el uso de la Plancheta p.r
3 razon.s la 1.a p.r q.e teniendo 3 p.tos
se puede continuar el Plano; la 2.da
porq.e alg.s veces no se podrán medir
Bases competentes sobre el terreno;
y la 3.a porque haviendo de levan-
tar un plano grande se necessitan
muchos dias, y si los puntos de las
Bases sobre el terreno se pierden

se orientar ō rectifica la Plancheta en qualquier parte, y se puede continuar el Plano: este modo de señalar el punto de la Estacion se llama Cortarse ā si mismo.

fig. 1.ª Para evitar la molestia de construir geometricamente el segm.to de circulo capaz de recivir el Angulo dado, se corta de Papel el triang.º abc, y ajustando sus ang.s de suerte, que toquen las tres visuales se tendràn dos distancias MA, MC, con las quales se harà sobre la Plancheta la interseccion M, y se tendrà desde luego

el p.to q.e se busca, cuio methodo aunq.e Mecanico es m.s breve, y facil, y se conserva el plano limpio de circulos.

Escolio 8.o Antes de tirar qualq.r linea sobre la Plancheta, se ha de mirar con todo cuidado si esta bien orientada con la base de la Campaña.

Escolio 9.o Deve elegirse la base de longitud competente à la distancia del objeto esto es, q.e si la dist.a es muy grande, no sea la base muy pequeña, p.r q.e vista esta desde el objeto, formaria un Ang.o muy agudo, y es dificil en este caso hacer la operacion exacta.

Escolio 10. El Plano Original, q.e se levanta ha de ser en escala grande p.a q.e qualq.r error se haga sensible, y desp.s se reducirà à menor q.do se ponga en limpio.

Escolio 11. En el Plano de qualq.r territorio, ò Plaza se ha de poner una escala de varas, y si el Plano fuere de alg.a Provincia, ò Reyno, se pone una Escala de leguas maritimas, ò comunes, de las quales, 20 hacen un grado de Circulo maximo de la Tierra; y otra de leguas Españolas, de las quales

17½ hacen un grado de circulo maximo de la Tierra; y assi 20 leguas maritimas hacen 35 Españolas: la legua maritima tiene 6657 varas Castellanas; y la legua Española 7608 varas.

Escolio 42. Concluido el Plano se ha de poner en el la Linea Meridiana con los 8 vientos principales, lo que puede hacerse de este modo: puesta una aguja perpendicular en qualqª punto de la Plancheta, estando esta orientada con algª Base, notese la sombra qᵉ hace en el punto de medio dia, y esta será la Meridiana del Plano, qᵉ se dividirà en angˢ rectos,

y cada uno de estos por medio, con lo
qual se tendrán los 8 vientos principa-
les, y la parte que señala el Norte, se fi-
gurará con un Castillo, ò flor de Lis; tam-
bien se puede poner la meridiana con
una Brujula, lo que basta para el intento
de orientar el Plano; igualmente se po-
ne sobre un lado de este la explicacion
de todas sus partes

Escolio 43. Para medir las bases, se
tiene un Cordel, y mejor una Cadena
de 20 à 40 varas, con lo qual se ha-
ce mas breve la medicion, y sin expo-
nerse à error en el numero de varas

Proposicion 23 Problema

Medir qualq.ra distancia AB.

Resolucion Si la dist.a AB es accessible en su extremo B, se pondrà la plancheta en este p.to; tirese la visual BAA, y á qualq.r punto H del terreno la visual BSH; midase la Base BH; y sup.to q.e se hallò de 70 varas; tomense de la Escala 70 p.tes q.e seràn bH; transfierase la plancheta al punto H, de suerte q.e por la Hb se vea el punto B, y tirando la visual HA se tendrà cortada ba, q.e sobre la escala darà el num.o de varas, q.e tiene la dist.a AB sobre el terreno.

Escolio. Si la dist.ª AB fuere del todo inaccessible pongase la Plancheta en qual. q.ʳ p.ᵗᵒ M, y sobre ella señalese el p.ᵗᵒ m; tirese la Visual mpB, como tambien la mhA, y otra sobre el terreno, como mg al punto K; midase sobre el terreno la distancia MK, y si se halla de 50, ó 100 varas, tomense de la escala igual num.ᵒ de p.ᵗᵉˢ y notese este num.ᵒ sobre la plancheta, desde el p.ᵗᵒ m, al punto s; transfierase el instrum.ᵗᵒ al punto K, y rectificandole al punto m, tirense las visuales sB, sA, q.ᵉ cortarán á las 1.ʳᵃˢ en los p.ᵗᵒˢ b, a; tirese la recta ab, q.ᵉ transferida sobre la escala dará en p.^tes de ella el num.º de varas, de q.^e consta la dist.^a AB.

Proposicion 24 Problema.

Medir la altura AC, accesible en el punto C.

Resolucion. tirese la recta vs á un lado de la plancheta, y elijase en ella qualq.^r punto a, de manera, q.^e situando la Plancheta, quede la us paralela al horizonte: tirese la visual ahA; mida-se la distancia DC, y tomando de la Es-cala ig.^l num.º de p.^tes á las varas, q.^e con-tiene, determinese con este num.º la dis-

tancia ab, y levantando en este p.to
la perpendicular bh, dará esta el num.o
de varas, de q.e consta la altura Bk, á
la q.l añadiendo la del instrum.to BG, se
tendrá la total AC, q.e se busca.

Escolio. Si la Altura es del todo inac-
cesible, p.ta la planchota verticalm.te en
F, tirese la visual shA, y p.ta la plan-
cheta en K, suponiendo, q.e FK sobre el
terreno se halló de 60 varas, se determi-
nará de ig.l num.o de p.tes la recta se, y
tirando la visual ezA, cortará á la sh
en el punto m, y baxando la perpendi-
cular mc, esta dará sobre la escala
en p.tes de ella, el num.o de varas q.e
contiene la altura AD, á la q.l aña-

diendo la del instrumento se tendrà la total AC, q.e se pide

Capitulo 3.o De Algunas prac-ticas sobre el terreno con Cuerdas y Piquetes

Proposicion 25 Problema

Dado un ang.o Z sobre el Terreno hacer otro ig.l en el punto A de la recta AB.

Resolucion. De una linea dividida en partes tomense quales q.ra como 15, 20, y con este intervalo descrivase el Arco XV, y sup.to q.e la cuerda XY se

hallò sobre la Escala de 50 partes, se
medirà sobre el terreno la recta AM
de las 15, o, 20 varas, q.e se tomaron
p.a radio, y describiendo el Arco MR,
en el qual se ajustarà la cuerda MR
de 10 varas, y extendiendo la cuerda
AR fixada en el Piquete A se ten-
drà el ang.o RAB sobre el terreno ig.l
al dado Z.

Escolio. Si se pide levantar una per-
pendicular en el punto A de la rec-
ta AR tomese qualq.a dist.a AM,
y sea de 10 varas; fixese en A un
piquete con una Cuerda de 10 varas, y

otra ig.l en M, q.e se juntarán en S,
y de suerte q.e MS = SH.
alarguese MS hasta H, y tirando la
recta MH se alargará AH, y el ang.o
HAM será recto, porq.e si en el pun-
to S se hace centro, y se descrive un
circulo, pasará por los 3 p.tos M, A, H,
y (Prop. 31 Lib. 3.o de Eucli) el ang.o MAH
en el semicirculo es recto.

Proposicion 26 Problema

Medir la distancia AB accessi-
ble en el punto B.

Resolucion. Pongase un Piquete en B,
y sobre la misma linea AB, y otro en
R, dirigiendo la visual advitraria BRH

hagase RH = RB, en H formese el an-
g.º BHM = ABH, busquese el punto M de
suerte, q.e s.re el, y el punto R se vea
el punto A, y midiendo la distan-
cia HM, se tendrà la q.e se pide AB.
Consta de la Prop. 26 del Lib. 1.xo de Eucl.s

Proposicion 27 Problema

Medir la distancia AB del todo inac-
cesible.

Resolucion. Pongase un piquete en
qualq.r punto H, y en la direccion
HB otro en L, sobre la direccion AH
otro en F; dividase HL por medio
en K, y HF por medio en C; sobre

la direccion FB otro piquete en Y, y sobre la direccion LA otro en C, dividanse CH, y HY p.r medio en N y M, y tirese KMR, y QNS, hasta encontrar AF, y LB; midase la dist.a RS, que será mitad de AB.

Demostracion. Siendo HK mitad de LH, como MH mitad de HC, serán las rectas LA, KR paralelas, y en los triang.s semej.s HMR, HCA, siendo HM mitad de CH, será tambien HR mitad de AH; del mismo modo se demostrará que HS es mitad de HB: luego (Prop. 2.a Lib. 6.o de Eucli) RS, y AB son paralelas, y en los triang.s semej.s HRS, HAB sera HR : AH :: RS : AB : luego RS es la mitad de AB.

Escolio. De aqui se puede sacar el modo de tirar una paralela á una recta, ó dist.ª inaccesible.

Proposicion 28 Problema

Medir la Altura AQ accesible en el punto Q.

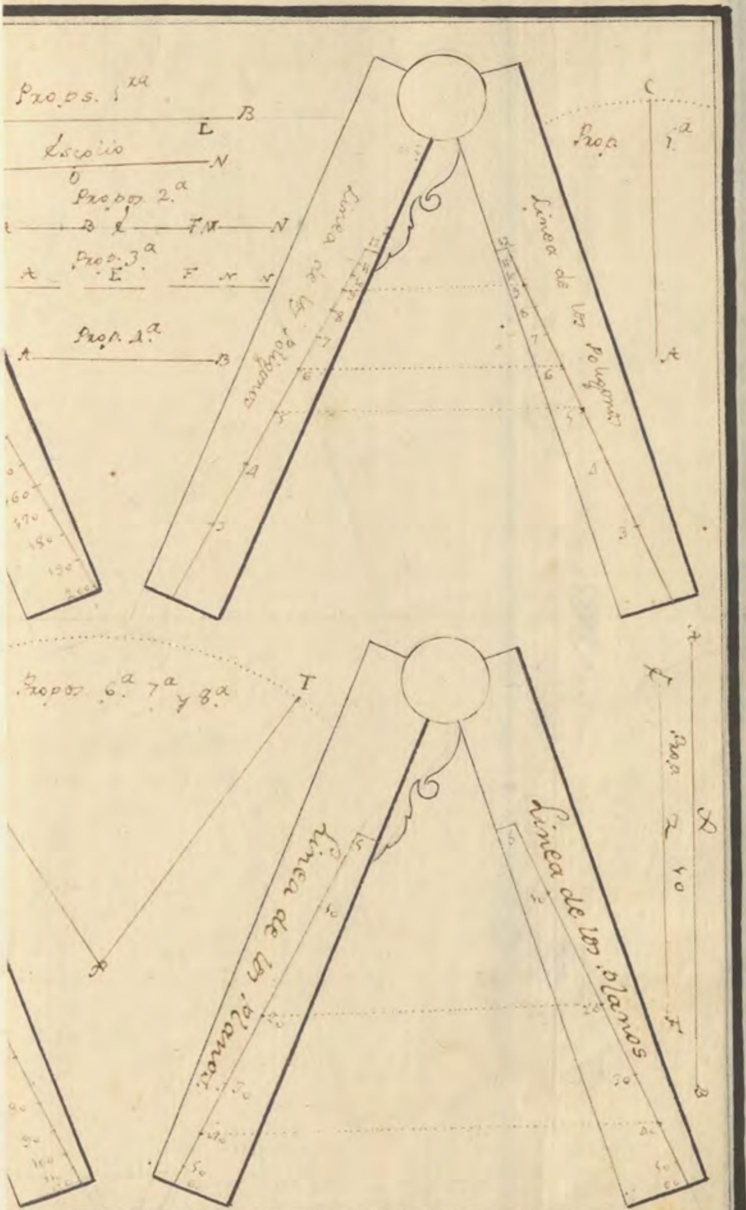
Resolucion. ~~tomense~~ 2 Piquetes, ó reglas desiguales MH, BF, pongase el Piquete maior en H perpendicular en el plano del Orizonte, y apartandose alg.ª dist.ª sobre la misma

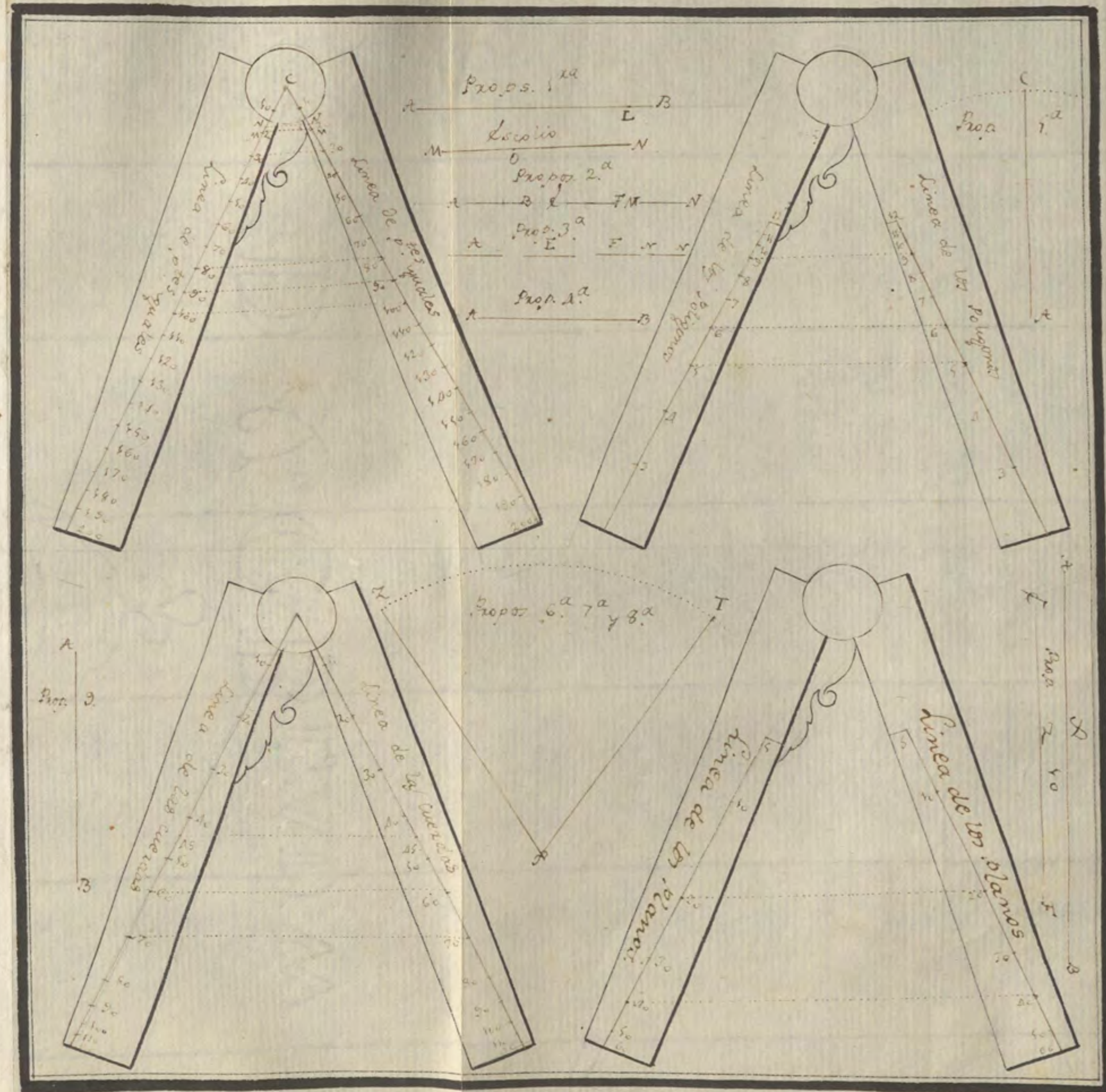
linea, pongase tambien perpendicu-
lar el menor, de suerte que por su
extremo B, y el del Piquete mayor
M, se vea el punto A, midase
FQ = BS, y sea de 164 pies, midase
tambien la distancia entre los 2 piq.^s
FH = BO, y sea de 12 pies, y supues-
to q.^e la dif.^a entre los 2 piquetes MO
es de 3 pies se harà la proporcion:
BO : OM :: BS : SA, y añadiendo la altu-
ra del Piquete menor BF = SQ de
4 pies, serà toda la altura AQ de
45: esto es 12 : 3 :: 164 : x = 41 + 4 = 45.
Consta de la Semejanza de los triang.^s

Proposicion 29 Problema

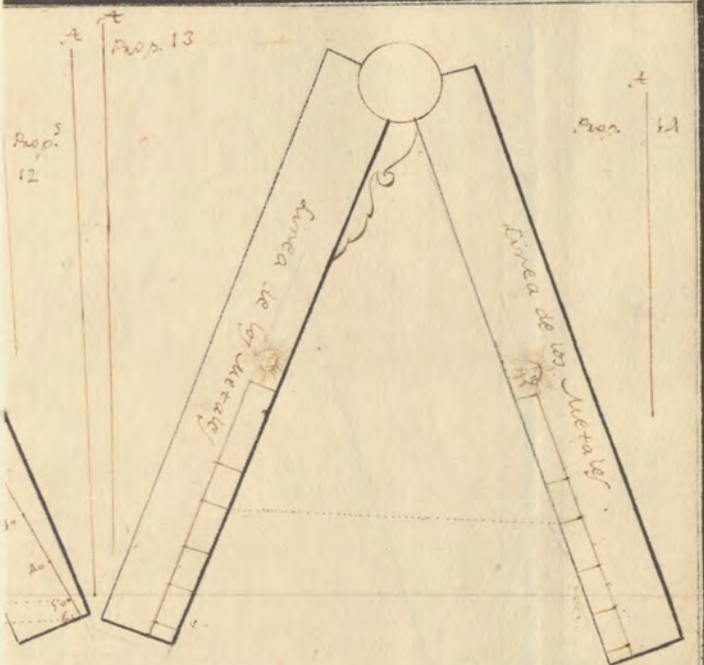
Medir la Altura AQ del todo inaccessible.

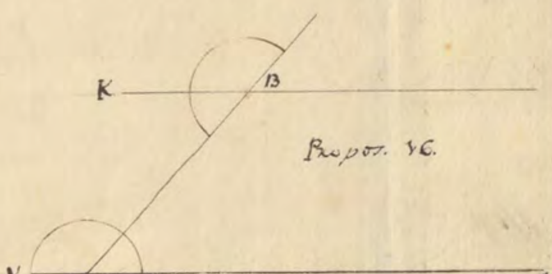
Resolución. Pongase el Piquete mayor en H, y el menor en F de suerte, q. por sus extremos se vea el punto A; midase la distancia FH, y sea de 2 pies; pongase el piquete mayor en L, y el menor en N, de suerte q. por sus extrem. se vea el punto A, notese la dist.a NL, y sea de 1 2 pies, midase la distancia NF y sea de 210, restese FH de


Props. 1.ª
Escolio
Propos. 2.ª
Prop. 3.ª
Prop. 4.ª
Prop. 1.ª
Linea de los polygonos
Linea de los polygonos
Propos. 6.ª 7.ª y 8.ª
Prop. 2
Linea de los planos
Linea de los planos

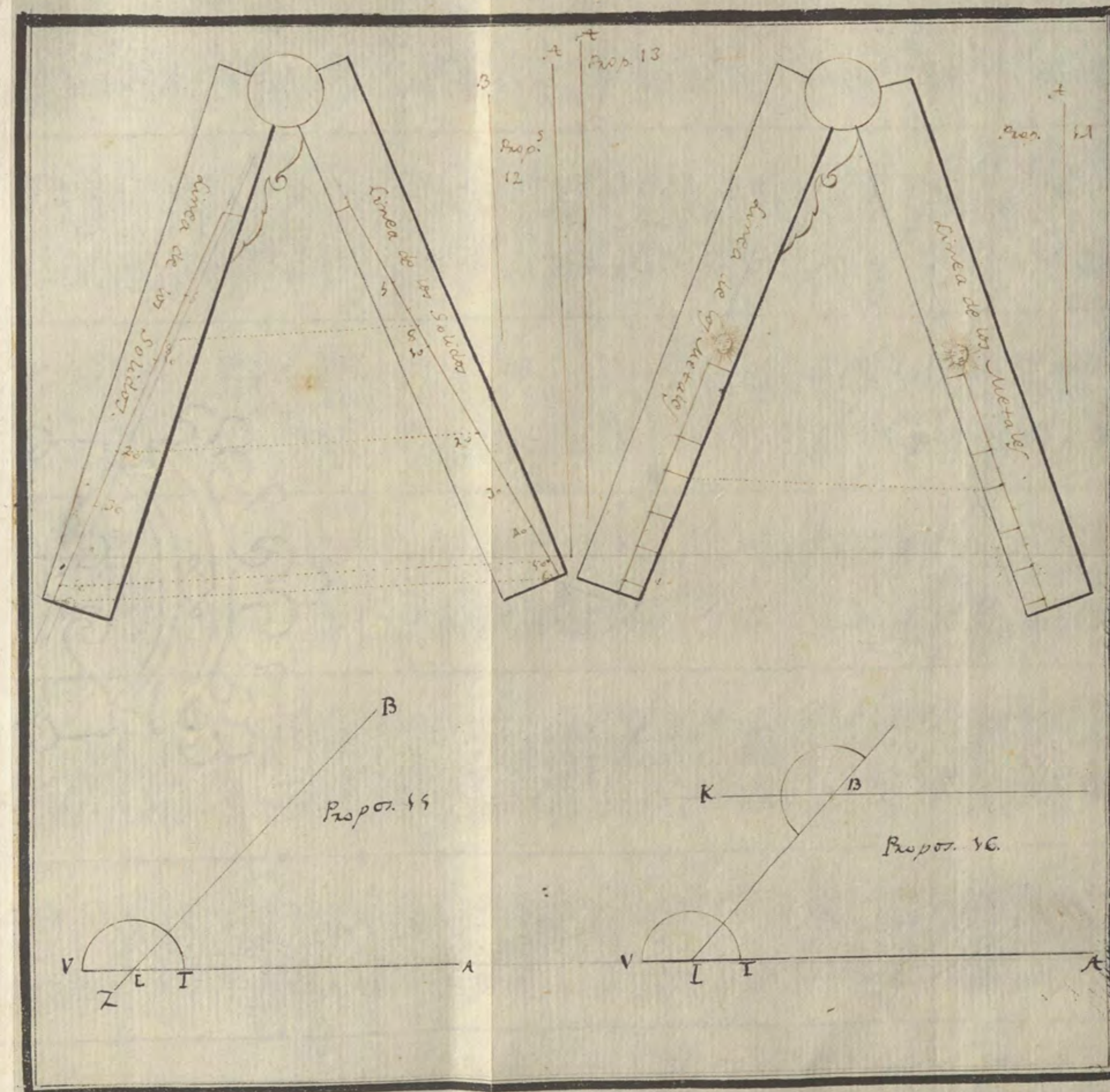


Linea de partes yguales
Linea de los Poligonos
Linea de las cuerdas
Linea de los planos
Propos. 1.ª
Escolio
Propos. 2.ª
Propos. 3.ª
Propos. 4.ª
Propos. 6.ª 7.ª y 8.ª

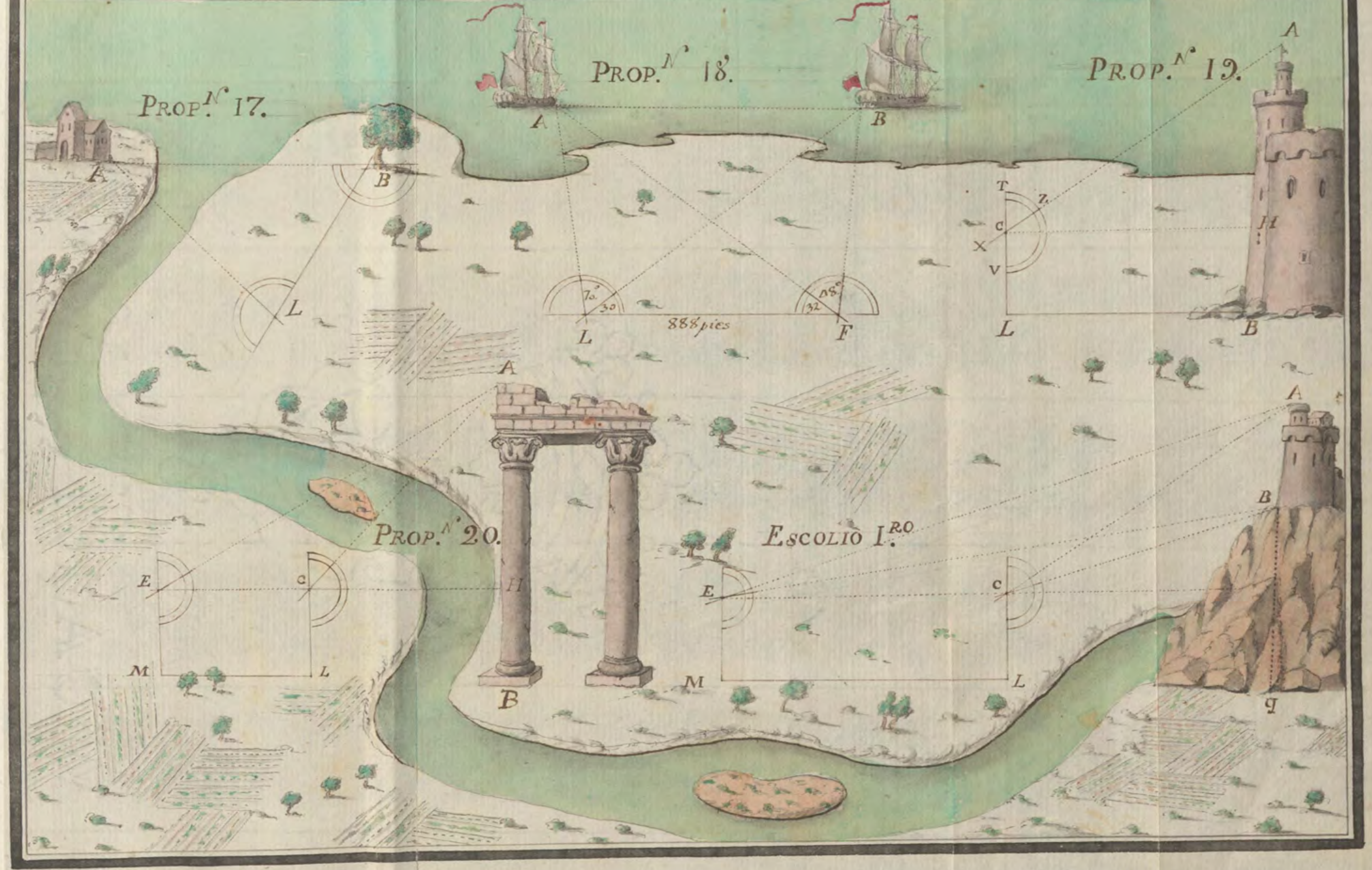

A
A
Prop. 13
Prop. 12
Prop. 11
A
Linea de los Metales
Linea de los Metales


K
B
V
L
I
A

Propos. 16.

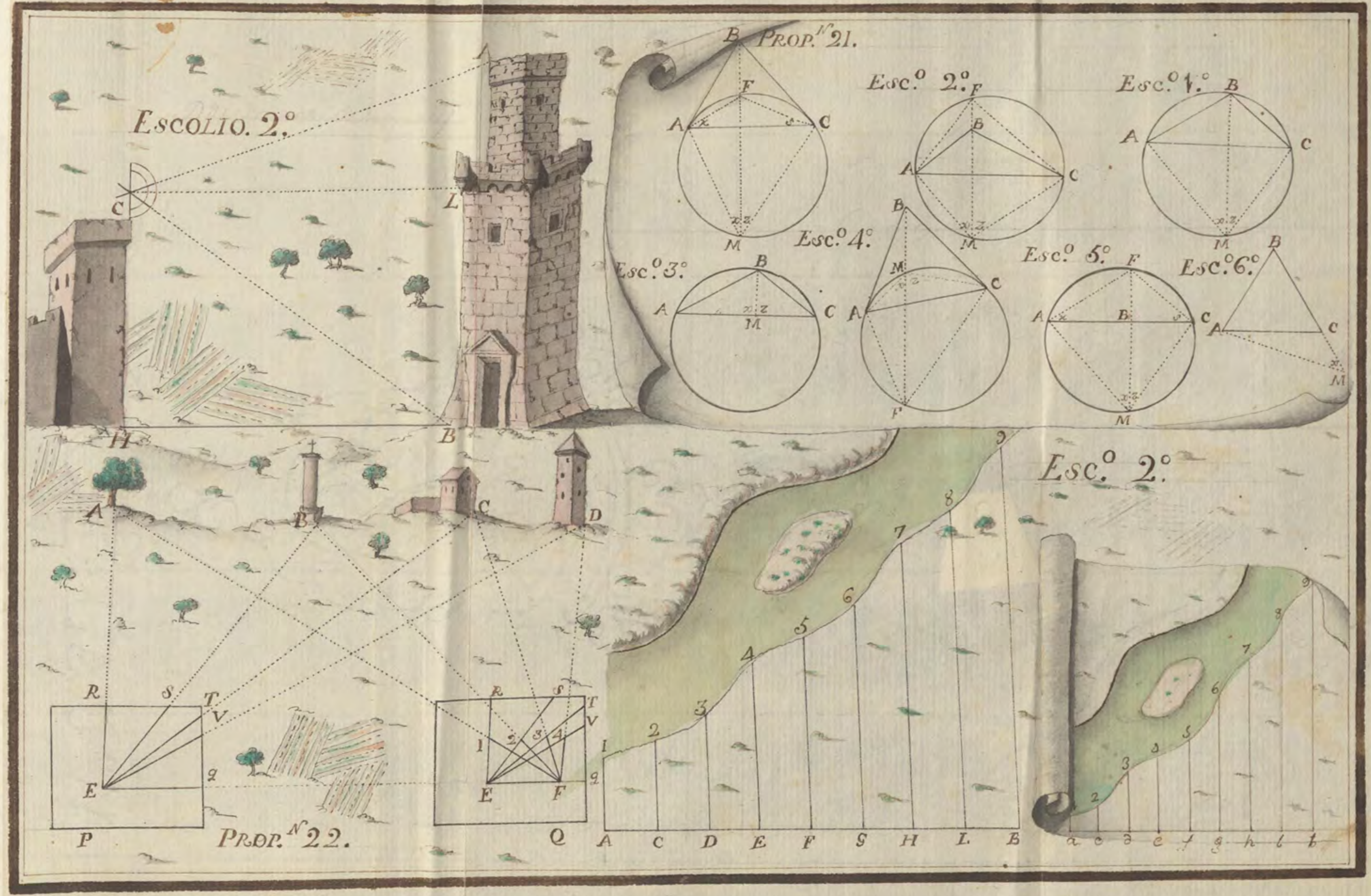

Prop. 13
Prop. 12
Linea de los Metales
B
Propos. 15
V
Z
T
A
K
B
Propos. 16
V
L
T
A

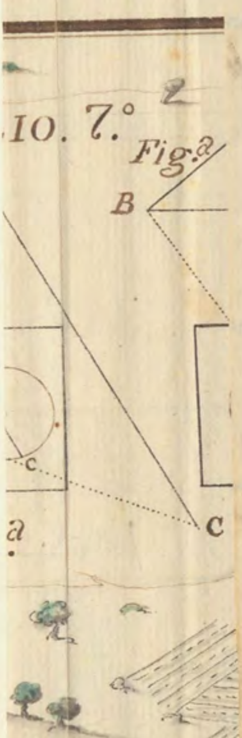

ROP.

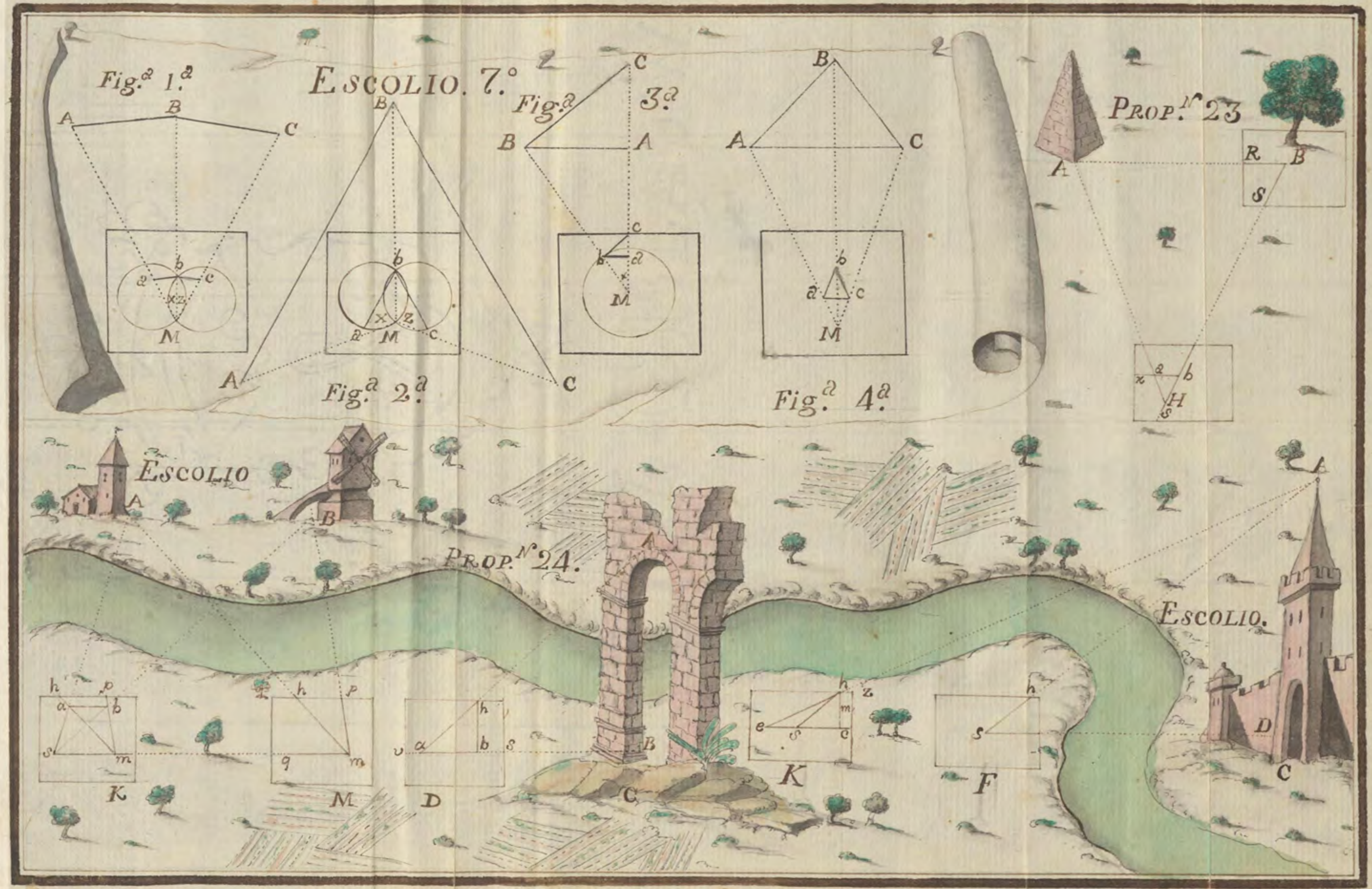


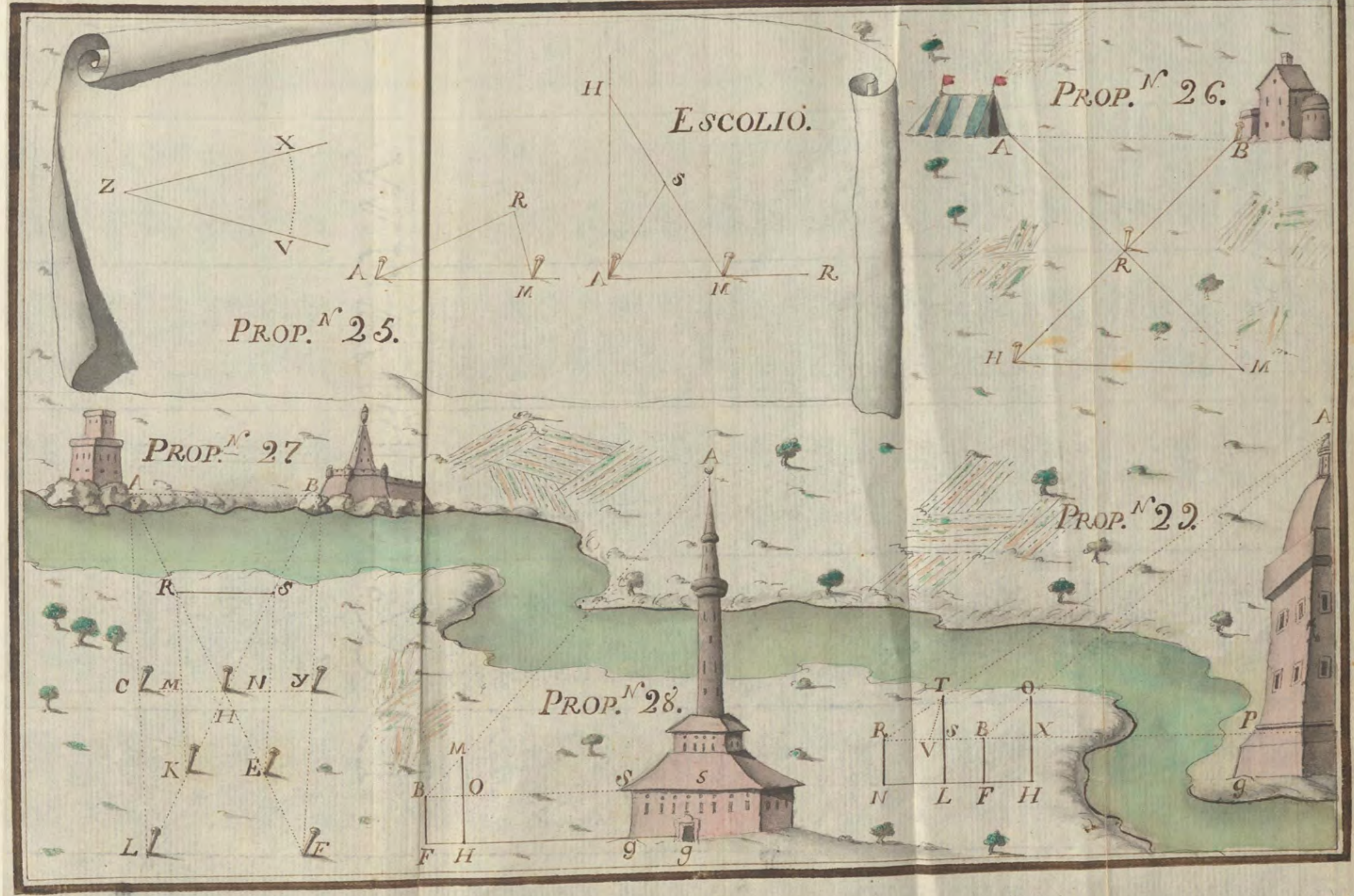
PROP.N 17.
PROP.N 18.
PROP.N 19.
PROP.N 20.
ESCOLIO 1.RO
888 pies


C
D
R
S
T
V
1
2
3
4
I
E
F
Q
A


Escolio. 2.°
Prop.N 21.
Esc.o 2.°
Esc.o 1.°
Esc.o 3.°
Esc.o 4.°
Esc.o 5.°
Esc.o 6.°
Esc.o 2.°
Prop.N 22.


IO. 7.°
Fig.a
B
c
C
a
PROP.N 24.
h
b
a
s
D


Escolio. 7.°
Fig.ª 1.ª
Fig.ª 2.ª
Fig.ª 3.ª
Fig.ª 4.ª
Prop.ⁿ 23
Escolio
Prop.ⁿ 24.
Escolio.


Escolio.
Prop.^N 25.
Prop.^N 26.
Prop.^N 27
Prop.^N 28.
Prop.^N 29.

NL, y se tendrà la difª. RV de 12 pies, con la qual se harà la proporcion 12: 3: : 240: PA = 60 pies, y añadiendo PQ igl. al pigte. menor NR de 4 pies, serà AQ de 64.

Fundase esta propn. en qe. los tri-angs. RVT, RBA son semejs. luego las Bases seràn ppls. con las Alturas esto es RV:TS: : RB:AP.

Libro Sexto De la Planimetria, ó Cutimetria, esto es de la Dimension de las Superficies Planas.

Capitulo 1.ro De la Multiplicacion de los Numeros Denominados

Numeros denominados son los q.e expresan diversas especies, como varas, pies, Pulgad.s &. Libras, sueldos, dineros &. La medida q.e al pres.te se estila en la Fortificacion es la Vara de Burgos, q.e se ha de considerar de

3 modos: corriente, quadrada, y cubica,
esto es Lineal, superficial, y solida:
La 1ra sirve p. medir lineas, la 2da Su-
perficies, y la 3ra Solidos. La Vara
corriente consta de 3 pies: cada pie
de 12 pulgadas; cada pulgada de 12 Li-
neas, y cada linea de 12 puntos. La
Vara quadrada es el producto de la
vara corriente por si misma, y como
la vara corrte. consta de 3 pies, ten-
drá la quadrada 9 pies quadrados,
cada pie quadrado 144 pulgadas quad.
cada pulgada quadrada 144 lineas
quadradas, y cada linea 144 puntos
quadrados; de suerte q. la vara qua-

drada consta de 9 pies quadrados, ó de 1296 pulgad.s quadradas, ó de 186624 lineas quadradas, ó de 26873856 puntos quadrados.

Fig. 1.ra El Rectangulo AF comprehendido de la vara AB, y del pie BF es la 3.a p.te de la vara AC, y se llama un pie de la vara quadrada; el Rectang.o AM comprehendido de la vara AB, y de la pulg.da AM, se llama una pulgada de la vara quad.a, q.e es el $\frac{1}{12}$ del rectang.o AF; de man.ra q.e hablando de los productos planos, ó rectang.s p.r cada

pie se entiende el tercio de una vara, y por una pulgada el $\frac{1}{12}$ de un pie.

Con esta noticia se comprehenderà bien la multiplicacion de los numᵈ Denominados en los Exemplos sigᵗᵉˢ, en qᵉ se contienen los casos qᵉ pueden ocurrir, considerando sp̃re la vara como entero, y los pies, pulgˢ. y lineas como fracciones de la vara.

Exemplo 1ʳᵒ		
Varˢ.	Pieˢ.	Pulgˢ.
1	2	5
1	0	0
1	2	5

Haviendo de multiplicar 1 varˢ, 2 pˢ. y 5 pulgˢ. por 1 vara, serà el producto 1 varas quadradas, y 2 pies y 5 pulgˢ. de la vara quadᵃ.

como se ha figurado en el rectang.° AF. (fig. 2.ª)

sup.to q.e AB = 1 varas, BC = 2 p.s y CD = 5 pulg.s

luego si las p.tes de la recta AD se mul-
tiplican por AE = 1 vara, se tendrà el
rectang.° CF q.e es el producto de 1 va-
rà por 5 pulg.s y son 5 pulg.s de la vara
quadr.a; el rectang.° BH vale 2 pies de
la vara quad.a y el rectang.° AL produ-
to de 1 var.s p.r 1 vara vale 1 varas quad.s
y por consig.te el rectang.° AF consta
de 1 varas quadrad.s y de 2 pies, y 5
pulg.s de la vara Quadrad.a.

Exp.lo 2.do

Var.s	Pi.s	Pulg.s
42..	2..	.7
8..	0..	.0
402..	2	8

Para multiplicar 42 var.s, 2 pies, y 7 pulg.s por 8 var.s se empezarà la opera-
cion, por la dra; y multiplicando

7 plugadas; por 8 varas, se tendrà un rectang.^{o} de 56 pulg.^{s} de la vara quad.^{a} q.^{e} hacen 1 pies, y 8 pulg.^{s} de la vara quad.^{a} y escriviendo el 8 debaxo de las pulg.^{s} se llevaràn los 1 pies: multiplicando los 2 pies por 8 varas, serà el prod.^{to} 16 pies de la vara quad.^{a} q.^{e} con los 1 q.^{e} se reservaron, se tendràn 20 pies de la vara quadrada, q.^{e} hacen 6 varas quadradas, y 2 pies de la vara quadrada, y escriviendo el 2 debaxo de los pies se llevaràn las 6 var.^{s}: finalm.^{te} multiplicando 8 varas por 12 se tendràn 96 varas quad.^{s} y añadiendoles las 6 reservadas, serà 102 var.^{s}

quadrad.s y 2 pies, y 8 pulg.s de la vara quad.a

La Demostracion de este Calculo se expressa en el rectang.o AF, supon.do q.e AB = 12 var.s, BC = 2 pies, y CD = 7 pulg.s y la recta AZ = 8 var.s tiradas las paralelas, y perfeccionado el rectang.o será CF = 56 pulg.s de la vara quad.a esto es 4 pies, y 8 pulg.s de la vara quadrad.a el rectang.o BH = 16 pies de la vara quad.a esto es 5 varas quad.s y 1 pie de la vara quad.a y el rectang.o AL = 96 varas quad.s y la suma de todos será 102 v.s quad.s y 2 pies, y 8 pulg.s de la vara quad.a

Exemplo 3.ro	Varas.	Pies.	Pulg.s
Multiplic.do	120	1	9
Multiplic.dor	56	0	0
	720		
	600		
Pie.. 1	18	2	0
Pulg.s 6	9	1	0
Pulg.s 3	4	2	0
Prod.to total	6752	2	0

Haviendo de multiplicar 120 var.s 1 pie, y 9 pulg.s x.a p.r 56 varas, p.a no fatigar la memoria, se empezarà la operacion p.r la izquierda, multiplicando varas por varas, esto es 120 por 56.

Para multiplicar 1 pie por 56 v.s porq.e 1 pie es el tercio de la vara, se sacarà el tercio de 56, q.e serà 18 varas q.s y 2 pies de la vara quadrada: Conocido el valor de 1 pie se hallarà el de 9 pul-g.s saviendo q.e 9 pulg.s es la mitad, y un quarto de 1 pie, y assi sacando la mitad de 18 varas, y 2 pies, valor de

1 pie, se tendran 9 varas quad.^s y 1 pie de la vara quad.^a Para sacar el 1/4 tomese la mitad de las dhas 9 var. y 1 pie, q.^e son 4 var.^s quad.^s y 2 pies de la vara quad.^a luego sumando los prod.^tos parciales, se tendrà el total 67 52 var.^s quad.^s y 2 pies de la vara quad.^a

Lg 1.^a **Demostracion** Sea AB = 120, BC = 1 pie, y CD = = 9 pulg.^s y la Altura AE = 56; serà AL = 6720, y supon.^do BR = de 1 vara serà RL = 56 varas quad.^s luego BH serà ig.^l a su 3.^a p.^te ò bien à 18 varas quad.^s y 2 pies de la vara quad.^a porq.^e los rec-tang.^s RL, y BH, por tener una mysma alt.^a seràn como sus Bases BR, y BC, p.^r 1 la Prop. 1.ª del Lib. 6.º de Euclides; y siendo BC $\frac{1}{3}$ de BR, será el rectang.º BH ig.l á las dhas 18 var. y 2 pies: por la misma razon el rectang.º CF es los $\frac{3}{4}$ de BD, y por consig.te será ig.l á 14 var. quad.s y todo el rectang.º AF= = 6752 v. quad.s y 2 p.s de la vara quad.a

Escolio. Sipre q.e el num.o de varas del Multiplicador fuere pequeño, se empezará la operacion por la dra como en el Exemplo 1.ro y 2.do porq.e es mas breve, pero sipre q.e el num.o de las varas fuesse grande, se empezará p.r la izq.a como en el Exemplo 3.ro

Haviendo de multiplicar 58 varas, 2 pies y 9 pulgs. por 13 vars., 2 pies y 8 pulgs., se multiplicará toda la cantidad superior pr. 13 varas, segun se ha enseñado en el Exemplo antecedte. y desps. se multiplicará la misma por 2 pies y 8 pulgadas de este modo.

Exemplo 1º

		Vars.	Pies	Pulgs.	Lins.
Multipdo.		58	2	9	0
Multipdor.		13	2	8	0
		174			
		58			
Pies	1	01	1		
	1	01	1		
Pulgs.	6	02	0	6	
	3	01	0	3	
Pies	1	19	1	11	
	1	19	1	11	
Pulgs.	6	09	2	05	6
	2	3	0	09	10
Prodo. total		818	0	10	01

Porqe. 2 pies no es pte. aliquota de una vara se dividiran de 1 en 1, y porqe. 1 pie es el tercio de una vara, se sacará el tercio de toda la cantidad superior, y se tendràn 19 var.^s, 1 pie, y 11 pulg.^s $\frac{}{8}$ q.^e se repetirà p.^a tener el valor del otro pie, y por q.^e 8 pulg.^s $\frac{}{8}$ no es p.^te aliquota de un pie, se dividiràn en 6 y 2, y siendo 6 pulg.^s $\frac{}{8}$ la mitad de 1 pie, se tomarà la mitad del ultimo producto, y se tendràn 9 var.^s, 2 pi.^s 5 pulg.^s $\frac{}{8}$ y 6 lin.^s sauido el valor de 6 pulg.^s $\frac{}{8}$, se savrà el de 2, sacando el tercio del ultimo prod.^to q.^e es 3 var.^s 9 pulg.^s $\frac{}{8}$ y 10 lin.^s; y sumando los prod.^tos parciales, se hallarà ser el total 818 var.^s quad.^s y 10 pulg.^s $\frac{}{8}$ y 1 lineas del pie de la vara quadrada.

Queriendo multiplicar 2a var.^s

5 pulgadas y 6 lineas, por 20 varas y 3 lineas, lo 1.ro se multiplicarà toda la cantidad superior por 20 varas, y para

	Var.	Pies	Pulgs.	Lins.	Punts.	
Multipdo	24	0	5	6	0	
Multipdor	20	0	0	3	0	
	480					
Pie 1	6	2				
Pulgs. 4	2	0	8			
Pulgs. 1	0	1	8			
Lins. 6	0	0	10			
Pie 1	8	~~0~~	~~01~~	~~10~~		
Pulgda 1	~~0~~	~~2~~	~~00~~	01	~~10~~	
Lins. 3	0	0	06	00	05	6
Prodto totl.	483	0	08	00	05	6

esto se multiplicaràn varas por varas: para multiplicar las 5 pulgadas del multiplicando por 20 varas, se buscarà 1.ro el valor de un pie, y assi sacando el tercio de 20 var. se tendràn 6 varas, y 2 pies, cuia cantidad se borrarà por ser una suposicion falsa: saviendo el valor de 1 pie, se saorà el de 5 pulg.s y 6 lineas, obrando como se ha enseñado; y se tendrà multiplicada toda la Cantidad superior por 20 var.

Para multiplicarla por 3 lineas, se harà la suposicion falsa de 1 pie, y assi sacando el $\frac{1}{3}$ de toda la cantidad superior, se tendràn 8 var. 1 pulg.da y 10 lineas; y haciendo otra suposicion falsa de 1 pulg.a se hallarà su valor, sacando el $\frac{1}{12}$ del ultimo producto, q.e serà 2 pies 1 linea, y 10 puntos. y se borraràn las 2 suposiciones falsas: saviendo el valor de 1 pulg.da se sacarà

el de 3 lin.s, sacando el 1/4 del ultimo pro-
d.to q.e será 6 pulg.s/8 5 puntos, y 6 seg.dos/8 y
sumando los productos parciales, á ex-
cepcion de las supocion.s falsas, se halla-
rá ser el total 483 var.s 8 pulg.s/8 5 p.tos
y 6 seg.dos/8

Para multi-
plicar 13 v.s
1 pie, y 7 pul.s
por 2 pies, y
8 pulg.s/8 se di-
vidirán los 2
pies, y 8 pulg.s/8

Exemplo 6.º

	Var.s	Pies	Pulg.s/8	Lin.s	Puntos
	13	1	7	0	0
	0	2	8	0	0
Pies	1	4	1	6	4
	1	4	1	6	4
Pulg.s/8	4	1	1	6	1 ... 4
	4	1	1	6	1 ... 4
	12	0	0	10	8

como se ha d.ho, y se tendrán p.r el prod.to
12 var.s 10 lin.s, y 8 puntos.

Si se huviessen de Multiplicar

19 v.s por 7 pulg.s se hara la suposicion falsa de 1 pie, con la q.l se hallará el valor de 7 pulg.s que es 3 varas 2 pies, y 1 pulg.a

Exemplo 7.o

	Var.s	Pies	Pulg.s
Multip.do	19	0	0
Multip.dor	0	0	7
Pie 1	6	1	0
Pulg.s 6	3	0	6
Pulg.s 1	0	1	7
	3	2	1

Haviendo de Multiplicar 2 pies y 5 pulg.s por 1 pie y 11 pulg.s se ocupará el lug.r de las varas con un cero por q.e como se ha dho, la vara se considera como ent.o en estos casos, y los pies, y pulg.s co-

Exemplo 8.o

	Var.s	Pies	Pulg.s	Lin.s	Puntos
	0	2	5	0	0
	0	1	11	0	0
Pie 1	0	0	9	8	
Pulg.s 6	0	0	4	10	
Pulg.s 3	0	0	2	05	
Pulg.s 1	0	0	0	9	8
Pulg.s 1	0	0	0	9	8
	0	1	6	6	4

mo fraccion^d de la vara; y assi p^a mul-
tiplicar por 1 pie, se sacarà el $\frac{1}{3}$ de la
cantidad superior; y echa la division
de las 14 pulg^s/8 en p^tes aliquotas de
1 pie, como 6, 3, 1, y 1, formense los cor-
resp^tes prod^tos cuia suma serà 1 pie
6 pulg^s/8 6 lin^s y 2 p^tos

Escolio 1.º La eleccion de las p^tes aliquo-
tas es arbitraria; p^o. s. pre conviene la
de aq^llas q^e ofrecen mas facilidad p^a en-
contrar las otras.

Escolio 2.^do La Multiplicacion de los
Num^s Denominados se reduce à 5
casos: el 1.^ro es multiplicar entero
y quebrado, p^r entero, esto es

varas, pies, y pulg. por varas; el 2.do

es multiplicar ent.o y queb.o por ent.o

y queb.o; el 3.ro es multip.r entero y

queb.o por quebrado; el 4.o multip.r

queb.o por quebrado; y el 5.o multip.r

ent.o por quebrado, y el 5.o multip.r

queb.o por queb.o

Escolio 3.o toda la cantidad sup.r se

multiplica p.r cada p.te de la inferior.

porq.e lo mismo es multip.r el todo

p.r las p.tes q.e multip.r el todo por el

todo. Consta de la Prop. 1.a del Lib.

2.do de Euclides; y lo mismo sera

multiplicar cada p.te de la canti-

dad sup.r p.r toda la inferior.

Escolio 4.o Los Prod.tos parciales

son entre si como las p.tes aliquot.s

á quien corresponden; lo q.e consta

de la Prop 1.a del Lib. 6.o de Euclides,

porq.e son rectang.s de ig.l altura, y

tienen la razon de sus Bases, q.e son

las p.tes aliquotas.

Escolio 5.o Aunq.e la prueva del

multiplic.n es el partir, se pueden

examinar estas operacion.s doblan-

do la Cantidad superior, y sacando

la mitad de la inferior, ó al contra-

rio: y si el prod.to q.e resulta fuere

el mismo, la operacion estará

bien echa.

Exemplo 1.º	Exemplo 2.º
Var. Pies Pul. Lin.	Var. Pi. Pul.^s Lin.^s
Multip.^do A = 12 .. 1 .. 4 .. 0	Multy.^do B = 24 .. 2 .. 8 .. 0
Multip.^dor D = .. 5 .. 2 .. 6 .. 0	Multi.^dor C = 02 .. 2 .. 9 ..
62 .. 0 .. 8	49 .. 2 .. 4 .. 0
P.^s 1 .... 4 .. 0 .. 5 .. 4	P.^e 1 .... 8 .. 0 .. 10 .. 8
1 .... 4 .. 0 .. 5 .. 4	1 .... 8 .. 0 .. 10 .. 8
Pulg.^s/8 6 ...... 2 .. 0 .. 2 .. 8	Pu.^s 6 .... 4 .. 0 .. 05 .. 4
A×D = .. 72 .... 1 .. 9 .. 4	3 .... 2 .. 0 .. 02 .. 8
	B×C = 72 .. 1 .. 09 .. 4

Multiplicando 12 var.^s 1 pie, y 4 pulg.^s/8 por 5 var.^s 2 pies, y 6 pulg.^s/8, se hallo el producto 72 var.^s, 1 pie, 9 pulg.^s/8, y 4 lin.^s/9 p.^a examinar la operacion, se doblarà la cantidad superior, y se tendrà 24 v.^s 2 pies, y 8 pulg.^s/8 saquese la mitad de la inferior, q.^e es 2 varas, 2 pies, y 9 pul.^s/8 y haciendo la multipⁿ como se ha dho resultarà el mismo prod.^to 72 v.^s 1 pie, 9 pulg. y 4 lin., de q. se infiere estar bien echa la operacion: la razon es, p.r q. las cantidades A, B, C, D son recipro-cam.te proporcionales, esto es A:B::CD luego AD=BC.

Escolio 6.o tambien se halla el prod.to de los num. denominad.s reduciendolos á la menor expression de este modo.

Sup.to q. se han de multiplicar 58 var., 2 pies, y 9 pulg.s por 13 var. 2 pi.s y 8 pulg.s se reducirà todo á pulg.s y se tendrà 2124, y 500; y multiplicando una cantidad p.r otra, serà el prod.to 1060500 pulgad.s quadradas, cuio producto se partirà por 1296, q. son las pulg.s quad.s q. tiene 1 vara quad. y se tendrán 848 var. y sobran 372 pulg.s quad.s que se multiplicarán por 3 p.a hallar los pies, y p.r q.e el producto 1116 no se puede partir por 1296, se pondrá 0 en lug.r de los pies: multiplíquese 1116 por 12 p.a hallar las pulg.s, y se tendrá 13392, cuio producto partido por 1296 dará 10 pulgad.s y sobran 432, q.e se multiplicarán por 12, y se partirán p.r el Denominador 1296, y se tendrán 4 lineas, siendo el todo 848 var.s quad.s y 10 pulg.s y 4 lineas de la vara quadra.a q.e es lo mismo q.e resultó en el Exemplo 4.o, multiplicando las mismas cantidades.

Escolio 7.o En las Obras reales se hace el asiento poniendo precio á la vara quad.ª ó Cubica; y suponiendo q.e la vara quad.ª vale 12 libras, 13 sueldos, y 7 dineros, y q.e se quiere saver el importe de 14 varas 1 pie y 6 pulg.s se multiplicaran las 14 varas por todo el precio: esto es varas p.r libras; y para multiplicarlas por 13 sueldos, se dividirá este num.º en partes aliquotas de la libra como 10, 2, 1, y p.r q.e 10 sueldos es la mi-

Exemplo.

Multip.do	Var.s	Pies	Pulg.s	
Multipli.do	14	1	6	
Multip.dor	12 l.s	13 s.dos	7 din.s	
	28			
	14			
Suel.s	10	7	0	
	2	1	8	
	1	0	14	
Dine.s	6	0	07	
	1	0	01	2
Pie	1	4	04	6 $\frac{1}{3}$
Pulg.s 6		2	02	3 $\frac{1}{6}$
Pro.to tot.l	183 l.s	16 s.s	11 $\frac{1}{2}$ d.s	

tad de la Libra se sacarà la mitad
de 12 q.e es 7; y por q.e 2 es el quinto
de 10, se tomarà el 5º del ultimo pro-
ducto; por 1 sueldo se toma la mitad
del ultimo prod.to teniendo el prod.to
de 1 sueldo, se tendrà el de 6 din.s q.e
es la mitad de un sueldo; y sacando
el 6º del ultimo producto se tendrà el
valor de 1 dinero. Hasta aqui se ti-
ene el valor de las 12 varas, p.a ha-
llar el de 1 pie, se sacarà el 3º de to-
do el precio, y p.a el de 6 pulg.s que
es la mitad de 1 pie, se tomarà la
mitad del ultimo producto; y suman-
dolo todo, se hallarà q.e las 12 v.s 1 pie,
y 6 pulg.s valen 183 libras, 16 sueldos, y 11 din.s ½.

Esta practica se distingue de la antecedte en q.e prim.o se toman las p.tes aliquotas de la inferior, y desp.s las de la superior, à fin de hallar 1.ro el importe de las 12 varas, y desp.s el de 1 pie, y 6 pulg.s Si el precio se es-crivïera sobre las varas, pies, y pulg.s se obraria como en los Exemplos antecedtes, advirtiendo q.e todos los prod.tos parciales, han de ser Libras, sueldos, y Dineros, teniendo presente p.a esto q.e una Li-bra vale 20 sueldos, y el sueldo 12 din.s A este modo se hallarà el valor de cargas, Arrobas, Libras, Onzas &c.

Exemplo				
	Pies.	Pulgˢ.	Lineas.	
	120	5	2	
	0 L.	18 sˢ.	9 dinˢ.	
Suelˢ.	10	70		
	5	35		
	1	7		
	1	7		
	1	7		
Dinˢ.	6	3	10	
	3	1	15	
Pulgˢ.	2	0	06	3
	1	0	1	6 $\frac{3}{4}$
Linˢ.	2	0	0	6 $\frac{1}{4}$
Proᵗᵒ. totˡ	131 Lˢ.	13 sᵒˢ.	2 dinˢ.	

assi de otras espˢ.

Escolio 8º. Algunaˢ veces no se conside-ra la vara como numᵒ. entero, sino el pie, como sucede de ordinario en la madera, qᵉ se ajusta pᵗ el pie cubico; y assi suponiendo qᵉ este vale 18 suelˢ. y 9 dinˢ, si se quiere saver, quantas libras, sueldos, y Dinˢ. importan 120 pies cubicos, 5 pulgˢ, y 2 lineas, se escrivira 0 en lugᵃʳ de las Libras, y dividiendo los 18 sueldˢ. en pᵗᵉˢ aliquotas de la Libra, y los 9 dinˢ, en pᵗᵉˢ aliquotas del sueldo, como pare-ce en el Exᵖˡᵒ, se dividirán despues las 5 pulg.^{s} y 4 lin.^{s} en p.^{tes} aliquotas del Pie, y se hallarà q.^{e} los 140 pies, 5 pulg.^{s} y 4 lineas valen 131 Libra, 13 suel. dos, y 4 din.^{s}

Si el mismo num.^{o} de Pies cubicos se quiere multiplicar p.^{r} el mismo precio en reales, y din.^{s} se hallaran 1316 r.^{s} y 16 d.^{s}, que es lo propio q.^{e} 131 libra, 13 sueldos, y 4 dineros.

Exemplo

		Pies.	Pulg.^{s}	Lin.^{s}
		140...	5..	4
			9 r.^{s}	9 din.^{s}
		1260		
Din.^{s}	6......	35		
	3......	17..	12	
Pulg.^{s}	4......	3....	3	
	1......	0..	18...	$\frac{3}{4}$
Lin.^{s}	4......	0....	6..	$\frac{1}{4}$
		1316 r.^{s}	16 din.^{s}	

Capitulo 2.do De la Dimension de las Superficies Planas

Propos.n 1.ra Problema.

Hallar la superficie del rectang.o AC.

Resolucion. Sea AB = 3 varas y 1 pie, y BC = 5 var.s y 2 pies: esto sup.to multipliquese la vase por la altura, y se tendran 18 varas quad.s y 2 pies y 8 pulg.s de la vara quad.a p.a la superf.e q.e se pide.

Escolio. Si la Superficie fuesse un

quadrad.º se multiplicara el lado p.r si mismo, y si fuesse un paralelog.º obliquangulo, se multiplicará la base p.r la perpendicular.

Proposicion 2.da Problema

Hallar la superficie del trapecio AC.

Suposicion. Sea AB = 4 var.s y un pie. CD = 3 var.s y 2 pies, y la altura FG = 2 y ½ pie.

Resolucion. Sumense los 2 lados paralelos, y la semisuma multiplicada por la altura, dará 9 varas y ½ pie p.r la superficie que se pide. La razon es porq.e el trapecio es ig.l á un rectang.º echo de la semisuma de los lados paralelos, p.r la altura.

Proposicion 3.ra Problema

Hallar la Superficie del triang.lo ACB.

Supposicion. sea la Base AB = 124 var.s y 1 pie, y la altura CX de 62 varas.

Resolucion. Multipliquese la Base por la mitad de la altura, ò al contr.o y se tendrà 3882 v.s y 2 pies.

Escolio 1.ro Quando por alg.n inconven.te no se puede baxar desde el punto C la perpendicul.r CX, se tira CD, paralela à la Base AB, y se baxa la perpendicular DA, q.e serà la altura.

Escolio 2.do Si huviesse impossibilidad

p.ª tirar las rectas AD, DC, se hallarà
la alt.ª de 2 modos.

Mod. 1.ro Reduciendo el lado mayor
AB à pies se tendrà 364 pies, midase
se CB y sea de 240 pies, midase
tambien AC y sea de 292, sumense
los lados AC, y CB, y se tendrà 532;
restense, y serà la dif.ª 52; hagase la
proporcion como la Base AB, à la su-
ma de los 2 lados AC, CB; assi la di-
f.ª de los mismos AC−CB à un 4.to
proporcional AF difer.ª de los segm.tos
de la Base echos p.r la perpendicu-
la esto es $364 : 532 :: 52 : x = 76$ pies
los quales restados de 364 daràn

BF = 288: luego su mitad 144 será el segm.^to BX; quadrense BC, BX, y se tendràn 57600, y 20736, cuia dif.^a es 36864, y su raiz quadrada = 192 pies es el valor de la altura XC. Consta de la Propos. 24 del Lib. 4^to de este tratado.

Modo 2.^do Quadrese la Base, ó lado mayor AB, y tambien BC, y de esta suma restese el quad.^o de AC, y la semidif.^a se partirà por el valor de AB, y el quociente serà el valor de BX, cuio quad.^o restado del quadrado de CB, darà una dif.^a y la raiz quad.^a de ella, serà la altura CX. Consta esta Practica de la Proposicion 13 del

Lib. 2.do de Euclides, y siempre q.e se use de ella se tomará el lado mayor p.r base, á fin de q.e la perpendicular caiga dentro del triang.o

Proposicion 4.a Problema

Hallar la superficie del trapezoide ABCD.

Resolucion. Tirese la recta BD, y quedará dividida la fig.a en 2 triang.s baxense á la base de estos BD, las perpendiculares AH, CF, y hallando la superficie de estos 2 triang.s se tendrá la del trapezoide.

Escolio 1.ro Si p.r alg.n impedim.to no se pudiese tirar la recta BD, ó las perpendiculares, levantese BQ, perpendicular sobre AB; tirese, por el punto C la paralela QC al lado AB, y prolonguese el lado AD hasta C, y se tendrà el trapecio ABCC, cuia superficie se hallarà, como se ha enseñado, y restando de esta la del triangulo q.e s, la dif.a serà la del trapezoide.

Escolio 2.do Si la fig.ra tuviesse muchos lados, se dividirà en triangulos, tirando rectas desde un ang.o à los demas, y hallando la superficie de cada uno, serà la suma de todos la del Poligono.

Escolio 3.ro Quando el terreno es muy

regular como la fig.ª 11, se tira p.r me-
dio una recta A B, y sobre ella muchas
perpendiculares, M, N, C I, S, R, O, ter-
minadas de una y otra p.te de la mar-
gen de la curba, q.e forma la super-
ficie del terreno irregular; midase la
recta A B, y sea p.r Exemplo de 50 vard.
midanse igualm.te las perpendicular.
y sea la suma de todas 280 varas;
partase esta suma por el num.o de
las perpendiculares, q.e supongo sean
10, y se tendrá p.r el Quociente 28
varas, q.e multiplicadas p.r 50 el pro-
ducto 1400 será proximam.te la

Superficie q.e se pide de la Figura irreg.

regular: la raz.n es p.r q.e se consid.n en ella infi.s

de trap.s cuios lados p.r ser tan desig.s quedan p.r uno con otro iguales. Vease. Pag 287.

la particion q.e se ha echo. Problema

Proposicion

Hallar la Superficie de un Cim.to

ST.BXOZ terminado por lineas parale-

las.

Resolucion. Si el cimiento tiene

por todas p.tes una misma latitud,

se medirá el perimetro exterior

ABCDE, y tambien el interior FG

MNR, y sumando los 2 se toma-

rá la semisuma, que multiplica-

da por la latitud LH dará la Super-

ficie del Cim.to la razon es, porq.e ti-

rando rectas por los Ang.s como FA,

GB, MC, ND, RE, se dividirà el cimiento en trapezios, cuia superficie se halla multiplicando la semisuma de los lados paral.s, por la altura EH. si la latitud no fuere ig.l por todas partes, se hallarān las superficies de los trapecios S, T, &, X, Z, cuia suma darā la del cim.to

tambien se puede hallar restando de la superficie del Poligono mayor ABC&, la del Polig.no menor FGH. pues la dif.a entre estas 2 superficies darā la del cim.to

Proposicion 6.a Problema

Hallar la superficie de qualq.r Polig.no regular.

Resolución. Desde qualqª. lado AB baxese al centro la perpendiculª. CQ, multipliquese todo el Perimᵗʳᵒ. por la mitad de CQ, y el producto será la Superficie: el perimetro se halla multiplicando el valor del lado AB, pʳ. el numº. de los lados de la Figᵘʳᵃ. regular: esto es si fuere Exagono, por 6, si pentagono por 5 &c: La razon es, porqᵉ. la figᵘʳᵃ. regular se compone de tantos triangulos igˢ. como lados tiene el poligono.

Proposicion 7.ª Problema.

El Quadrado del Diamt.ro á la superficie del Circulo tiene proximamt.te la razon de 14 : 11.

Demostracn. Sea el Radio $= 7a$, será la semicircunferencia $= 22a$, y porque el circulo es igl. á un rectango. echo del Radio en la mitad de la circunfa. será la superficie del Circulo $154a^2$: tambien siendo el radio $7a$, será el Diametro $14a$, y su quadrado $= 196a^2$; pero $196a^2 : 154a^2 :: 14 : 11$, porque el producto de los extremos $2156a^2 = 2156a^2$, producto de los medios: luego el quadrado del Diametro â la Superficie del circulo :: 14 : 11

Segun Adriano Mecio el quadᵒ. del Diamᵒ. es â la Superfᵉ. del circulo :: 452 : 355; y segun Ceulen :: 200 : 157, ô bien :: 1000 : 785.

Proposicion 8ª. Problema

Dado el Diametro hallar la Superfᶜ. del circulo.

Resolucion. Quadrese el Diametro y hagase la propon. 14 : 11 como el Quadrado. del Diamᵗʳᵒ. â un quarto ppˡ. qᵉ. serà la Superfᶜ. del circulo.

Exemplo: Sea el Diamᵗʳᵒ. DF = 28. serà su quadrado 784: hagase la ppn 14: 11:: 784: x = 616, qᵉ. es la superf.ᵉ del circulo. Si dada esta, se pide el Diamtro. se invertirá la ppn diciendo 11: 14:: 616: x = 784, y sacando la raiz quad.ª se tendrá el valor del Diametro.

Proposicion 9 Problema

Hallar la Superficie del Sector CADB.

Resolucion. Multipliquese el radio CD por la mitad del Arco A B, y el producto será la Superficie q.ᵉ se pide: la razon es porq.ᵉ el sector es igual á un Rectang.ᵒ echo del Radio en la mitad del Arco.

Escolio. Si no se puede medir el Arco

ADB, hallese el valor del angl. ACB, supuesto q.e sea de 72.° y el Diametro FD de 28 pies, se hallará la circunfa. de 88, pies, con lo q.l se hará la ppn. 360.°: 72.°:: 88 p.s: $17\frac{3}{5}$ q.e será el numl. de pies, q.e contiene el q.e será el num.o de pies, q.e contiene el Arco, y si este consta de grads. y minuts, se reducirá todo á minutos.

Proposicion 40 Problema.

Hallar la superficie del segmt.o ADB.

Resolucion: Busquese la superf.e del Sector CADB, y la del triang.l ACB, y restando la una de la otra, la dif.a será la superf.e q.e se busca: Si se pide la del Segmt.o mayor AFB se hallará el menor ADB, y restandolo de todo el circulo

culo, se tendrá lo q.e se pide.

Escolio. Si se quiere la superf.e de la Zo-
na GABR, se hallará la del segm.to GDR,
y la del segm.to ADB, y restando esta
de la prim.ta se hallará la q.e se busca
de la Zona.

Si por alg.n inconven.te no se
pudiesse medir el Radio, se encontra-
rà de este modo: midase la cuerda AB,
y se tendrà su mitad AS, y levantan-
do la perpendicular SD hasta encontrar
la circunf.a se medirà esta perpendicular,
y partiendo el quadrad.o de AS, por SD, se-
rà el quociente la p.te SF del Diametro,
y añadiendo la SD, será la mitad
de DF el radio q.e se busca. Fundase

esto en q.^e AS es media pp.^{al} entre DS, y SF, y por consig.^{te} $\frac{\overline{AS}^2}{DS} = SF$, q.^e añadida à la sagita DS, da el Diam.^{tro} DF, cuia mitad es el Radio DC.

Proposicion 55 Problema

Hallar la superficie de la corona ò anillo.

Resolucion. Hallese la superficie del circulo mayor, y del menor: restese la una de la otra, y la dif.^a será la superf.^e q.^e se pide.

Si sobre AC. se levanta la perpendicular BA tang.^{te} al circulo BF, esta será ig.^l al radio de un circulo ig.^l à la Corona; porq.^e siendo los circulos como los qua-

drados de los radios, y $\overline{BA}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{BC}^2$.
sera BA radio de un circulo ig.l á la
dif.a entre los dos, esto es ig.l á la Corona.

Proposicion 12 Problema

Hallar la Superficie Parabolica ABCF.

Resolucion. Multipliquese la Ordenada mayor AC por los 2 tercios del Exe BF que son ig.s a FR, y el producto sera ig.l á la superf.e q.e se pide. Consta de la Propos. 9 de la Parabola.

Propos. 13 Problema

Hallar la Superf.e de la Elipse ABCD

Resolucion. Hallese la superficie

del circulo echo sobre el Exe mayor AC, y la del Circulo echo sobre el Exe menor DB, y buscando una media ppl entre estas 2 superficies, se tendrà la q.e se pide de la Elipse.

Consta del Corol.o de la Propos. 6.a de la Elipse.

Escolio. Para sacar la Raiz quad.a de una Superf.e comp.ta de varas, pies, pulg.s se multiplicaràn las var.s, pies, y pulg.s por 1296, q.e son las pulg.s quadradas de q.e consta la vara quadrada; y sacando la Raiz quad.a se tendràn pulg.s en longitud, q.e se reduciràn à var.s de la misma disp.e partiendo por 36: p.a hallar los pies, se partirá el residuo por 12. y se tendrá la raiz quad.a q. se busca.

Si se pide la raiz quad.a de 165 v. 1 pie, 2 pulg.s 8 lin.s y 1 p.to multiplique se la cantid.d dada por 1296, y se tendra 214369, cuia raiz quad.a es 463 pulg.s lineales: partanse por 36, y se tendrán 12 varas, y sobran 31 pulg.s q.e partidas por 12 componen 2 pies y 7 pulg.s; y toda la raiz 12 varas, y 2 pies, y 7

Exemplo

Var.s Pies Pulg.s Lin.s P.tos
165... 1... 2... 8... 1
1296...

990
1485
3300
165
Pie 1 432
Pulg.s 2 72
Lin.s 6 18
2 6
Punt. 1 1
Pro.to 214369. 0.. 0.. 0.. 0

Raiz Quad.a
21.43.69 | 463
5.43
86
27.69
923
000

pulgs. de la vara quadrada.

Tambien se reducen à varas pies, y pulgadas de este modo sacando el $\frac{1}{12}$ de las pulgs. se tendran pies, y el resido. seran pulgs. y sacando el $\frac{1}{3}$ de los pies, se tendràn varas, y los q. sobran seràn pies.

Exemplo: La raiz hallada es 463 pulgs. el $\frac{1}{12}$ es 38 y sobran 7, esto es 38 ps. y 7 pulgs. saquese el tercio de los 38 pies, y se tendràn 12 varas, y sobran 2 pies: luego toda la Raiz serà 12 varas, 2 pies, y 7 pulgadas. Si sobrarè algo en la extraccion de la Raiz se tendrá una fraccion de pulgada, cuio valor se hallará en lineas, y puntos, de este modo. Haviendose de sacar la raiz quad.ª de 70 v.s 2 pies, 3 pulg.s 4 lin.s y 8 p.tos se reducirá todo à pulg.s quad.s como se tiene enseñado, y se hallarà 10058 pulg.s quad.s cuia raiz q.ª es $100\frac{58}{201}$ pulg.s en longitud proximam.te, y reduciendo las pulg.s à varas, y pies, se tendrán 2 var. 2 pies, y 4 pulg.s p.a hallar el valor de la frac.n se multiplicara el numerador por 12 y se partirá por 201, y se tendrá $3\frac{93}{201}$, cuio valor es casi 5 p.tos $\frac{1}{2}$: luego la raiz hallada es proxim.te 2 v.s 2 pi.s, 4 pulg.s 3 lin.s y 5 p.tos $\frac{1}{2}$.

Fig. 2.ª

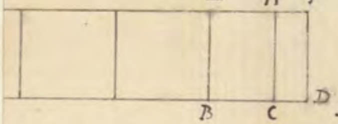
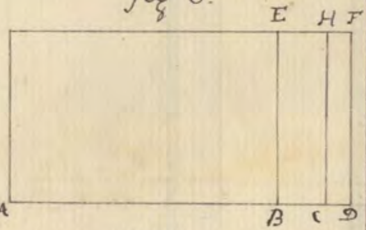
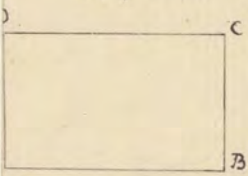


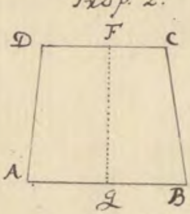
fig 3.ª



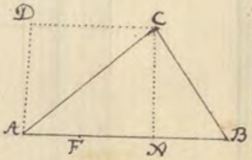
Propos. 1.ª



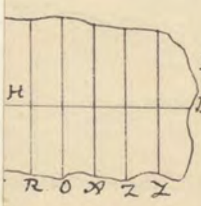
Prop. 2.ª



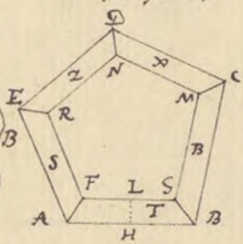
Propos. 3.ª



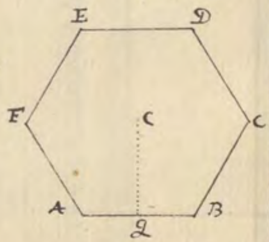
...colio 3.º



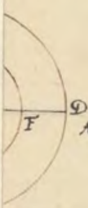
Propos. 5.ª



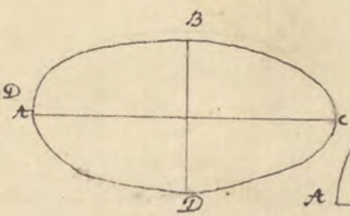
Propos. 6.ª



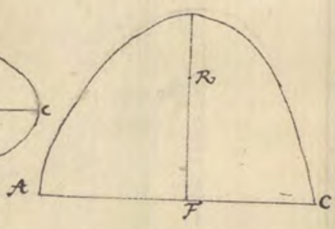
... 11



Proposic. 13



Propos. 12



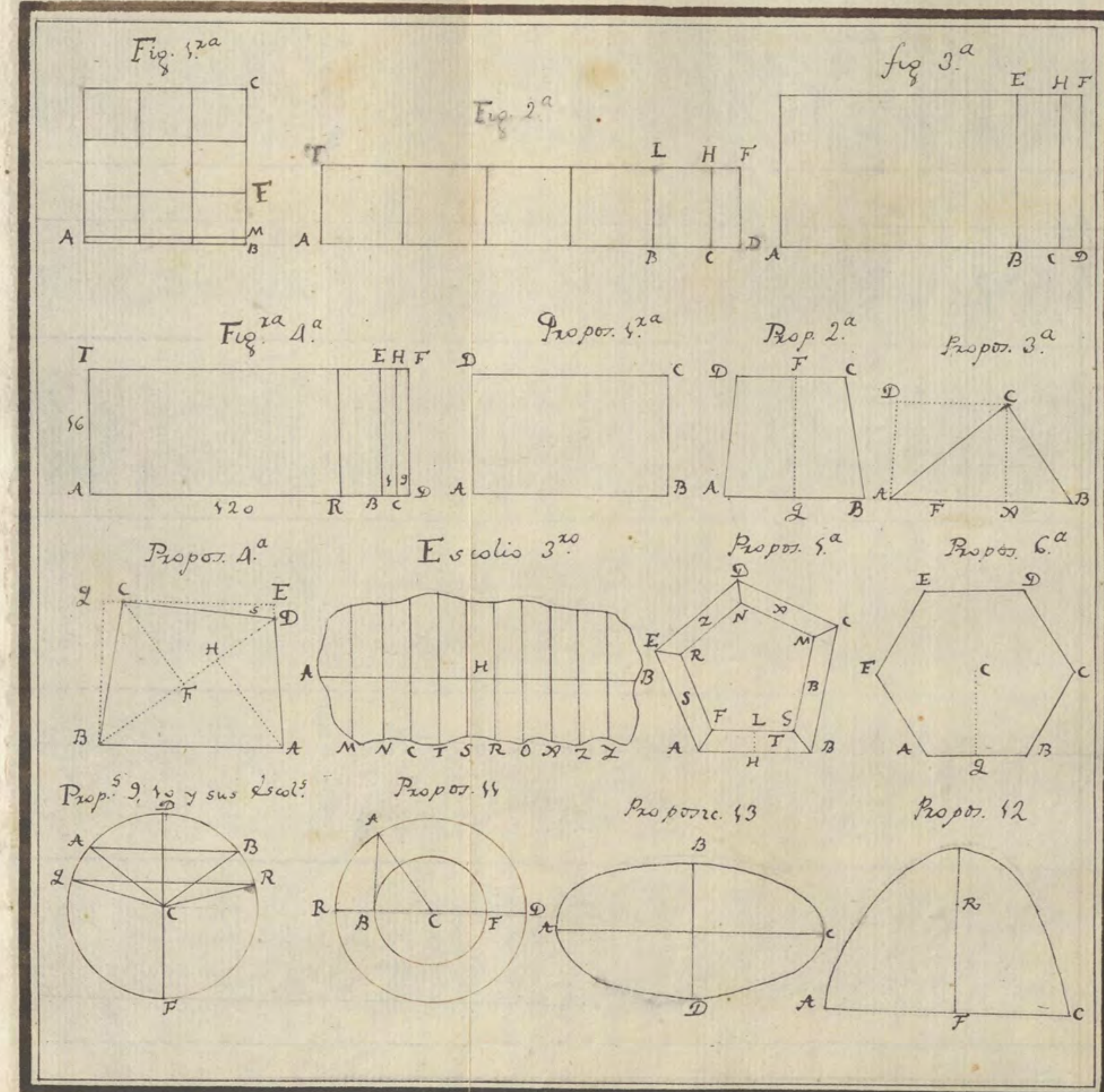


Fig. 1.ra
Fig. 2.a
fig 3.a
Fig. 1.ra 4.a
Propos. 1.ra
Prop. 2.a
Propos. 3.a
Propos. 4.a
Escolio 3.ro
Propos. 5.a
Propos. 6.a
Prop.s 9, 10 y sus Escol.s
Propos. 11
Proposic. 13
Propos. 12

Lo mismo se executará p.a la raiz cubica, multiplicando las varas, pies, y pulg.s por las pulg.s cubicas de q.e consta la vara cubica q.e son 46656.

Pag 273 La razon del Escolio 3.o de la Proposicion 21 de este Libro es p.r q.e se considera la fig.a irreg.r dividida p.r ag.uos perpendicul.s M. N. c.a en infinidad de trapecios, y como p.r la irregularidad del ter.no son tan desig.s se halla el valor de una con otra, partiendo la sum.a de todas 280, p.r el num.o de ellas: y en este caso ya quedan todos los trapecios con ig.s lados de á 28 o.s y p.r alt.a de todos la recta AB, y com.o la sup.e del trap.o se halla p.r el prod.to de la semis.a de los 2 lad.os paral.s p.r la alt.a la sup.e de todos los de esta fig.a irreg.r se tendra multip.do 28 semis.a de los 2 lad.s p.r AB alt.a de todos: p.o esto spre es solo proxsimam.te

Libro Septimo De la Stereometria, ó Dimension de los Solidos.

La Medida de qualq.^a solido es un Cubo, como una vara cubica, al mismo modo q.^e la medida de qualq.^a superf.^e es un quad.^o como la vara quad.^a En q.^to á los calculos se observa lo mismo q.^e en los Exemplos del Libro antecedte. con esta distincion, q.^e las dimen-

siones, q.^e alli se multiplicaron eran
linea p.^r linea, esto es longitud
por latitud, y se produxo la Superf.^e
En estos se multiplicarà la Superf.^e
por la altura, p.^a hallar la Solidez; v.g.^o
qualq.^r solido se produce de las 3 dimen-
siones, Longitud, latitud, y Altura, como
la vara Cubica, q.^e es el prod.^to de una
vara quad.^a por otra de Altura; y como
la vara quad.^a consta de 9 pies quad.^s
se sigue q.^e la Cubica tiene 27 pies
cubicos, q.^e es el producto de 9 por 3,
pero sprê se entiende por 1 pie la
3.^a p.^te de una vara, por una pulg.^da

el $\frac{1}{12}$ del pie; por una linea el $\frac{1}{12}$ de u-
na pulg.da &c Con esta Noticia se medi-
ran los Solidos segun los Problem
sig.tes

Problema Propos. 1.ra

Hallar la solidez del paralelepipe-
do rectang. AR.

Suposicion. Sea la longitud AB=7v.s
2 pies, y 7 pulg.s; la latitud BC= 4 varas
1 pie y 3 pulg.s, y la altura CR= 5 var
y 2 pies.

Resolucion. Multipliquese la longitud
AB, por la la latitud BC, y se ten-

dra la Superficie AC= 34 vas quadras.
2 pies, 1 pulgdᵃˢ y 11 lineas de la vara qua-
drada, qᵉ multiplicado, por la Altura
CK, dará la solidez 196 varas quadradˢ
2 pies, 2 pulgˢ. 10 lineas, y 4 puntos de
la vara Cubica.

Si el Paralelepipedo fuere
obliquangulo, se multiplicará la base
por la perpendicular baxada de
qualqᵗ punto del plano Superior
sobre el inferior, ó base prolongada,
si fuere necesario.

Propos. 2ª. Problema

Hallar la Solidez de los Prismˢ.

Cilindros, y Piramides.

Resolucion. Sea el Prisma AR; multipliquese la Base q.e es el triang.º ABC por la altura BF, y el producto dará la solidez, q.e se pide. La razon es, porq.e el prisma triangular se compone de tantos triang.s semejantes, al triang.º ABC de la Base, q.tos puede expresar la altura BF. Lo mismo se haria, si el Prisma fuese Poligono, porq.e estos se componen de Prismas triangulares.

fig. 2.ª Para hallar la solidez del cilindro AD, se multiplicará la Ba-

se por la Altura, y se tendrà su solidez. Sea el Diametro AC=28 var. y la Altura DC=30; serà la superfᵉ. de la Base 616, qᵉ multiplicada por la Altura 30, darà 18480 por la Solidez del Cilindro; y es la razon, porqᵉ el Cilindro es un prisma infinitangulo: luego se produce de la multiplicacion de la Base pʳ. la altura.

La Superficie Cilindrica se hallarà multiplicando la circunfᵃ. de la Base, por la altura CD; y assi suponiendo el Diametro 28 serà la circunfᵃ. 88, qᵉ multiplicada por la altura 30 dara 2640 por la superfe. del cilindo sin las bases; y es la razon, porq. esta superfe. se produce del movimto. del lado CD, por la circunfa. de los circulos paralelos, y por consigte. esta superficie curba será igl. á otra plana, ql. tendrá por base una recta igl. á la circunfa. y pr. Altura CD.

fig. 3a. La Solidez de la Piramide se halla multiplicando la Base por el tercio de la Altura: esto es multiplicando AC por $\frac{BR}{3}$, ó bien AC por BR, y del producto tomando el tercio: la razon es pr. ql. la solidez de la Piramide-de es la 3ª. pte. del Prisma de igl. base y altura.

Eg. 1ª. Si la Piramide fuesse Conica como ABD, se hallará la solidez, hallando la superficie del Circulo de la Base, y multiplicandola por el tercio de la Altura BC, por la razon antecedte.

Proposicion 3ra. Problema

La Piramide truncada triangular se compone de 3 piramides continuas pps.

Explicacion. Sea la Piramide truncada ABCDFE, y la Seccion DFE paralela à la Base ACB: Considerese un plano, qe. passa por los puntos B,C,D, como tam-

bien otro q.e passa por los puntos C, D, d,
y quedarà dividido el solido en 3 pira-
mides triang.s ABCD, BCDd, CDFd,
las quales son continuas Pps en la ra-
zon de AB: Dd.

Demostracion. Los triang.s ABD, DdB,
por estar entre unas mismas paralelas
son como sus bases AB, Dd; p.o las Pi-
ramides ABCD, BCDd, q.e tienen el ver-
tice comun C son como sus bases, q.e son
los triang.s ABD, DdB: luego estas 2 pi-
ramides tienen la misma razon q.e
las rectas AB, Dd; tambien los tri-
ang.s dBC, dF, por estar entre unas

mism.s paralelas son como sus Bases BC, EF, ó bien :: AB : DE, p.r ser los triang.s ACB, DFE semejantes; pero las Piramides BCDE, CDFE, q.e tienen un mismo vertice D son como sus bases q.e son los triang.s EBC, CEF: luego estas 2 piramides tienen la misma razon q.e las rectas AB, DE, y por consig.te las 3 Piramides ABCD, BCDE, CDFE, son continuas pps en la razon de AB : DE.

Propos. 1.a Problema

Hallar la solidez de la Piramide truncada AFB.

Resolucion. Hallese la superf.e DFE, como

tambien la inferior ACB, y entre es-
tas una media ppl, y las sumas de
las 3 superficies se multiplicarà p.r
el tercio de la Altura HB, y el produc-
to darà la Solidez.

Exemplo: Sea la Superf.e ABC = 36,
la Superf.e DFE = 25, y la altura HB=12:
multipliquese 36 por 25, y se tendra 900
cuia raiz quad.a es 30 p.r la Superf.e media,
sumense las 3 superf.s y sentendrà 91, cu-
ia cantidad multiplicada por 4, q.e es el ter-
cio de la altura 12 darà 364 por la so-
lidez de la Piramide truncada. La ra-
zon es, porq.e teniendo la Piramide ma-
yor 144, q.e es el Producto de 36, por

A, y la menor 100, q.e es el producto de 25 p.r A, será la Piramide media 120, q.e es el producto de 30 p.r A, y siendo las 3 piramides 144, 120, 100, continuas pps, darán la solidez de la Piramide truncada 364, como consta de la pro pos. anteced.te

Escolio 1.ro Lo q.e se ha dicho de la Piramide truncada triang.r se entiende de qualq.ra otra, p.r q.e esta se divide en otras triang.s

Escolio 2.do tambien se mide la Piramide, considerandola entera, y hallando su solidez; como tambien la de la Piramide DEFM, y restando esta de la otra, se tendrá la solidez de la truncada AFB.

Escolio 3.ro Si la Piramide truncada fuesse Conica como AB, se hallará la Superficie del circulo AC, y la del circulo BD, y entre estas 2 una media ppl, y la suma de las 3 se multiplicará por el tercio de la altura; la razn. es porqe. la Piramide Conica es infinitangula, y assi es comun á todas esta practica.

Propos. 9.a Problema

Hallar la solidez de 2 Muros de igl. crassicie, qe. forman qualqr. Angulo.

Resolucion. Para hallar la Solidez de 2 Muros BF, Cd, hallese la Superficie ABC DdF, q.e multiplicada p.r la altura dL dara la Solidez, y es la razon porq.e este Solido es un Prisma, q.e tiene p.r Base Ad, y por altura dL.

Proposicion 6.a Problema

Hallar la solidez de un Muro q.e tiene talu ò Escarpe.

Resolucion. Supuesto q.e los Planos HF, AC son paralelos, y el superior me-nor, q.e el inferior, y q.e los Planos AD, BF, son ig.s y paralelos, y perpendicul.s al Plano CD, sera este Solido un Prisma, q.e tiene por base el trapecio BF, y por Altura la recta AB: luego p.a hallar la Solidez se buscarà la Superf.e BF, y se multiplicarà por AB.

Tambien se halla la Solidez de este Muro, buscando la del Paralelepipedo LD, y la del Prisma LBAHD, q.e le compone.

Propos. 7.a Problema

Hallar la solidez de un Muro tal con escarpe, ō declivio, y q.e forma el Ang.o saliente B.

Resolucion. Considerese que por la recta FL pasa el Plano FLD u paralelo à QC, y tambien el Plano FLH paralelo à AG, y quedarà el Muro dividido en 3 solidos, qᵉ son los 2 prismas trapecios DC, HG, y la Piramide truncada HBDF: luego la solidez de los Prismas se hallarà por el Problema antecedᵗᵉ y la de la Piramide truncada pʳ la Prop. 1ᵃ y la Suma de los 3 Solidos darà la Suma total qᵉ se busca.

Propos. 8ª Problema

Hallar la solidez del Escarpe de un Muro con un Angᵒ entrante ABC cuia base es el Plano AKXBA, y la altura la HL del Muro.

Resolucion. Considerese, q.^e por el punto B pasa el Plano BILMR paralelo al triangulo CDA, y por la recta BF, y el Punto K otro Plano BKF rectang.^o en K, y se tendrà el cuerpo dividido en 4 solidos esto es 2 Prismas triang.^s A R, S C, y 2 Piramides, q.^e tienen su vertice en B, siendo la base de la una el Paralelogramo FM, y la de la otra el Paralelogramo FR. luego hallando la solidez de estos cuerpos se tendrà la suma de todos ig.^l à la q.^e se busca.

Propos. 9 Problema

Hallar la Solidez del Sector del cilindro, del cono truncado, y de la Corona cilindrica

Resolucion. Lo 1.ro Para hallar la solidez del Sector cilindrico ABCHIF formado con los planos BF, BH, se buscara la Superficie del Sector ABC, y se multiplicarà por la altura del cilindro AF. la razon es porq.e este solido es un Prisma q.e tiene p.r base la superficie del Sector ABC, y p.r altura la misma del cilindro.

Lo 2.do p.a hallar la solidez del Sector del cono truncado AOC

HZd se buscarà la Superf.e del Sector superior AOG y tambien la del inferior ÆZH, y entre las 2 una media prop.l, y la suma de las 3 multiplicada p.r el tercio de la altura darà la solidez: la razon es porq.e este cuerpo es una piramide truncada, q.e tiene por vase 2 sectores de circulo.

Lo 3.o p.a hallar la solidez de la Corona cilindrica AH, se hallarà la Superf.e de la Corona BH, y se multiplicarà p.r la altura AB del cilindro: tambien se hallarà la solidez de la corona, buscando el valor del cilindro AC, y el del cilindro interior ÆC, y restando el uno de otro serà la difª. la Solidez q.ᵉ se busca, porq.ᵉ la corona cilindrica no es otra cosa, q.ᵉ la difª. entre 2 cilindros desig. q.ᵉ tienen un mismo exe.

Lo 4.º si en un cono truncado MN se tiene dentro un cilindro XZ, y estan cortados p.ʳ los planos AR, RF, y se quiere saver el fragm.ᵗᵒ ABCDEFHL: se hallerà la solidez del sector del cono truncado ABREFS, y tambien el sector del cilindro LCRD HS, y restando el uno del otro la difª. serà la solidez q.ᵉ se pide. Si dentro del cilindro, se tiene un cono truncado, y se corta p.ʳ los planos MP, PR, y se pide la solidez del fragm.ᵗᵒ

MNOPdZSt, se buscarà la soli-
dez del sector cilindrico MNPdZZ,
y tamb.n la del sector del cono trun-
cado OPNSZt, y restando el uno
del otro, la difa. sera la solidez q.e
se pide.

Propos. 80 Theorema

La semiesfera ASB es los dos ter-
cios del cilindro circunscripto ABCD.

Demostracion. Este sobre el plano CF
el cono recto CEF de igl. base, y altu-
ra, q.e el cilindro ABCD. y si a dhos
solidos los corta un plano HL para-
lelo à AB, formarà la seccion entre
la semiesfera y el cilindro, la corona

HORL, y en el cono el circulo VZ igˡ. à la corona, porqᵉ en el triangº. rectangº. MVO se tiene $MV^2 = MO^2 - VO^2$ y siendo MO = MA = VH radio del circulo HL, y VO radio del circulo OR, serà MV radio de un circulo igˡ. à la difª, esto es à la corona, y pʳ. qᵉ. las rectas MV, EX, XY son igˢ. serà la corona HORL = al circulo VZ, y assi qualqª corona formada por un plano secante serà igˡ al correspᵗᵉ circulo en el cono, pº. el infinito numº. de las coronˢ es igˡ. al de los circulos, pʳ. qᵉ. se expresan pʳ. la altura KE: luego el espacio entre la semiesfera, y y el cilindro es ig.l al cono, y siendo esta la 3.a p.te del cilindro p.r tener ig.l base y altura, será la semiesfera los 2 tercios del cilindro circunscripto.

Corolario. Siendo la semiesfera ASB los 2 tercios del cilindro circunscripto AC, y q.e tiene p.r base al circulo maximo A.B, y p.r altura AD ig.l al radio AM, p.a hallar su solidez se ha de multiplicar el circulo maximo AB p.r los 2 tercios del radio, y p.r consig.te p.a hallar la solidez de la esf.a se ha de multip.r el circulo maximo p.r los $\frac{2}{3}$ del diam.tro y el prod.to dará la solidez q.e se pi de

Propos. 18 Theorema

La superficie de la semiesf.a ASB

es ig.l a la del cilindro circunscripto AC.

Demostracion. Considerese, q.e si del cilindro AC, se quita la Piramide Conica DMC, q.e es su tercio, quedarà la dif.a solida ADMCB, q.e es los 2 tercios; y siendo tambien la semiesfera inscripta los 2 tercios del cilindro (Theo. pos. antecedte) serà la dif.a solida ig.l a la semiesfera. Esto sup.to considerese la dif.a solida compta de una infinidad de pequeñas Piramides, q.e teniendo sus bases en la Superf.e del cilindro, y el Vertice en M, la altura comun de todas es el radio MA; y assimismo

la Semiesfera comp.ta de una in-
finidad de pequeñas piramides, cuias
bases esten en la superf.e esferica con
el mismo vertice y altura q.e las
antecedentes, y q.e sean en ig.l num.o á a-
quellas. Luego siendo todas las Pira-
mides de la dif.a solida ig.s á todas las
Piramides de la Semiesfera, seran to-
das las bases de las unas ig.s á todas
las bases de las otras por tener una
misma altura; pero todas las bases de
las unas componen la superf.e de
la dif.a solida, ó del cilindro, y to-
das las bases de las otras, la superf.e
de la Semiesfera: luego esta es ig.l

ā la del cilindro circunscripto.

Corolario 1.ro De aqui se sigue q.e assi co-
mo la superf.e del cilindro AC se ha-
lla multiplicando la circunf.a AB de la base por
la altura BC, tambien se hallarà la
superf.e de la semiesfera ASB, mul-
tiplicando la circunf.a del circulo ma-
ximo AB por el radio MB = BC,
y por consig.te la superf.e de toda la
esfera serà el prod.to de la circunf.a del
circulo maximo p.r el diametro AB

Corol. 2.do Siendo la superf.e esferica
el producto de la circunf.a del circulo
maximo p.r el diametro, y la superf.e
del circulo maximo el producto

del radio p.r la mitad de la circunf.a será la superf.e esferica quadrupla del circulo maximo.

Corol. 3.ro El circulo descrito con el diametro de la esfera como radio es ig.l á la superf.e esferica.

Corol. 4.o Las superficies de las esferas son como los quadrados de sus diametros. porq.e son ig.s á los circulos descritos con d.hos diametros como radios; y p.r consig.te siendo estos circulos como los quadrad.s de d.hos radios, serán tambien las superf.s de las esferas como los quad.s de los mismos radios, q.e son sus

Diametros

Propos. 12 Theorema

La Solidez de una Zona AORB es los 2 tercios del cilindro AHLB del circulo maximo AB, mas un tercio del Cilindro OFER del circulo menor OR.

Demostracion. Como el valor de todas las coronas q.e hai entre la Zona, y el Cilindro, se hallan, multiplican. de la mayor Corona HO por el tercio de la recta HA, se sigue, q.e el prod.to es ig.l al tercio del espacio HF entre los

2 cilindros AL, FR, y p.r consig.te
q.e la p.te AOF de la Zona es los 2
tercios; y quitando la Piramide Co-
nica OMR, q.e es el tercio del cilin-
dro FR, será la dif.a solida FOMR
los 2 tercios; y assi la p.te AOMRB
de la Zona es los 2 tercios del cilin-
dro AL, y añadiendo la Piramide
conica OMR, q.e es el tercio del ci-
lindro FR, se tendrá la solidez de la
Zona ig.l á los 2 tercios del cilindro
AL + al $\frac{1}{3}$ del cilindro FR.

Propos. 43 Theorema.

Si una Semiesfera ASB inscrita en

el Cilindro AC se corta por un pla-
no HL paralelo á la base AB, será
la superficie de la Zona AOLB ig.l á
la del cilindro correspond.te AL.

Demostracion. Siendo el solido AHMB
ig.l á la p.te de la Zona AOMLB, si el
1.ro se considera comp.to de infinidad de
pequeñas piramides q.e tienen las bases
en la superf.e del cilindro AL, y el ver-
tice en AL, y por altura comun el ra-
dio AM, y lo mismo se considera en
la Zona, se sigue q.e todas las Pirami-
des prim.ras seran ig.s á todas las 2.das,
y todas las bases de aq.llas ig.s á todas las
bases de estas; esto es la superf.e del

cilindro AL ig.l à la de la Zona.

Corolario 1.ro Siendo la superf.e de la semiesfera ASB ig.l à la del cilindro AC, y la de la Zona ig.l à la del cilindro AL, será la superf.e de segm.to OSR ig.l à la del cilindro HC.

Corol. 2.do Si una esfera inscrita en un cilindro se corta por un plano paralelo à la base, las partes de la superf.e de la esfera son ig.s à las p.tes respectivas del cilindro.

Corol. 3.o Siendo la superf.e del cilindro AL el prod.to de la circunf.a del circulo maximo p.r la altura MN, y la superf.e del cilindro HC el prod.to de la circunf.^a del circulo maximo p.^r la altura NS, será la superf.^e del cilindro AL á la superf.^e del cilindro HC, como MN: NS, y la misma tendra la superficie de la Zona AORB á la del segm.^to OSR.

Estos Theoremas y Corolar.^s anteced.^tes sirven p.^a facilitar los Problemas sig.^tes

Propos. 14 Problema

Hallar la superf.^e de la Esfera, de sus segm.^tos y Zonas.

Lo 1.^ro para hallar la superf.^e de la Esfera C se multiplicará el diam.^tro de su circulo maximo p.^r la circunf.^a y se tendrá la superf.^e q.^e se pide.

Lo 2.do para hallar la Superf.e del Segm.to Esferico DFH, se multiplicarà la circunf.a del circulo maximo p.r la sagita ò perpendicular SH, y el prod.to serà la Superf.e q.e se pide.

Lo 3.ro Para hallar la Superf.e de la Zona ADFB se multiplicarà la circunf.a del circulo maximo por la altura ò perpendicul.r CS, y el producto serà la superficie q.e se pide.

Escolio. tambien se halla la Superf.e de la Esfera, si el quad.o del Diametro se multiplica por 22, y el producto se parte por 7 — La razon es porq.e segun Archimedes, el quadrado del Diam.tro es à la superf.e de la Esfera :: 7:22. Segun Zeulen como 400:314, y segun Adriano Mezio :: 113:355.

Proposicion 45 Problema

Hallar la Solidez de la Esfera, de sus Segm.tos Sectores, y Zonas.

Lo 1.ro Para hallar la Solidez de la Esfera se multiplicarà el circulo maximo p.r los $\frac{2}{3}$ del Diametro, y se tendrà la solidez q.e se pide.

Lo 2.do Para hallar la Solidez

del Sector CDHF, se ha de multiplicar la superficie DHF por la 3.ª p.te del radio CD, y se tendrà la solidez del Sector

Lo 3.ro p.a hallar la solidez del Segm.to DFH, se hallarà 1.ro la del Sector despues la del Cono CFD, y restando es ta de la 1.ra se tendrà la q.e se pide del segm.to

Lo 4.º Si se quiere la solidez de la Zona ADFB, se buscara 1.ro la solidez de la Semiesfera, luego la del segmento DFH, y restando una de otra, se tendrà la de la Zona.

Escolio. Supuesta la razon del Diametro à la circunf.a como 7:22 tendrà el cubo del diametro à la solidez de la Esfera la razon de 21:11

Demostracion. Sea el Diametro $= d$, serà la superficie del circulo maximo $\frac{11dd}{14}$, q.^e multiplicada p.^r los $\frac{2}{3}$ del Diametro, esto es por $\frac{2}{3}d$, serà la Solidez de la Esfera $= \frac{22d^3}{42}$, ò bien $\frac{11d^3}{21}$; tambien siendo el Diam.^tro d serà su cubo d^3 y siendo pp.s (Lem 1.^ro Lib 5.^o de Euclides) $d^3 : \frac{11d^3}{21} ::$ $:: 21 : 11$, serà el Cubo del Diam.^tro à la Solidez de la Esfera $:: 21 : 11$; de donde se sigue q.^e si el cubo del Diametro se multiplica por 11, y el prod.^to se parte por 21, se tendrà la Solidez de la Esfera.

Proposicion 16 Problema

Hallar la Solidez de un Paraboloide.

Explicacion. Paraboloide es un Solido q.e
se produce por la rebolucion de una Semi-
parabola ABF al rededor de su Exe FB,
y por consig.te se compone de una infini-
dad de circulos paralelos al de la Base,
cuios radios son las infinitas semiordena-
das FA, DH, KL, &c. á la Parabola, y p.a
hallar la solidez se ha de multiplicar el
circulo AC de la Base por la mitad del
Exe BF, y assi sup.to q.e la Semiordena-
da ó radio de la Base AF sea = 12 será la
superf.e del circulo 616, y sup.to q.e el Exe BF
sea 20, se multiplicará 616 por 10, esto es
el circulo de la Base por la mitad del

Exe BF, y se tendrà 6160 por la Solidez del Paraboloide.

Demostracion. Considerando el Exe BF compto. de una infinidad de abcisas BM, BK, BD, &, en progresion Arithmca. los quadrados de las semiordenadas MN, KL, DH, formaràn otra progression Arithmetica por tener estos la misma razon q. las abscisas (Propos. 2.a de la Parabola): luego siendo los Circulos como los quadrados de los radios, q. son las semiordenadas, seràn tambien los Circulos como las abscisas, y p.r consig.te todos los q. componen el Paraboloide forman una Progresion Arithmetica, cuio valor se halla,

multiplicando el circulo de la Base (es-
to es el termino mayor) por la mitad
del exe, q.e expressa el num.o de los cir-
culos, ò el de los termin.s de la Progression.

Proposicion 57 Problema

Hallar la solidez de un Esferoide
ACDB.

Explicacion. El Esferoide es un so-
lido q.e se produce por la revolucion
entera de una semielipse CAD
al rededor de su exe mayor CD; ò bi-
en por la rebolucion entera de la Semi-
elipse MNO, al rededor de su exe
MO. Si la rebolucion se hace sobre

el Exe mayor, se llama Asteroide longa como A; y si se hace sobre el Exe menor, se llama Asteroide lata como Z.

Para hallar la solidez del Asteroide longa, se ha de multiplicar la superf.e del circulo del Exe menor por los $\frac{2}{3}$ del Exe mayor, y p.a hallar la solidez del Asteroide lata Z, se ha de multiplicar la superf.e del circulo del Exe mayor por los $\frac{2}{3}$ del menor.

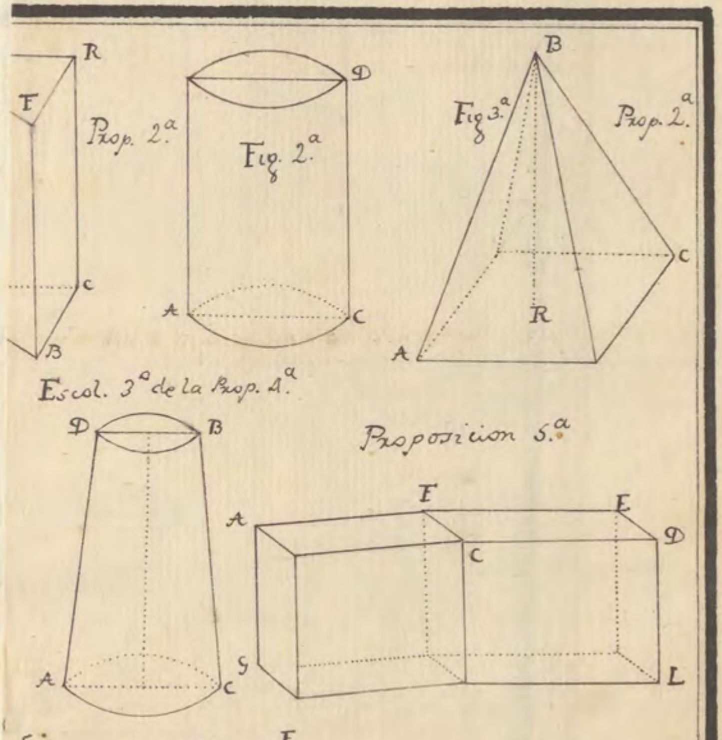
Demostracion Siendo los quad.s de las semiordenadas EZ, FK en la Elipse como los quad.s de las semiordenad.s EH, FL en el circulo, y como los quadrados de estas semiordenas, assi las sutent.-de estos circulos, seràn todos los qua. culos de las semiordenadas de la Elipse q.e componen el Esferoide, como los circu- los, q.e componen la Esfera; pero el valor de los Circulos, q.e componen la Esfera, se hallá multiplicando el circulo de la ma- yor ordenada PS, por los $\frac{2}{3}$ del Exe CD: luego multiplicando el circulo de la ma- yor ordenada AB, por los $\frac{2}{3}$ del Exe mayor CD, se tendrà el valor del Es- feroide longa R. Lo mismo se demues- tra de la Esferoide lata Z.

Escolio 1.ro Los Solidos muy irregula-

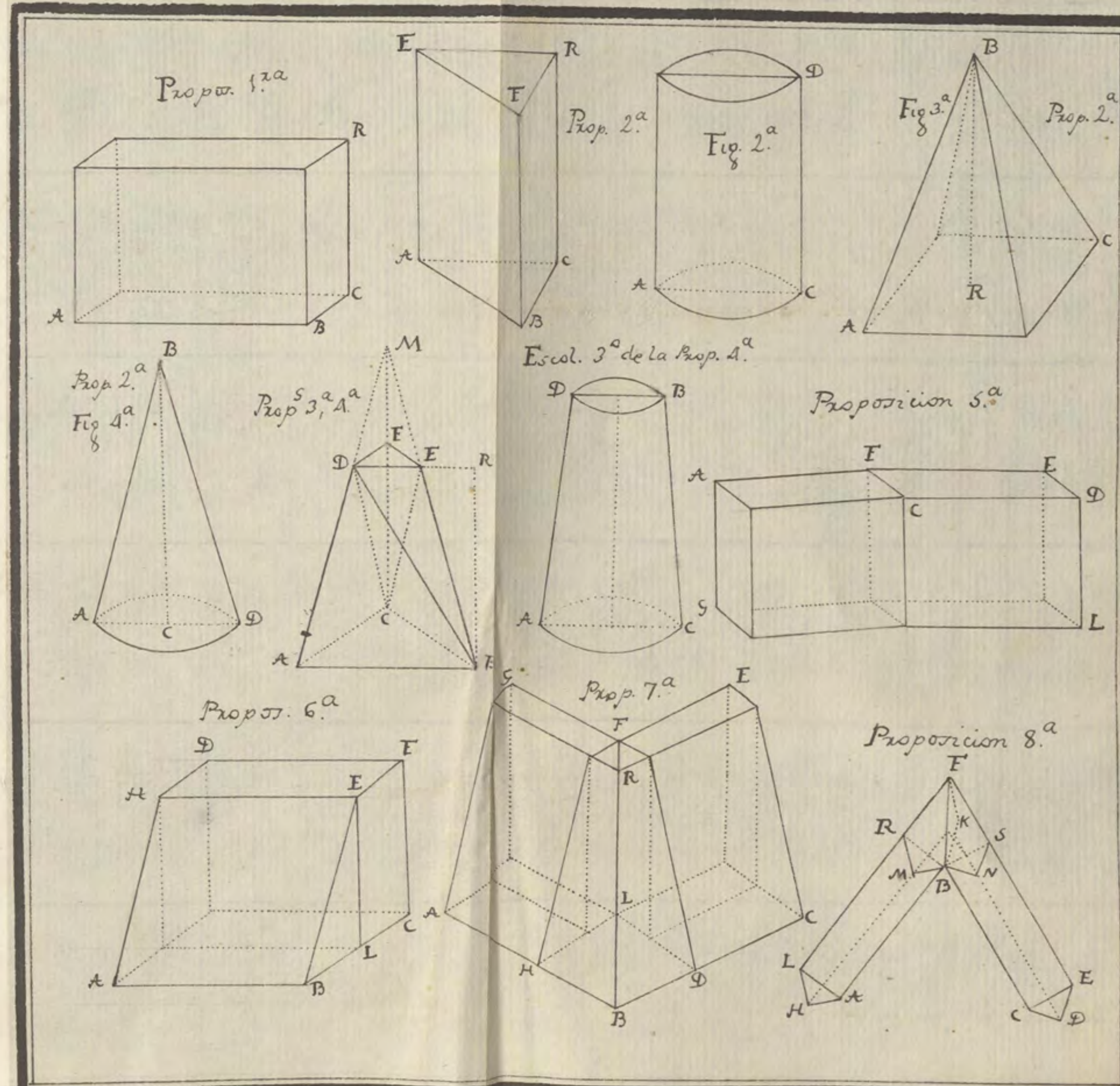
res, se reducen á regulares, q.to es pos-
sible, considerando atentam.te los excesos,
o defectos de cada uno.

Escolio 2do. Puede medirse un cuer-
po irregular poniendo dentro de una
caxa de figura de un Prisma, ó ci-
lindro, y llenando de agua, ó de Are-
na todas las concavidades, hasta q.e
la Superf.e superior sea paralela á la
inferior, y de este modo se medirá
la Solidez del Prisma y restando la
Solidez del agua, ó arena, q.e haia en-
trado, quedará la del cuerpo irregu-
lar.

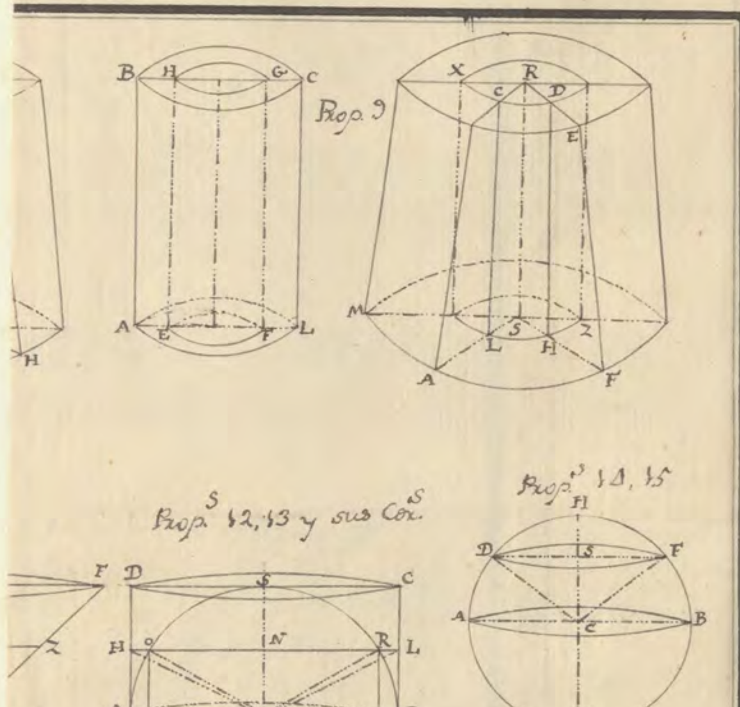
Escolio 3ro. La aplicacion de la Exteometria à los Edificios militares, y civiles, Excavaciones, Minas, &, se dará en su propio Lugar.

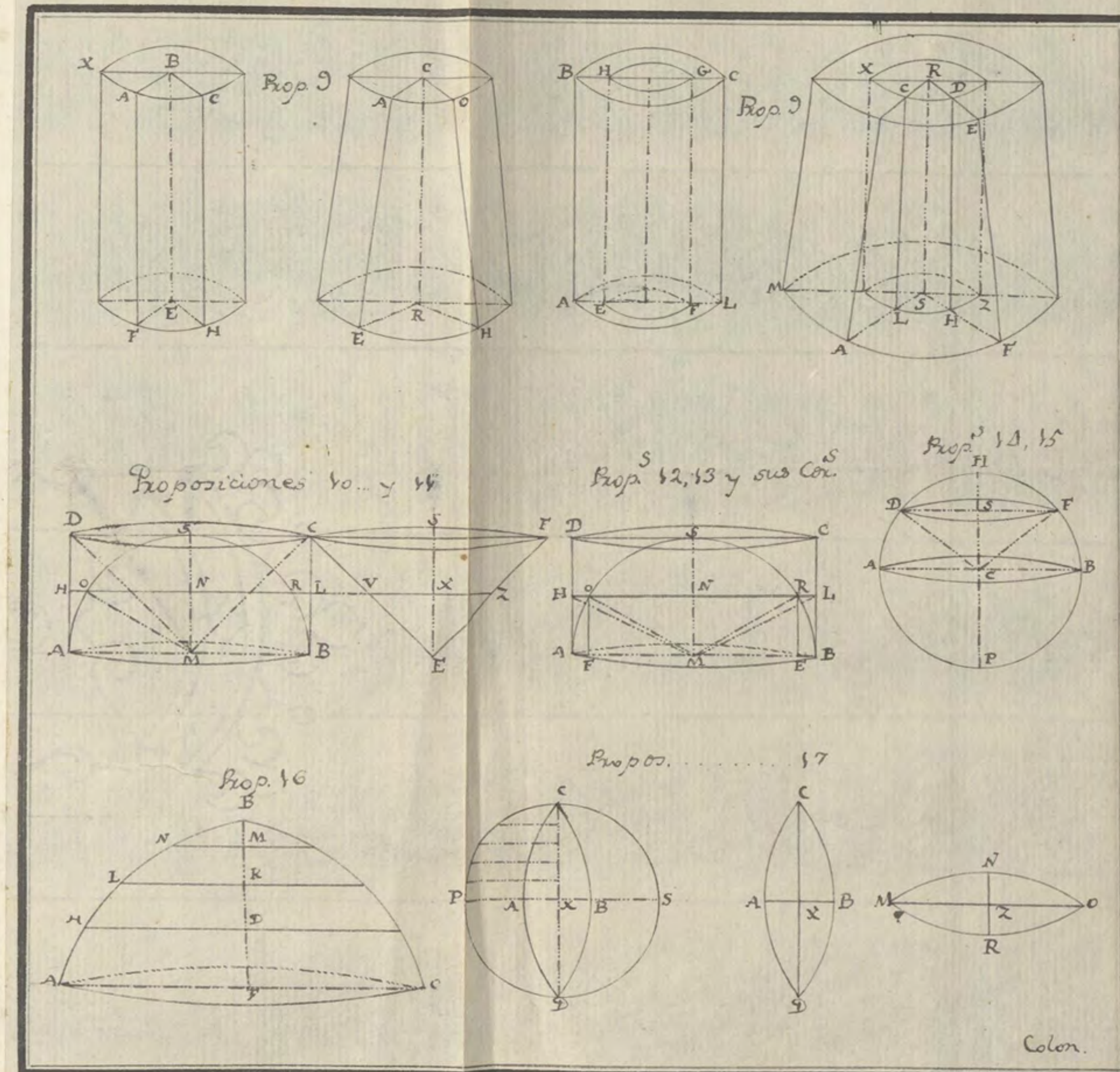


R
F
Prop. 2.ª
C
B
D
Fig. 2.ª
A
C
B
Fig 3.ª
Prop. 2.ª
C
R
A
Escol. 3.ª de la Prop. 4.ª
D
B
A
C
Proposicion 5.ª
F
E
A
D
C
G
L
G
Prop. 7.ª
E
F
R
L
C
H
D
B
Proposicion 8.ª
F
R
K
S
M
N
B
L
E
H
A
C
D



Propos. 1.ª
Prop. 2.ª
Fig. 2.ª
Fig. 3.ª
Prop. 2.ª
Prop. 2.ª
Fig. 4.ª
Props. 3.ª, 4.ª
Escol. 3.ª de la Prop. 4.ª
Proposicion 5.ª
Propos. 6.ª
Prop. 7.ª
Proposicion 8.ª


Prop. 9
B H G C
A E F L
X R C D E
M S Z L H A F
Props. 12, 13 y sus Cors.
F D S C
H O N R L
A F M E B
Props. 14, 15
H
D S F
A C B
P
Propos. 17
C
A X B S
D
C
A X B
D
N
M O
Z
R
Colon.


Prop. 9
Prop. 9
Proposiciones 10... y 11
Props. 12, 13 y sus Cors.
Props. 14, 15
Prop. 16
Propos. 17
Colon.

Libro Octavo Del Nive lamiento.

El Nivelamiento es una de las p.tes principales de la Geometria Hac-rica, por cuio medio se asegura y her-mosea los Edificios Militares y Civiles; se examinan las alturas y profundi-dades de la Campaña, se hace el Perfil de qualq.r Terreno, y sirve á otros muchos fines, siendo el m.s prin-cipal p.a conducir las aguas de un lug.r á otro.

Difinicion 1.ª Dos Puntos se dicen q.e estan de Nivel quando distan igualm.te del centro de la Tierra ó de los Graves; esto es, si las rectas CA. CB, q.e salen del centro C fueron ig.s los puntos A y B estan en un mismo nivel; de q.e se sigue que todos los puntos de una linea recta no pueden estar de nivel; pues unos distan mas q.e otros del centro de la Tierra.

Difin. 2.da Linea de Nivel verdadero es aquella, cuyos puntos estan todos en un mismo Nivel; y por consigte no puede ser linea recta sino Curba, como el Arco DE del circulo maximo de la Tierra, ó bien otra Circunfa de circulo mayor, ó menor, cuio centro sea el mismo de la Tierra.

Corolario. Los cuerpos fluidos que estan en reposo, como las aguas durmientes de un vaso, Estanque, ó Laguna tienen los puntos de su superfe en verdadº Nivel.

Difin. 3ª Linea de Nivel aparente es qualqra Orizontal EB, ó paralela al Orizontal, Tangte al Circulo de la Tierra, y por consig.te perpendicular al

diam.tro DN: llamase aparente por-

q.e siendo mui pequeña como DH pa-

rece linea de Nivel verdadero, respec-

to q.e el Arco muy pequeño no se dis-

tingue sensiblem.te de su Tang.te

Corolario 1.ro Si la linea AB es de ni-

vel aparente, los puntos A y B equi-

distantes del contacto D estan de

verd.o nivel, p.r q.e en los triang.s re-

ctang.s CAZ, CBZ, siendo las rectas

DA, DB, ig.s y CD comun, tambien las

rectas CA, CB, seran ig.s y p.r consig.te

los p.tos A y B distarán igualm.te del

Centro de la Tierra.

Corolario 2.do Como el Nivelamiento se hace p.r visuales, q.e son lineas rect.s paralelas al Orizonte, se sigue que es-tas practicas se executan s.pre por lineas de Nivel aparente.

Difinicion 1.a Si 2 puntos D y B es-tan de Nivel aparente, y los D, E de Nivel verdadero, la recta BE, que pro-longada pasa por el Centro C, se llama difer.a entre el Nivel aparente, y el ver-dadero.

Escolio. Quando la linea del Nivel apa-rente como DH, es tan corta, q.e no ex-cede de 220, á 280 varas, se despre cia la difª. p.ª insensible; pero si es larga como DB de 360, á 700 varas, es necesario atender á la difª. BE, y restarla del Nivel aparente, pª. tener el verdadº. como se verá en adelante.

Difin. 5.ª Sirve la Nivelacion pª. averiguar entre 2 puntos, q.l esta el uno mas elevado q.e el otro, y el punto donde empieza la Nivelacion se llama termino 1.ro y el otro á donde se dirige Termino 2.do

Capitulo 1.ro De los Niveles mas Comunes.

Varios son los Instrumtos. q.e sirven pª.

estas practicas, segun lo q.^e se intenta nivelar, y se reducen á 3 especies, q.^e son Nivel de Peso, Nivel de Agua, y Nivel de Aire.

Nivel 1.^ro Entre los Niveles de peso el mas simple y ordinario, es el q.^e componen 2 reglas iguales, R.^o RC, (q.^e forman qualq.^r Ang.^o R) unidas con la regla XZ, con q.^e se forma el triang.^o XRZ, cuia base XZ se divide por medio con una linea SO, y del Ang.^o R pende un hilo RD con un plomo D.

Sirve este instrum.^to p.^a nivelar una distancia corta, como p.^a saver, si las hiladas, de Piedra, ó ladrillo en la construccion de un Muro estan de Nivel, lo q.e se exa-mina poniendo sobre los puntos M, A, del Muro una regla como unos de 9 á 12 pies de largo, y sobre ella el Nivel; y si el Hilo, caiendo li-bremente con su plomo, pasase por la division 50 de la Base del Tri-angulo se dirá q.e los puntos M, A estan de Nivel, como quales q.ra otros de la misma linea, porq.e siendo el triang.o AHZ Ysosceles, la perpendi-cular, q.e forma el Hilo con el plomo, q.e continuada passaria por el centro de la tierra, es perpendicular á la recta MA: luego esta linea es parale̲la al Horizonte, y por consig.te linea de Nivel aparente.

Del Nivel Segundo.

Para Nivelar distancias muy largas, sirve otro Nivel de Peso, q.e consiste en un Anteojo de 2 pies de largo, guarnecido con 2 planchas, o brazos de metal, q.e hacen la figura de una Cruz, y por la parte superior se suspende por un gancho, aplicando en la Inferior un peso, de suerte q.e el Anteojo, quede perfectam.te horizontal, y assi las visuales, son lineas de Nivel aparente.

Quando el Anteojo tiene quatro lentes, ô vidrios, se representan los objetos, como realm.te existen; pero si tiene solo 2 lentes, los representa al contrario, esto es lo de abajo, arriba, y lo de la derecha, â la izquierda, y son assi mucho mejores, p.a atraen los objetos con mayor claridad: como este instrum.to es muy compuesto, no solo tiene dificultad su construccion, e-xacta, sino q.e quiere mucha atencion, y repetidas observaciones p.a rectificarle sobre el terreno, hasta assegurarse, q.e la visual tirada por la

Seda, q.e tiene dentro en el medio del Vidrio Objetivo, sea perfectam.te horizon-tal, ó linea de Nivel aparente.

Del Nivel Tercero

El Nivel de agua y de ayre es como-do p.a qualq.r distancia, y consiste en un Cilindro AB de vidrio de 12 a 15 pulg.s de largo lleno de alg.n licor, q.e no es-te exp.to á congelarse, á excepcion de una, o 2 gotas, cuio pequeño espacio ocupa el ayre; el cilindro deve es-tar bien cerrado por todas partes, á fin de q.e no se salga el licor, ni el ayre, y se guarnece de laton ó co-bre, uniendolo á una plancha sub

de la misma materia, de tal suerte
q.e si un plano pasasse p.r la longitud
del cilindro, y de la Plancha hiciesse en
la seccion las rectas AB, mn para-
relas. La longitud AB se divide por
medio en C, con una linea, y en la
p.te superior se ponen 2 pinulas, ó di-
optras hacia los extremos p.a dirigir las
visuales ó niveladas, á cuio efecto la
guarnicion de metal deja una porcion
descubierta al medio del Instrum.to

Para Nivelar con este instrum.to se
pone sobre un pie ó tabla de suerte
q.e el aire, q.e esta dentro del Cilindro
se halle en medio del Hilo, o linea.

q.e passa p.r el centro C, y en esta si- 343
tuacion, dirigiendo la visual ABD á
qualq.r objeto será esta linea de nivel
aparente.

Del Quarto Nivel

Entre los Instrum.tos q.e sirven al Ni-
velam.to el m.s comun es el Nivel
de Agua, y consiste en un cañon AB
de Oja de lata de 4 á 5 pies de largo
y 1 pulg.da y media de Diametro, torcido
en sus extremos AE, BC, en donde se
ponen 2 vasos cilindricos, O, P de Vidrio
claro, y transparente, bien unidos al Ca-
ñon con vetun, o Pez, de suerte, q.e por
las Puntas, no salga el Agua. En me-

del cañon tiene otro q.e sirve de en-
caxe como N, y corresponde al palo
N S de 4 a 5 pies de alto, q.e se fixa
en tierra, de suerte, q.e sobre el pueda
moverse librem.te el Instrum.to ó nivel
hacia qualq.r parte.

Para servirse de este instrum.to
(despues de haverlo colocado en el lu-
g.r conven.te) se llena de agua el ca-
ñon hasta una pulg.da de los extremos
O, P, y esperando alg.n tiempo p.a q.e el
agua quede sin movim.to se buelve
á mover el nivel á fin q.e salga al-
gun viento, q.e pudo introducirse en el
cañon al t.po de llenarle de agua,

y hasta que esta quede en reposo no se tira nivelada alg.ª el termino donde se dirige la visual deve tener una vara larga ML, perpendicular al horizonte q.to sea posible, y en ella se aplica una tablilla blanca de un pie, ó pie y medio, con una señal negra en medio, de suerte que la tablilla se mueva librem.te por todo lo largo de la vara.

Con estas precenciones por la superf.e superior de uno y otro vaso se tira la visual NOL, y el q.e tuvise la vara, levantarà ó baxarà la tablilla, hasta q.e la parte superior de la señal negra, vea juste á la visual en el p.^to^ Z, y la recta AZZ será linea de Nivel aparente.

Quando el Instrum.^to^ se pone en uno de los terminos de la Nivelación se llama la visual, Nivelada Simple; pero quando el Nivel se pone entre los 2 terminos ó Extremos, y por consig.^te^ desde un mismo lug.^r^ se tiran visuales á 2 objetos, se dice, Nivelada Doble. Quando la Nivelación de dos puntos se hace con sola una estación, se llama Nivelam.^to^ simple; pero q.^do^ es preciso hacer 2 ó mas estaciones se llama Nivelam.^to^ comp.^to^ Estas

Practicas sobre el terreno se executan en dias claros y serenos, à fin q. el viento no cause movim.to alguno.

Capitulo 2.do Del Uso del Nivel de Agua

Propos. 1.a Problema

Hallar quanto el termino AC esta mas elevado q. el punto S.

Resolucion. Sup.to q. la distancia SA no excede de 280 varas, se pondrà el Nivel en S, y la vara perpendicular en el punto A, y llevando de agua el Nivel, tirese por las superf.s

de ella la visual XZZ, y asseguran-
do la Tablilla, hasta q.e la señal su-
perior negra se ajuste al punto Z, mi-
dase la altura MZ, y sea de 4 pies
y 7 pulgadas; midase tambien la Altura
NS del Nivel y sea de 5 pies y 8
pulg.s, y restando la menor altura de
la mayor, se tendra 1 pie y 1 pulg.da
q.e es lo q.e el termino N esta mas
elevado q.e el termino S.

Escolio, si la distancia AB, fuesse po-
co mas ó menos de 520 varas, se
hallará la dif.a de la altura por una
Nivelado doble doble: de este mo-
do: pongase el Nivel en C mitad

de la distancia AB, y en el termº. A la vara con la Tablilla, y dirigiendo la visual ZAF, se medirà la altura AF, y sea de 9 pies, y 4 pulgs., q.e se notarà sobre un papel, y puesta la vara en B, dirijase la visual AZL midase BL, y sea de 3 pies y 10 pulgs. y restando la altura menor de la mayor, se tendràn 5 pies y 6 pulgs. q.e es lo q.e el termino B esta mas elevado q.e el termº. A: este modo de nivelar es el mas exacto, porq.e à demas de evitarse muchas estaciones, los p.tos F. y L estan de verdadº. Nivel por dis-

tan igualmte. del Instrumto. y lo mis-
mo seria aunq. la distª. AB, fuera
mayor, (Consta del corol. 1ro. de la
Difinicion 3ª), ni las refracciones de
las visuales en distancias largas pue-
den causar error, porq. seran igs. res-
pecto de ser los terminos equidistantes
del punto C.

Proposicion 2ª. Problema

Nivelar los terminos A y B, supto. q. la Distª. AB sea poco mas ô menos de 1560 varas

Resolucion. Siendo la distª. de 1560
var., serà el nivelamto. compto. res-

pecto de no poderse hacer por una sola estacion, y assi se haràn seis nivela-das simples, ò bien 3 dobles, q.e es lo mejor.

Dividase pues la dist.a AB en p.tes poco mas ò menos ig.s en los puntos C, y D pongase una vara en A y otra en C, y en medio el Nivel en E, y las Al-turas, q.e se hallaren de los terminos 1.ros se escriviran en una columna, y las de los terminos 2.dos en otra, como se ve al fin del Exemplo; y supuesto que AH se hallò de 9 pies y 6 pulg.s se escrivirà en la 1.ra columna, y CL, q.e supongo de 3 pies y 8 pulg.s en la 2.da

Para la 2.da operacion, teniendo fixa la vara en C, se pondrá otra en D, y en medio el nivel en F, y tirando la visual ZAM al termino 1.ro y supuesto q.e CM se halló de 7 pies y 2 pulgadas, se escrivirá en la 1.ra Columna; y dirigiendo la visual XZN, y sup.to q.e se halló DN de 2 pies y 5 pulg.s, se pondrá en la 2.da Columna.

P.a la 3.ra operacion, teniendo fixa la vara en D, se pondrá otra en B, y en medio el Nivel en G, y dirigien-do la visual TXP al termino 1.ro,

y sup.^to q.^e DP es de 6 pies y 9 pulgad.^s
se escrivirán en la 1.^ra Columna, y tirando la
visual XZ, y sup.^to q.^e BO es de 4 pies
y 5 pulg.^das Sumense las Alturas de los terminos 1.^ros y se tendrá 23 pies y 5 pulg.^s y sumando tambien las de los terminos 2.^dos se tendra 10 pies y 6 pulg.^s y restando la una suma de la otra,
se hallará la dif.^a 12 pies, y 11 pulg.^s
q.^e es lo q.^e el punto B esta mas elevado q.^e el punto A

	Columna 1.^a	Column 2.^a
	Pies Pulg.^s	Pi.^s Pulg.^s
AH = 9 ... 6	CL = 3 - 8	
CM = 7 - 2	DN = 2 - 5	
DP = 6 - 9	BO = 4 ... 5	
23 - 5	10 ... 6	
Sum 1.^a 23	5	
Sum.^a 10	6	
Difer.^a 12	11	

La razon es porq.e si de AH se resta CL, se tendria, q.e el punto C esta mas elevado q.e el p.to A, y si de CM se resta DN, se tendrà la Altura del punto D sobre el p.to C, y si de DP se resta BO, se hallara lo q.e el p.to B esta mas elevado q.e el p.to D: luego si de AH + CM + DP, se resta CL + DN + BO, se tendrà la Altura del punto B sobre el punto A.

Lo mismo hallaria empezando la operacion p.r la altura B, y fenecciendo en A, descendiendo con las estaciones hasta dicho punto.

Si no se quieren hacer las columnas, bastarà notar las Alturas AH, LM, NP, y de la suma restar BO.

Proposicion 3.ª Problema

Nivelar los puntos A y B, q.do el terreno solo permite niveladas simples.

Resolucion. Sup.to q. la dist.a AB sea de 1070 varas, y q. no se puede tirar nivelada doble, se podràn hacer quatro niveladas simples, y assi se elegiràn los puntos C, D, E procurando q. la nivelada simple no exceda de 280 varas, y poniendo la vara en A y el Nivel en C, se tirarà la visual FG, y se notará AG; y poniendo el nivel en D, y la vara en C, se tirará la visual HL, y se notará CL; y sup.to q.e de este mismo modo, se han hallado las demas alturas DN, ℰP, y q.e AG es de 7 pies, y 4 pulgad.s CL, de 6 pies y 9 pulgadas, DN de 8 p.s y 2 pulg.s y ℰP de 8 pies, será la suma 30 pies, y 3 pulg.s de la q.l restando las 4 alturas del Nivel, q.e componen 18 pies, se tendrá la diferencia 12 pi.s

	1.ra Columna	2.da Column.a
AG =	7 ... 4	4 ... 6
CL =	6 9	4 ... 6
DN ...	8 ... 2	4 ... 6
ℰP ...	8 ... 0	4 ... 6
	30 ... 3	18 0
S.a 1.a ...	30	3
S.a 2.a ...	18	
	12	3

y 3 pulg.$\frac{1}{8}$ q.e es la altura del punto B, sobre el punto A.

Lo mismo se hallaria descondiendo del punto B, hasta A, siendo la razon de esta practica la misma q.e la de la anteced.te

Proposicion 1.a Problema

Nivelar los puntos A y B por niveladas simples, y dobles.

Resolucion. Entre los terminos A y B, eliganse los puntos D, E, G, H, K, de suerte q.e se hagan q.tas niveladas dobles se pudieren, y sup.to q.e el terreno solo las permite de esta esp.s en las dist.s AD, ÆG, KB, y q.e las demas han de ser sencillas se pondrà el Nivel en C y las varas en los puntos A y D, y tirando las visuales, se notaràn las Alturas AL, DM, y poniendo el Nivel en D y la vara en Æ, y tirando la visual NO, se notaràn las Alturas DN, ÆO, y continuando como se ha dho en los problemas antecedentes se tendrà en la 1.a Columna AL, DN, GR, HT, KX, y en la 2.da DM, ÆO, GQ, HS, KV, BC, y restando la una suma de la otra, se tendrà la altura del p.to B, sobre el p.to A

Lo mismo se hallarà empezando desde el punto B y descendiendo hasta A. No queriendo formar las columnas, bastarà notar las Alturas AL, MN, OP, ZR, St, Z8 y de la suma restando BT se tendrà la altª del pto B sobre el pto A.

Proposicion 5ª Problema

Nivelar los ptos A y B entre los quales se halla la Altura C, y la Profundidad D.

Resolucion Como esta Operacion necessita de subir y baxar con el Nivel se han de notar de una pte las Alturas q. se hallan subiendo, en otra las q.^e se hallan baxando, y restando la suma de las unas de la suma de las otras se tendrà la dif.^a q.^e se pide; y assi eligiendo las distancias p.^a niveladas dobles, ó simples, segun permitiere el terreno, q.^e supongo ser como expressa la figura, se empezarà la operacion, poniendo el Nivel en 1, y tirando la Nivelada Doble FG notese la altura AF; puesto el nivel en 2, y tirada la visual YH, se notarà la altura GH; puesto el nivel en 3, y tirada la visual NK, se notarà la altura KY, y a este modo las alteras LM, NO, las quales se escrivirán en la columna subiendo; puesto el nivel en 6, y tirada la visual QR, se notarà la altura PQ, q.e se escrive en la columna baxando; y puesto el nivel en 7, tirada la visual ST, se notarà la altura SR en la misma columna baxando.

Puesto el Nivel en 8 y tirada la visual XV, se notarà la altura TV en la columna, subiendo, puesto el Nivel en B, y tirada la visual IZ, se notarà la altura XZ

Alturas subiendo	Pies. Pulg.	Altur.s baxando	Pies Pulg.
AF =	7 … 4	PQ =	6 … 3
GH =	3 … 2	RS =	3 … 4
YK =	4 … 5	IB =	4 … 6
LM =	3 … 7	Sum.a	14 … 1
NO =	5 … 1	Sum. 1.ra	29 … 8
TV =	2 … 5	Sum. 2.da	14 … 1
XZ	3 … 8		
Sum.a	29 … 8	Dif.a	15 … 7

en la columna subiendo, y finalmte.
la altura del Nivel TB, se escrivirá
en la columna bajando, y supto. qe.
el valor de las Alturas sea conforme
al presente calculo, se sumarán las de la
1ra columna, y se tendrian 29 pies, y 8
pulgs. y la suma de las alturas de la
2da sera 14 pies y 1 pulgs. cuia suma
restada de la antecedte. dará la difa
15 pies y 7 pulgs. qe. es la altura del
pto. B sobre el punto A.

Proposicion 6a Problema.

Hallar la difa entre el Nivela-
parte. y el verdo. en qualqra. razon da-
da.

En los Problemas anteced.tes no se ha echo atencion á la dif.a entre el Nivel apar.te y el verdad.o por suponerse q.e con el Nivel de agua, se tiran visuales cortas, q.e se consideran por lineas de Nivel verdadero, respecto de ser insensible la dif.a; pero haviendose tirar niveladas largas, como de 1000 á 2500, usando del Nivel de anteojo. es necesario reducir el apar.te al verdadero, respecto de ser ya sensible la difer.a la qual será mayor, ó menor, segun fuere mayor ó menor la Nivelada.

Resolución. Supto. q.l la recta BD es la linea del Nivel apart.e la DF esl Nivel verdadero, BF la dif.a y CD el semidiametro de la tierra, se ha de quadrar el Radio, y la recta DB, y de la suma sacando la raiz se tendrà el valor de CB, y restando el radio CF, se tendrà conocida la dif.a FB.

Exemplo. El diametro de la Tierra se tiene conocido p.r varias observaciones, y es de 15250582 varas Castellanas; ó bien 45751746 pies: luego el radio CB de 7625291, ó bien 22875873

pies; y supto. q̃. la distancia BD es
de 2000 se reducirà à pulgadas y se
tendrà 72000, y su quadrado 5184000000
el semidiametro de la Tierra redu-
cido à pulgadas es de 271540176, y
su quadrado 753560014337416576, y la
suma de los 2 quads. es 753560056517746576
y sacando la raiz quad.a serà esta
271540502 pulgs. y proximamte. $\frac{1}{5}$ de
pulgs. q̃. es el valor de CB, y res-
tando el semidiametro CF, queda-
ràn por el valor de BF 26 pulgadas,
y 9 lineas, q̃. es lo q̃. se ha de restar
en una nivelada de 2000, de suer-

te, q.^e haviendo de nivelar los pun-
tos A, B, se tirarà la visual CD, ỹ
supt.^o q.^e es de 2000 varas, y q.^e AD
se hallò de 12 pies y 8 pulg.^s, res-
tando la altura del Nivel, q.^e supo-
nemos de 4 pies y 6 pulg.^s quedarà
AL de 8 pies y 2 pulg.^s y quitando
FL de 2 pies 2 pulg.^s y 9 lin.^s q.^e cor-
responden à la dist.^a de 2000 varas,
se tendrà AF de 5 pies 11 pulg.^s y 3
lineas, q.^e es la verd.^a altura del p.^{to}
B sobre el punto A.

Escolio 1.^{ro} tambien se puede hallar

la dif.ª reduciendola á pulgad.s assi la dist.ª dada, como el Diametro, y quadrando la distancia se partirá por el Diametro, y el quociente será el valor en pulg.s la razon es porq.e $\overline{BD}^2 = HB \times FB$; y como el Diametro de la Tierra FH no se distingue sensiblem.te de HB, se puede tomar FH en lug.r de BH, y assi $\overline{DB}^2 = HF \times BF$: luego BF $= \frac{\overline{DB}^2}{HF}$.

Escolio 2.do Si el quad.o de qualq.r dist.ª se multiplica p.r 26 y el prod.to se parte por 1000000, el quociente será el valor de la dif.ª en pulg.s

Exeplo sea la linea del Nivel

apart.te 1000, su quad.o será 16000000

q.e multiplicado p.r 26 es 416000000, y

partiendo p.r 1000000 se tendrà 104

pulg.s Esto basta p.a hallar la dif.a

en qualq.r dist.a q.e en 1233 varas y

1 pie, solo puede haver una pulg.a

de dif.a la raz.n de esta practica con-

siste en q.e los quad.s de las dist.s

BD, DO tienen sensiblem.te la razon

de las dif.s FB, NO, p.r q.e seg.n lo dho

en el Escolio anteced.te $\overline{DB}^2 = FH \times FB$,

y $\overline{DO}^2 = MN \times NO$: luego $\overline{DB}^2 : \overline{DO}^2 :: FH \times$

$FB : MN \times NO$, y siendo $HF = MN$, se-

rà $HF \times FB : MN \times NO :: FB : NO$.

luego 11 del 5.o $\overline{DB}^2 : \overline{DO}^2 :: FB : NO$,

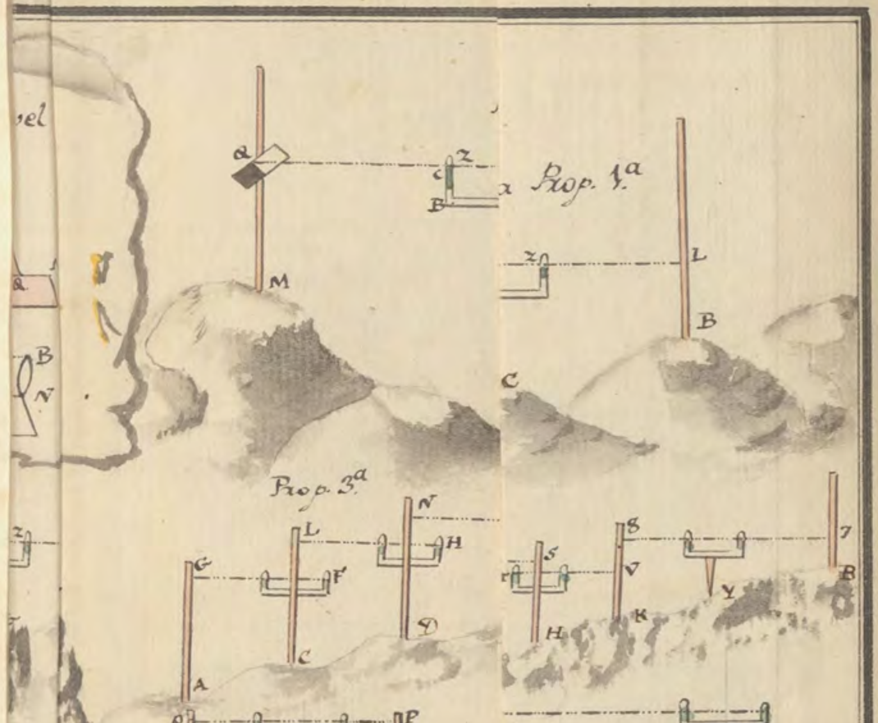
y assi saviendo, q.e al quad.o de

2000 varas le corresponde 26, pulgs
de Dif.ª será facil p.r regla de 3 ha-
llar las q.e corresponden al quad.º de
las varas de qualq.r dist.ª

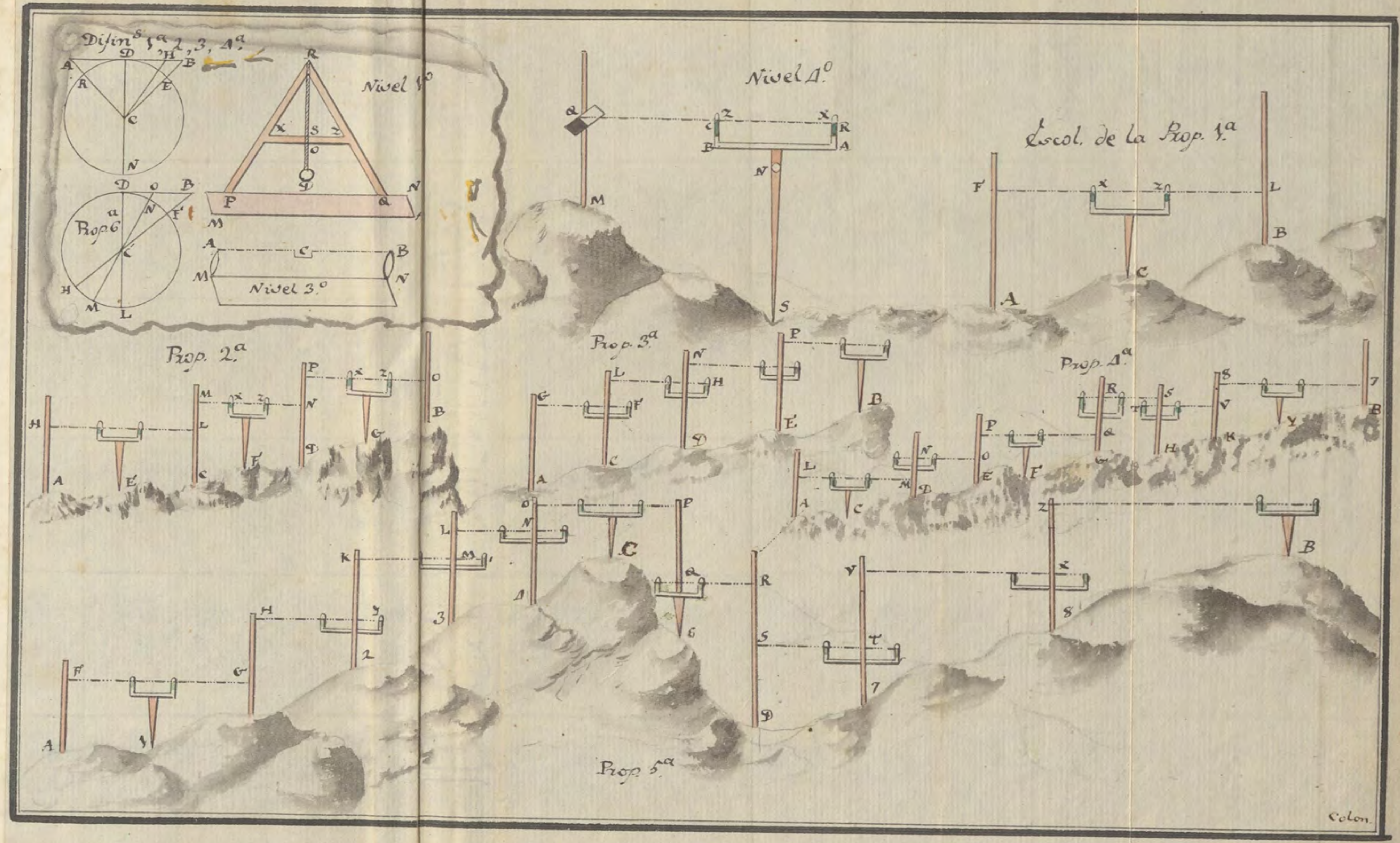
Escolio. Por medio de las Practicas ante-
cedtes se hace el perfil de qualq.r terreno
p.r irregular q.e sea, q.e no es otra cosa q.e
la seccion de un Plano vertical, ó per-
pendicular al horizonte, por medio del
qual se manifiestan las desigualdades
de las ptes q.e comprehende la seccion,
como igualmte si en ella se hallan
algunos edificios, declara su altura,
y division de sus partes, cuias parti-

cularidades, como las q.e ocurren en el Sondeo de puertos, y Rios, son propias de la clase del Dibujo.

Fin de este Tratado.



Prop. 1.a
Prop. 3.a
Prop. 5.a
Colon.



Disin.s 1.a 2, 3, 4.a
Nivel 1.o
Nivel 3.o
Nivel 4.o
Prop. 6
Escol. de la Prop. 1.a
Prop. 2.a
Prop. 3.a
Prop. 4.a
Prop. 5.a
Colon.